

Hydraulique des cours d'eau

Aspects théoriques fondamentaux

également pour cours Ecomorphologie fluviale

Giovanni De Cesare
ENAC PL-LCH EPFL

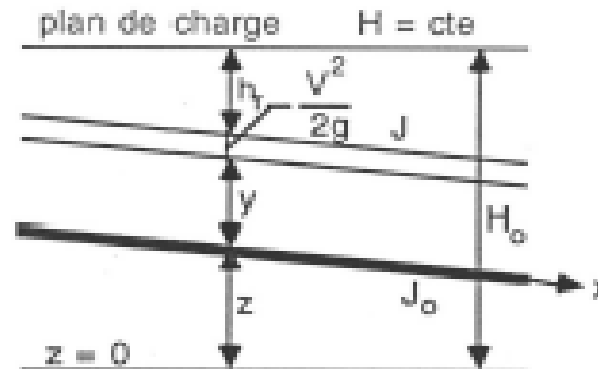
Classification

Classification des écoulements en nappe libre:

- ⇒ écoulements uniformes
- ⇒ écoulements "brusquement" variés
- ⇒ écoulements graduellement variés

Écoulement uniforme

- Dans les écoulements uniformes en lit prismatique rectiligne la profondeur et la vitesse ou encore l'énergie cinétique, restent par définition constantes le long de l'écoulement.
- Dans ces conditions les pertes de charge sont de type linéaire et la répartition des pressions en profondeur est hydrostatique $p = \gamma z$



Ecoulement uniforme

- Conservation d'énergie

$$H_0 = z + y + \frac{v^2}{2g} + h_r$$

$$\frac{dH_0}{dx} = 0 = \frac{dz}{dx} + \frac{dh_r}{dx}$$

$$J = J_0$$

- la ligne d'eau, la ligne de charge et la ligne du fond sont parallèles
- la perte de charge cumulée - qui croît selon x - est exactement compensée par la perte d'altitude du lit - qui diminue.

Écoulement uniforme

- Pour évaluer J nous pouvons appliquer une loi de comportement, par exemple celle de Manning-Strickler, qui permet d'écrire, après substitution de J par J_0

$$Q = K S R^{2/3} J_0^{1/2} \quad \text{ou} \quad S R^{2/3} = \frac{Q}{K J_0^{1/2}}$$

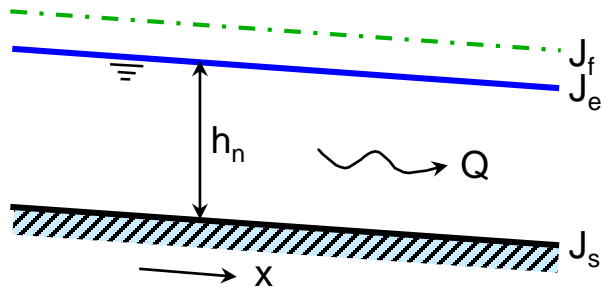
- Il existe donc une relation débit-profondeur qui devient bi-univoque lorsque $S(y)$ et $R(y)$ sont des fonctions monotones croissantes de y
- Il est alors possible de déterminer le débit en mesurant la profondeur d'écoulement

$$Q = f(y_0)$$

Ecoulement stationnaire et uniforme

⇒ Un écoulement uniforme s'établit dans un cours d'eau si

- ◆ la pente du lit est constante
- ◆ la géométrie (section mouillée) est pratiquement constante
- ◆ la rugosité est constante
- ◆ le débit est constant (écoulement stationnaire)



h_n : hauteur uniforme de l'écoulement

$$\frac{dh}{dx} = 0$$

$$J = J_s = J_f = J_e$$

Formule de Manning - Strickler

$$V = K \cdot J^{1/2} \cdot R^{2/3}$$
$$Q = K \cdot J^{1/2} \cdot \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}}$$

Ecoulement non uniforme

⇒ L'énergie spécifique de l'écoulement

Conservation d'énergie

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

Conservation de masse (continuité)

$$Q = VS$$

Energie spécifique ou énergie propre

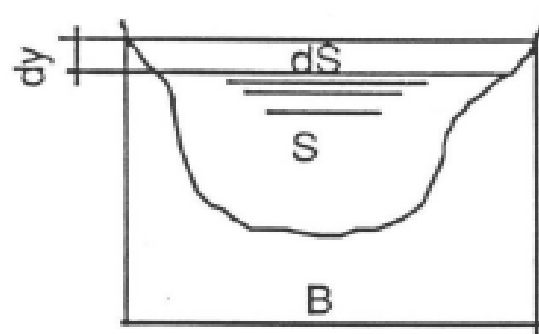
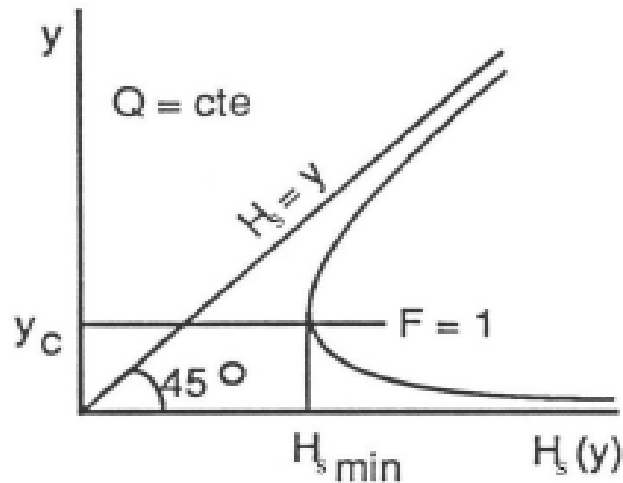
$$H - z = y + \frac{Q^2}{2gS^2}$$

$$H_s = y + \frac{Q^2}{2gS^2}$$

Ecoulement non uniforme

⇒ L'énergie spécifique de l'écoulement

$$H_s = y + \frac{Q^2}{2gS^2}$$



Écoulement non uniforme

⇒ L'énergie spécifique de
l'écoulement

$$\frac{dH_s}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dy} (S^{-2}) = 1 - \frac{Q^2}{gS^3} \frac{dS}{dy}$$

avec $B \, dy = dS$

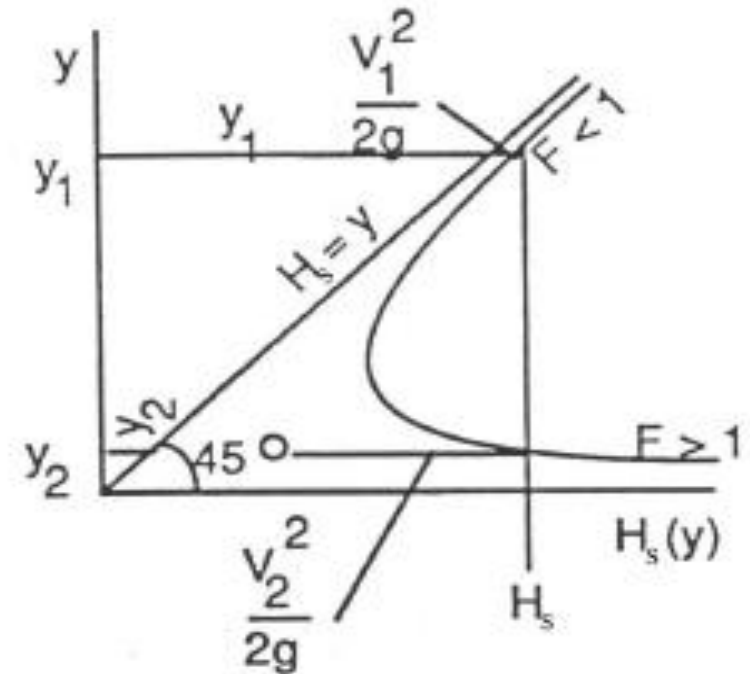
$$\frac{Q^2 B}{gS^3} = \frac{V^2}{gS/B} = F^2 \quad \text{où } F \text{ est le nombre de Froude}$$

$$\frac{dH_s}{dy} = 1 - F^2 \quad \text{L'extremum correspond donc à } F^2 = 1$$

Écoulement non uniforme

La courbe H_s - y est une courbe à 2 bras, confirmant que pour une même condition de charge et débit il y a 2 géométries d'écoulement (y) possibles, le cas critique excepté

- sur la branche inférieure de la courbe ($y < y_c$ et $F^2 > 1$), l'écoulement est torrentiel ou supercritique
- sur la branche supérieure, $y > y_c$ et $F^2 < 1$, l'écoulement est fluvial, tranquille ou sous-critique ;
- $F^2 = 1$ signifie que la seule force active présente dans l'écoulement à $y=y_c$ est la pesanteur.

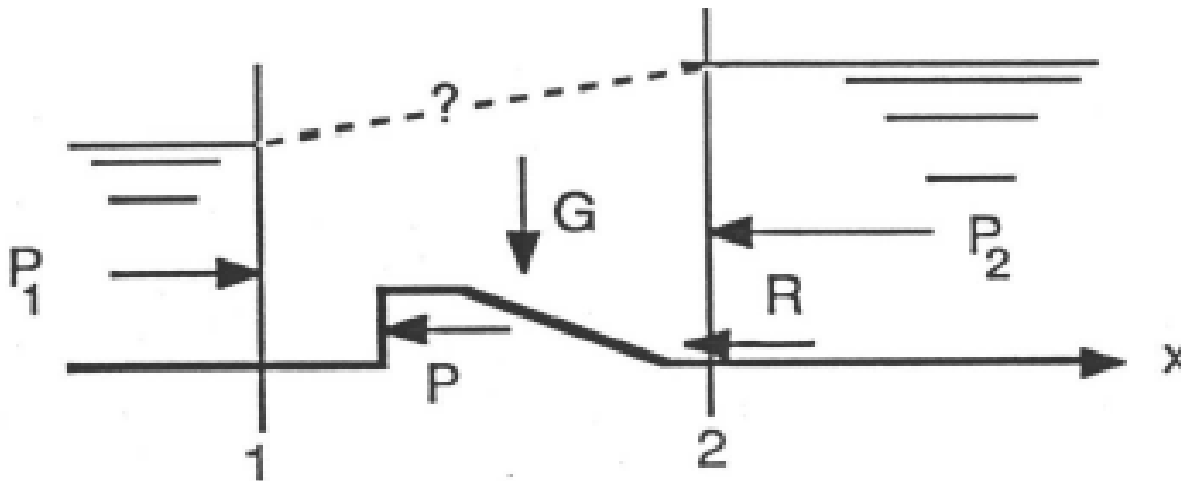


Écoulement non uniforme

⇒ La Force de l'écoulement

Quantité de mouvement

$$P_1 - P_2 - P - R + G_x = \rho Q(V_2 - V_1)$$



Écoulement non uniforme

⇒ La Force de l'écoulement

$$P_1 - P_2 - P - R + G_x = \rho Q(V_2 - V_1)$$

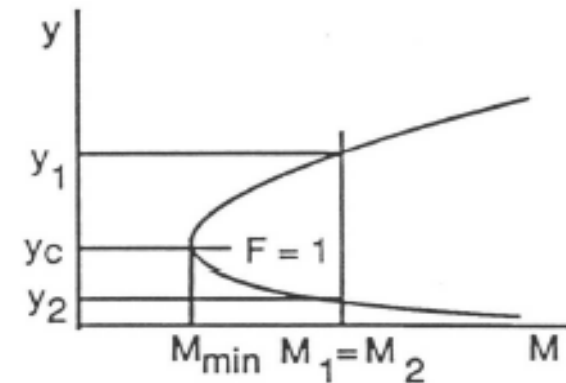
$$(\gamma z_{G1} S_1 + \rho Q V_1) - (\gamma z_{G2} S_2 + \rho Q V_2) = P$$

$$\rho g \left[\left(z_{G1} S_1 + \frac{Q^2}{g S_1} \right) - \left(z_{G2} S_2 + \frac{Q^2}{g S_2} \right) \right] = P$$

Le terme $M = z_G S + Q^2/gS$ est appelé force de l'écoulement

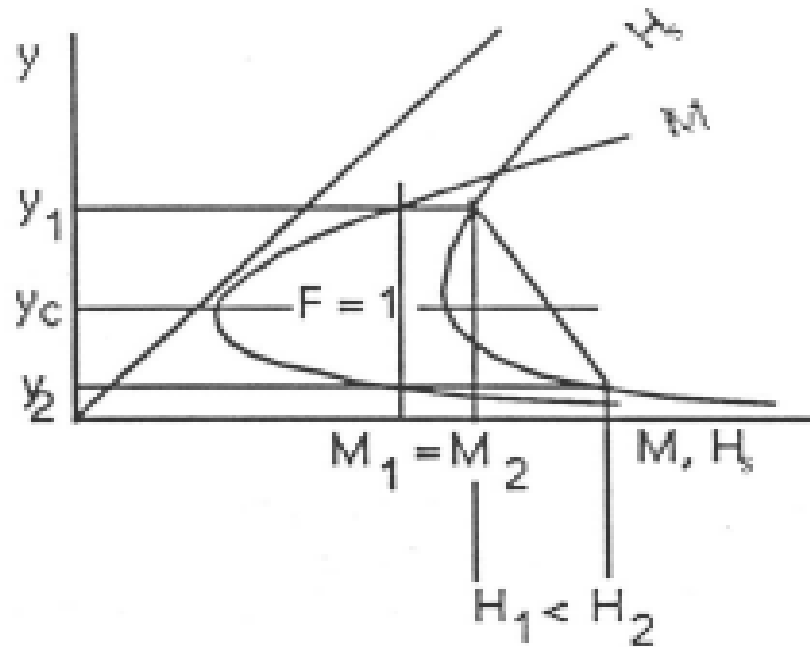
En l'absence de l'obstacle $P = 0$

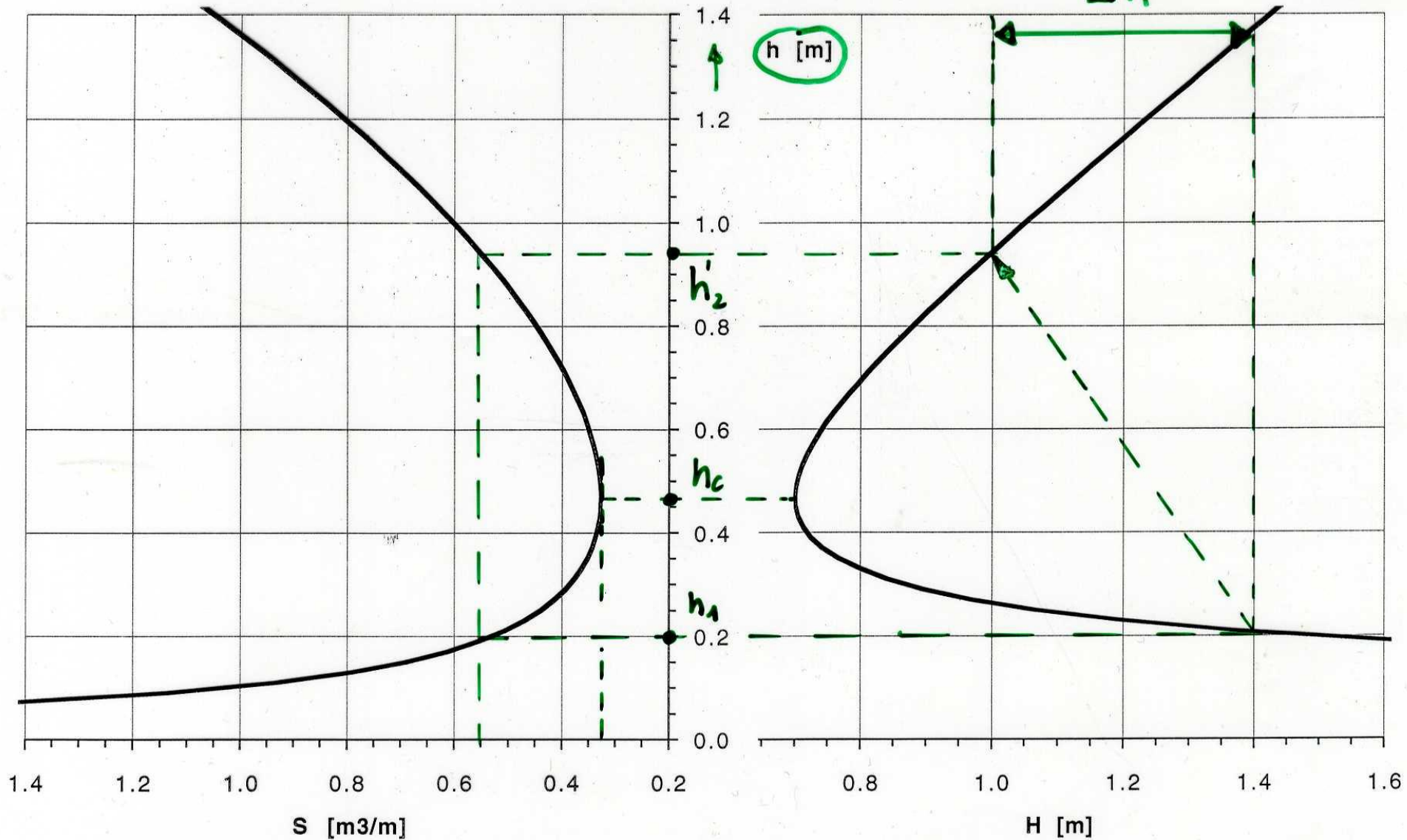
$$M_1 = M_2$$



Écoulement non uniforme

- La superposition des courbes $H_s(y)$ et $M(y)$ montre que les conditions de conservation de l'énergie et de la force sont incompatibles, à la seule exception du cas de la profondeur critique où les 2 profondeurs sont confondues





Impulsion | Force de courant

$$S = (P + \rho \cdot v^2) A$$

charge

$$H = h + \frac{v^2}{2g}$$

Ecoulement critique

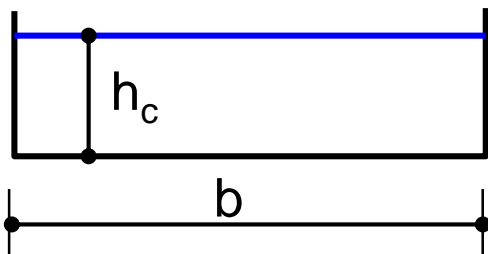
⇒ Pour la hauteur critique la charge de l'écoulement est minimale

$$H = h + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \text{ avec } A = fct(h)$$

$$\frac{dH}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{g \cdot A^3} \cdot \frac{dA}{dh} = 1 - F^2 = 0$$

$$F^2 = \frac{Q^2}{g \cdot A^3} \cdot \frac{dA}{dh} \quad F(h_c) = 1$$

⇒ section rectangulaire $\frac{dA}{dh} = b$



$$F^2 = 1 = \frac{Q^2}{g \cdot A^3} \cdot b$$

$$A = b \cdot h_c$$

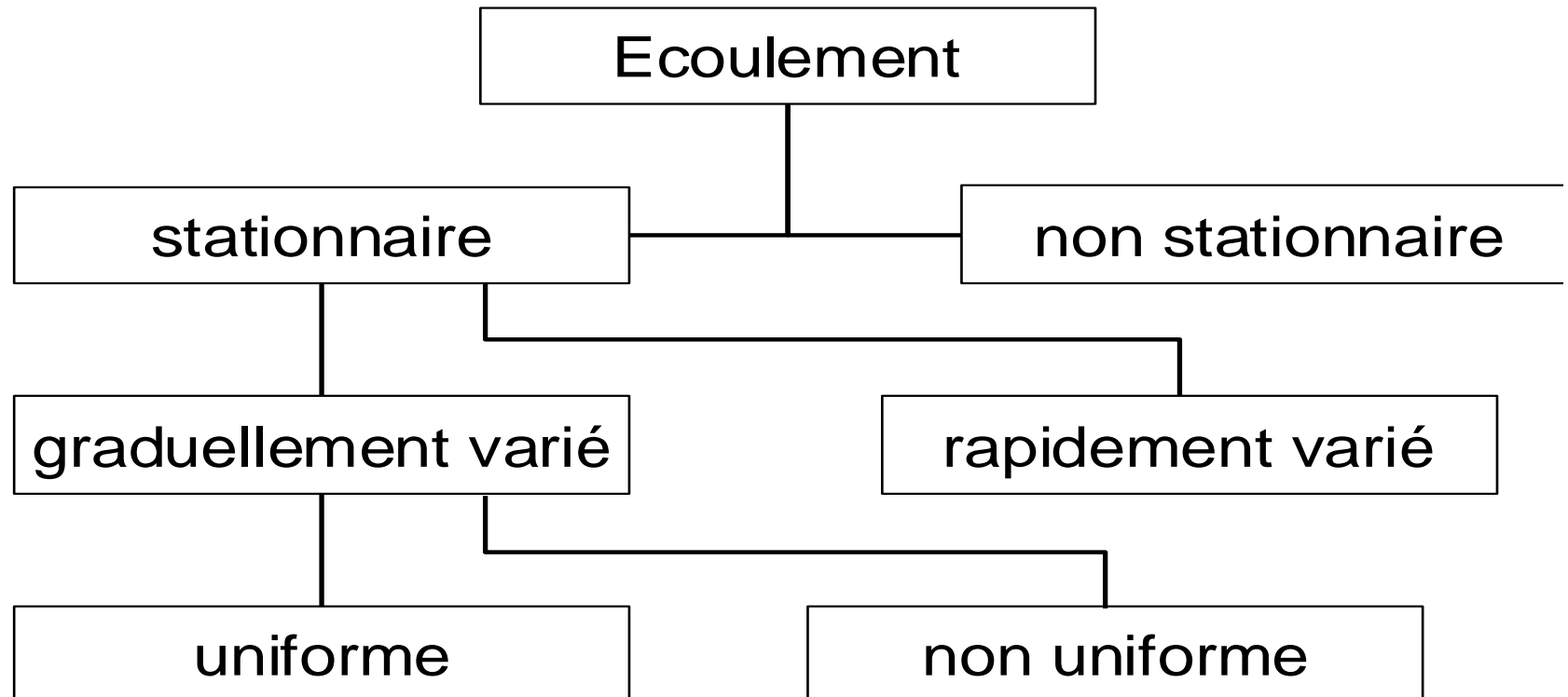
$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g \cdot b^2}}$$

avec
 $Q = v \cdot b \cdot h$

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}}$$

$$H_c = \frac{3}{2} h_c$$

Courbes de remous



Écoulement graduellement varié

- Lits prismatiques

Variation de la charge H sur dx

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{S^2} \right)$$

avec $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{S^2} \right) = -\frac{2}{S^3} \frac{dS}{dx}$

et $\frac{dS}{dx} = \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{dy}{dx}$

$\delta S / \delta y = B$ et d'autre part, en lit prismatique $\delta S / \delta x = 0$.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{J_0 - J}{1 - F^2}$$

Écoulement graduellement varié

- Lits prismatiques $\frac{dy}{dx} = \frac{J_0 - J}{1 - F^2}$

Avec ϕ_1 et ϕ_2 fonctions de la profondeur seulement

$$\phi_2 = \left(\frac{S_0 R_0^{2/3}}{S R^{2/3}} \right)^2$$
$$\phi_1 = \frac{B}{B_0} \left(\frac{S_0}{S} \right)^3$$
$$\frac{1 - \phi_2}{1 - \phi_1 F_0^2} = f^{-1}(y)$$

$$\frac{dy}{dx} = J_0 f^{-1}$$

$$J_0 dx = f dy$$

$$J_0(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)(y_2 - y_1)$$

$$\bar{f} \Delta y = J_0 \Delta x$$

Ecoulement graduellement varié

- Lits prismatiques

Considérant le cas le plus fréquent d'une pente $J_0 > 0$, et faisant la distinction entre $F_0^2 < 1$ (écoulements en rivière) et $F_0^2 > 1$ (écoulements en torrent). Nous pouvons dès lors revenir à la forme :

$$\frac{dy}{dx} = J_0 \frac{1 - \phi_2}{1 - F^2}$$

qui ne contient plus F_0^2

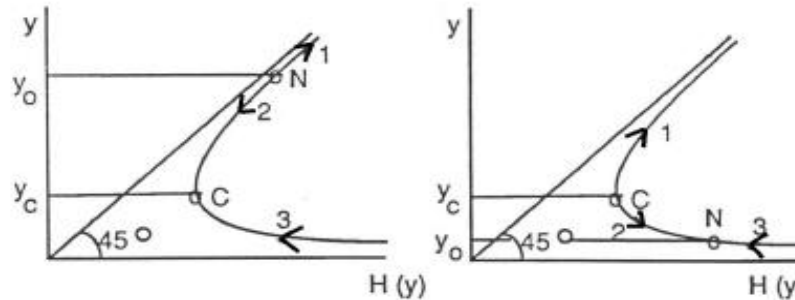
$dy / dx > 0$ signifie une décélération de l'écoulement, soit un exhaussement de la ligne d'eau et réciproquement

$dy / dx < 0$ une accélération soit un abaissement de cette dernière.

La forme de l'équation indique que l'écoulement sera accéléré ou décéléré selon que Π_b et F^2 sont supérieurs, égaux ou inférieurs à 1.

Ecoulement graduellement varié

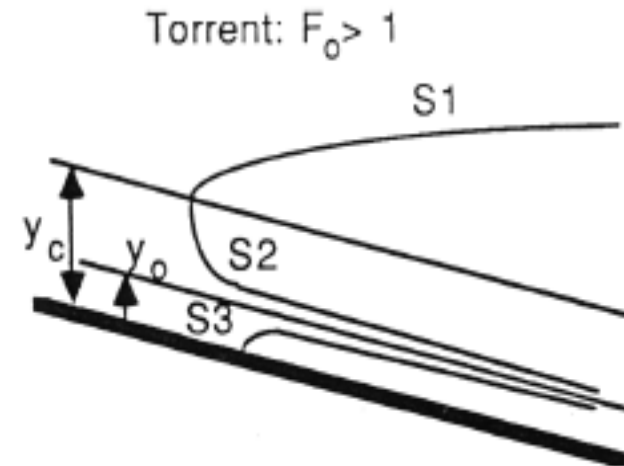
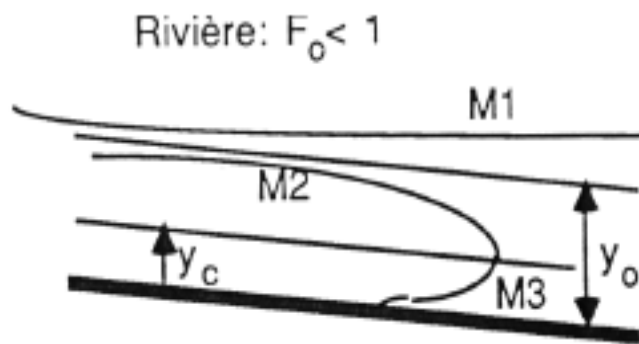
- Lits prismatiques



$F_0 < 1$		$F_0 > 1$	
$\frac{dy}{dx} > 0$			
Conditions	Flèches Désignation	Conditions	Flèches Désignation
$\phi_2 < 1$ $F < 1$	1 M1	$\phi_2 < 1$ $F < 1$	1 S1
$\phi_2 > 1$ $F > 1$	3 M3	$\phi_2 > 1$ $F > 1$	3 S3
$\frac{dy}{dx} < 0$			
$\phi_2 > 1$ $F < 1$	2 M2	$\phi_2 > 1$ $F < 1$	impossible
$\phi_2 < 1$ $F > 1$	impossible	$\phi_2 < 1$ $F > 1$	2 S2

Écoulement graduellement varié

- Lits prismatiques



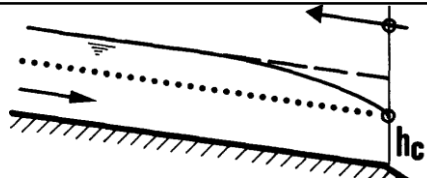
M1 - exhaussement tranquille
M2 - abaissement tranquille
M3 - exhaussement torrentiel

S1 - exhaussement tranquille
S2 - abaissement tranquille
S3 - exhaussement torrentiel

Ajouter en rivière ou en torrent

Courbes de remous

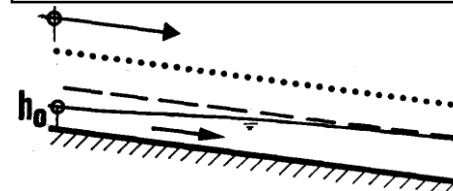
$F < 1$ ($h > h_c$, fluvial)
 $h < h_N$ (accélération)



A **M 2**

- Exemple :
- rugosité diminue
 - pente augmente, chute

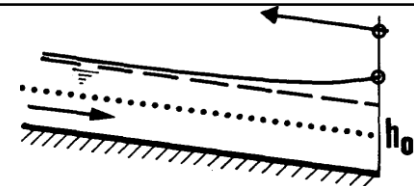
$F > 1$ ($h < h_c$, torrentiel)
 $h < h_N$ (ralentissement)



C **S 3**

- Exemple :
- rugosité augmente
 - pente diminue
 - aval d'un seuil, barrage

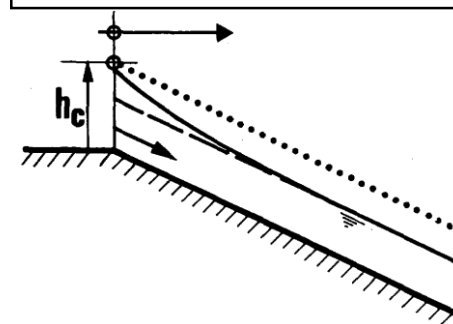
$F < 1$ ($h > h_c$, fluvial)
 $h > h_N$ (ralentissement)



B **M 1**

- Exemple :
- rugosité augmente
 - pente diminue
 - amont d'un seuil, barrage

$F > 1$ ($h < h_c$, torrentiel)
 $h > h_N$ (accélération)



D **S 2**

- Exemple :
- rugosité diminue
 - pente augmente
 - élargissement de section
 - à l'aval d'une crête de seuil

Écoulement graduellement varié

- Lits naturels

Equation de conservation d'énergie écrite entre les sections 1 et 2 :

$$z_1 + y_1 + \frac{Q^2}{2gS_1^2} = z_2 + y_2 + \frac{Q^2}{2gS_2^2} + \Delta H_{1-2}$$

La perte de charge entre les 2 sections peut être évaluée au moyen de la loi de Manning-Strickler avec $J = Q^2 / K^2 S^2 R^{4/3}$

$$\Delta H_{1-2} = \frac{1}{2}(J_1 + J_2)\Delta x$$

Avec $z + y = \text{cte} = Z$

$$Z_1 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{g\Delta x}{K_1^2 S_1^2 R_1^{4/3}} \right) = Z_2 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{g\Delta x}{K_2^2 S_2^2 R_2^{4/3}} \right)$$

Étant donné que K ; S ; $R = f(Z)$, connaissant Z_1 nous pouvons calculer Z_2 par approximations successives, à la précision souhaitée

Théorie générale de la courbe de remous

$$\frac{dH}{dx} = -J_f \quad J_f: \text{pente de frottement}$$

$$H = z + h + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad A = \text{fct}(x, h) \quad \text{donc} \quad \frac{dA}{dx} = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial h} \frac{dh}{dx}$$

Avec $J_s = \frac{dz}{dx}$ (pente du radier) on obtient:

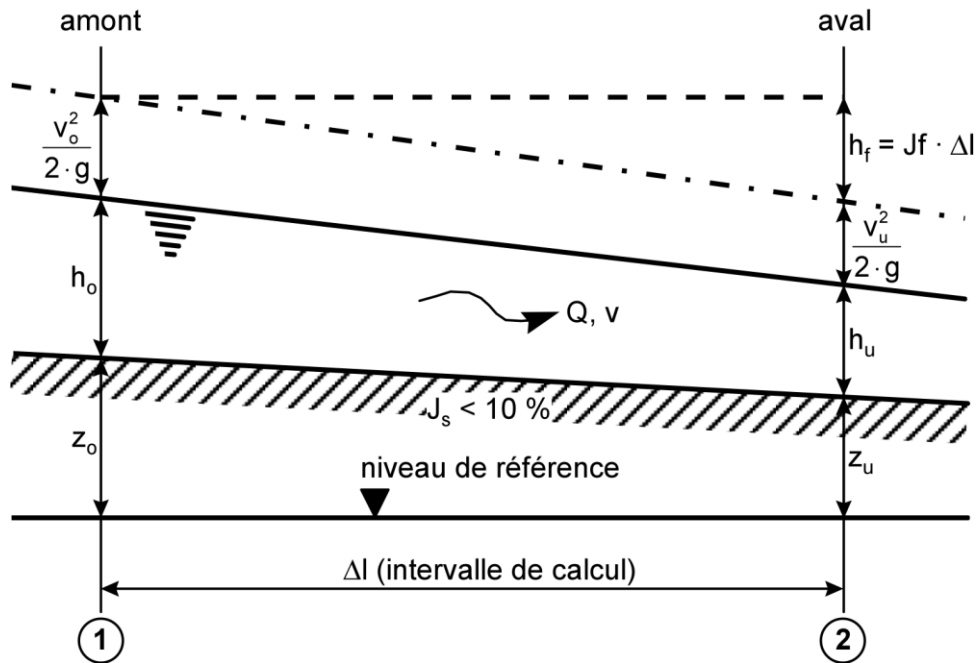
$$\frac{dh}{dx} = \frac{J_s - J_f + \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x}}{1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial h}}$$

pour des canaux prismatiques \rightarrow

$$\frac{dh}{dx} = \frac{J_s - J_f}{1 - F^2}$$

$$F^2 = \frac{Q^2}{g \cdot A^3} \cdot \frac{dA}{dh}$$

Courbes de remous - Approche par un calcul itératif



Bernoulli :

$$z_o + h_o + \frac{v_o^2}{2 \cdot g} = z_u + h_u + \frac{v_u^2}{2 \cdot g} + h_f$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{H_o}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{H_u}$

Continuité :

$$Q = v_o \cdot A_o = v_u \cdot A_u$$

Manning-Strickler :

$$h_f = J_f \cdot \Delta l = \frac{v_m^2 \cdot \Delta l}{K_m^2 \cdot R_{hm}^{4/3}}$$

avec :

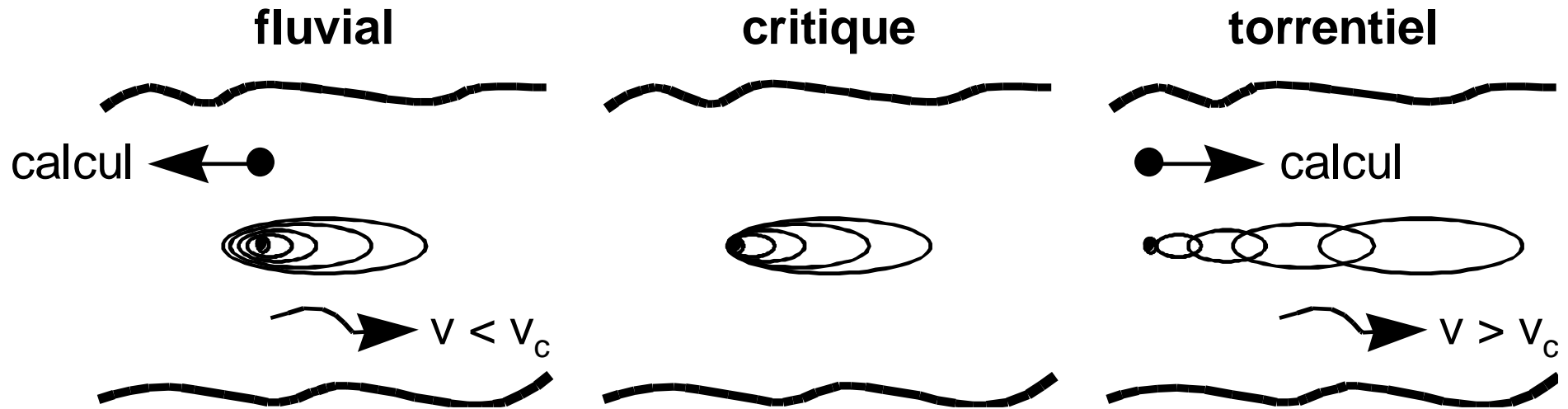
$$v_m = \frac{v_o + v_u}{2}$$

$$K_m = \frac{K_o + K_u}{2}, \text{ si la rugosité varie}$$

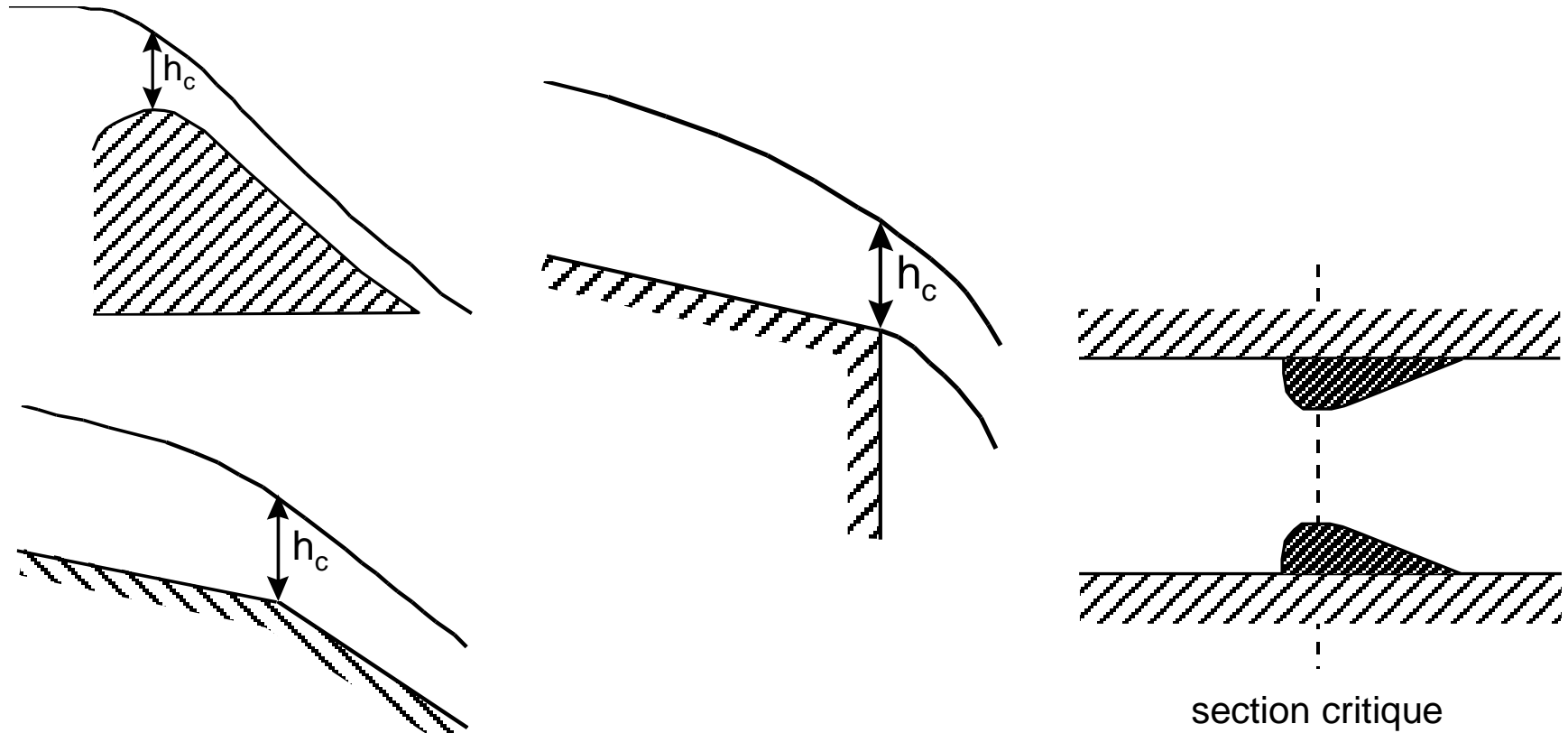
$$R_{hm} = \frac{R_{h_o} + R_{h_u}}{2}$$

pour des canaux non-prismatiques

Courbes de remous - direction de calcul

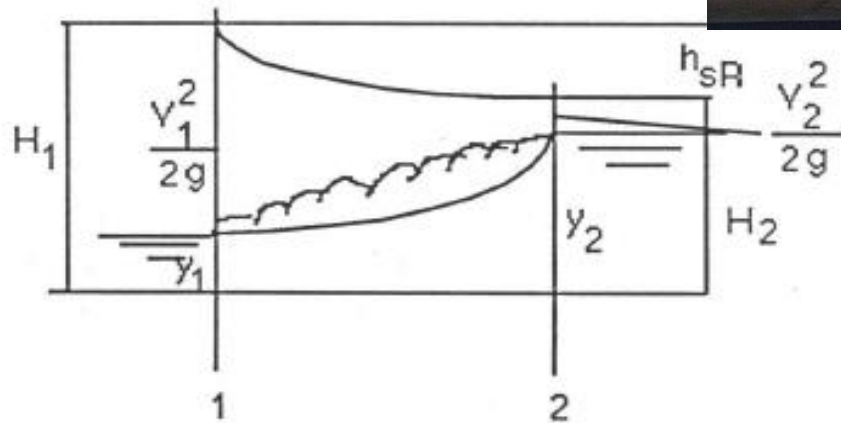
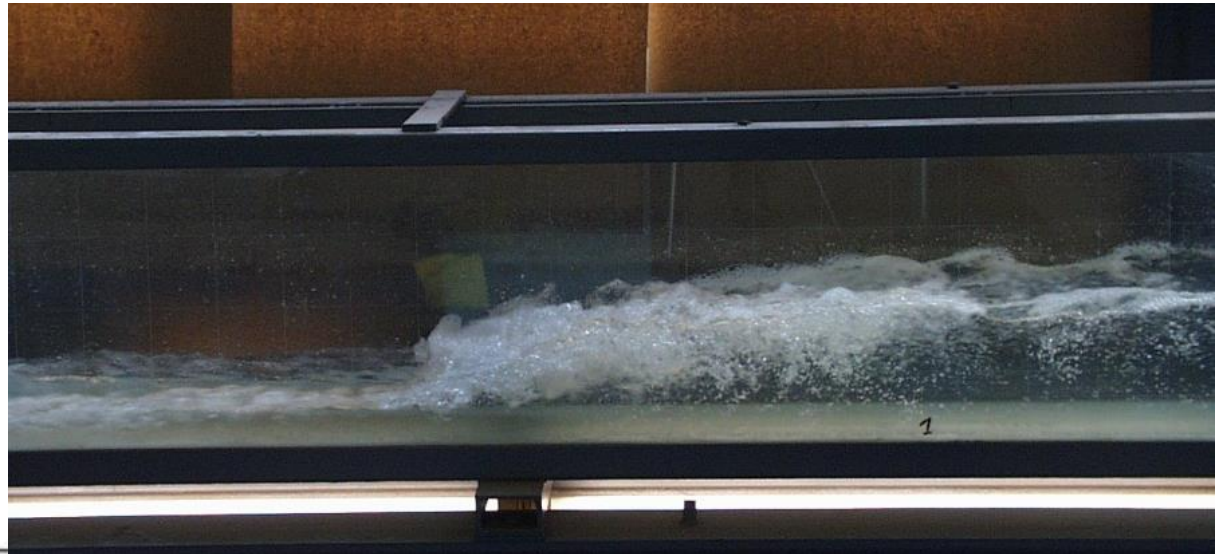


Courbes de remous - point de départ



Écoulement brusquement varié

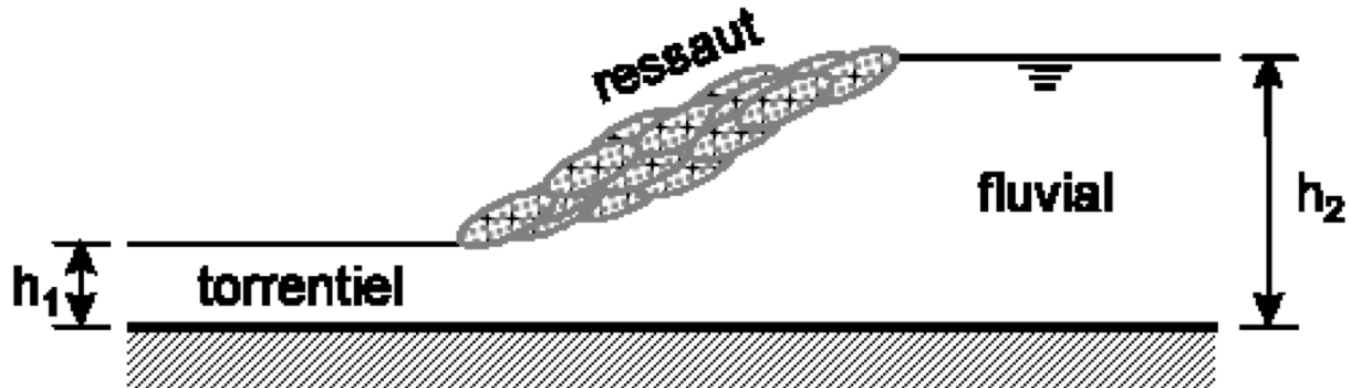
- Le ressaut hydraulique



Écoulement brusquement varié

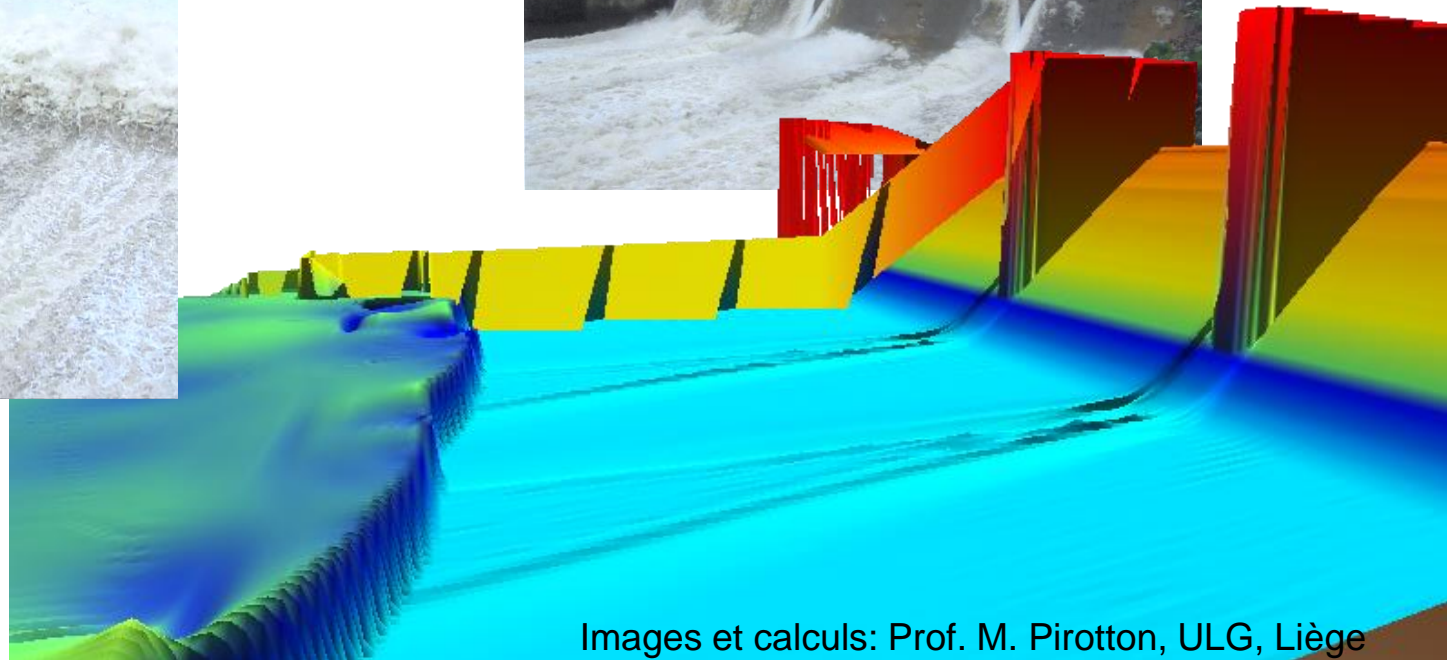
- Le ressaut hydraulique
 - Il s'agit d'un phénomène naturel, se produisant lors du passage d'un écoulement à énergie cinétique élevée ($F2 > 1$) à un écoulement à énergie potentielle dominante ($F2 < 1$)
 - Ce passage s'accompagne d'une dissipation importante d'énergie mécanique dans des tourbillons plus ou moins violents, à l'origine d'une plus ou moins forte absorption d'air
 - Fondamentalement, il s'agit d'une décélération brutale des écoulements.

Ressaut hydraulique



Le passage d'un écoulement torrentiel à un écoulement fluvial se fait toujours par un ressaut hydraulique, c'est-à-dire par un changement brusque de la hauteur d'eau. Les deux hauteurs d'eau à l'amont et à l'aval du ressaut sont appelées hauteurs conjuguées.

Barrage de Nisramont
simulations quasi-tridimensionnelles, crue de 175 m³/s



Images et calculs: Prof. M. Piroton, ULG, Liège

Ecoulement brusquement varié

- Le ressaut hydraulique

$$F_1^2 > 1 \quad \rightarrow \quad F_2^2 < 1$$
$$H_1 = H_2 + h_{sR}$$

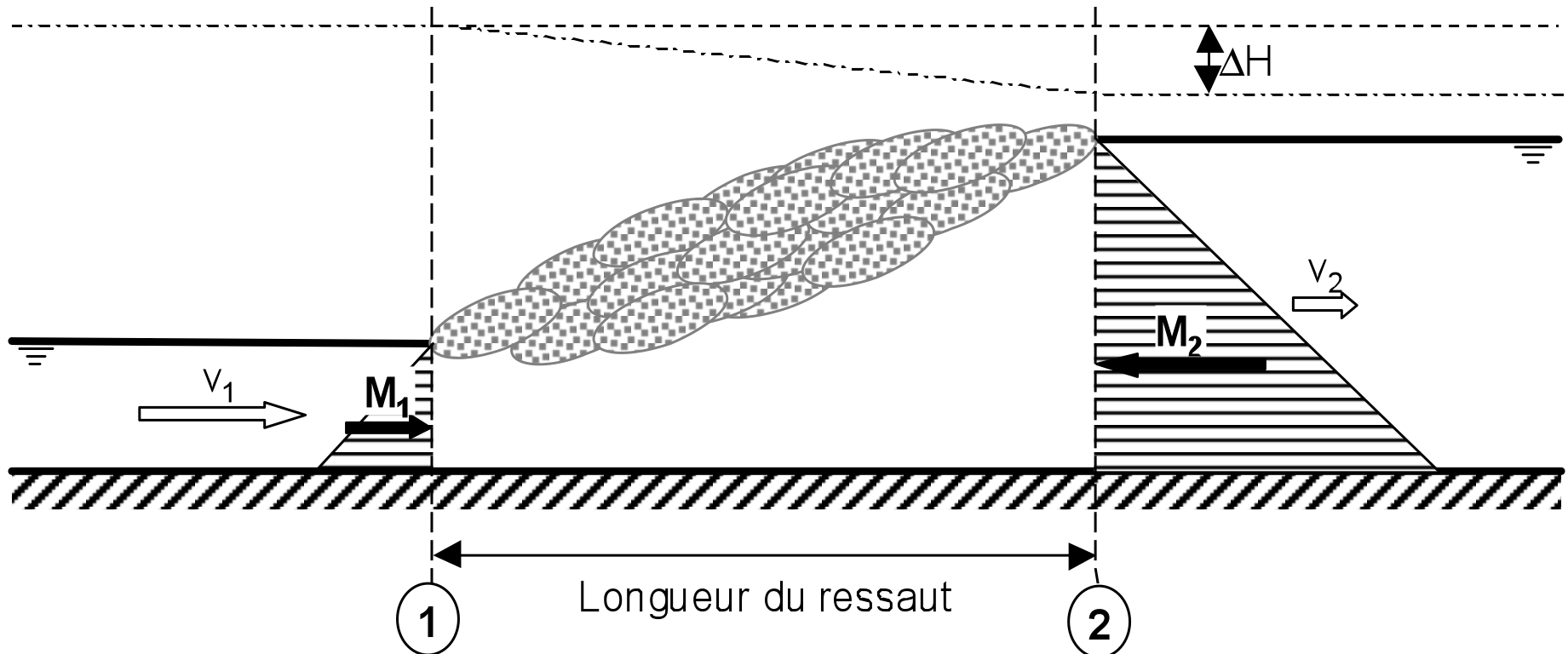
$$\text{et } M_1 = M_2$$

Pour une section prismatique rectangulaire

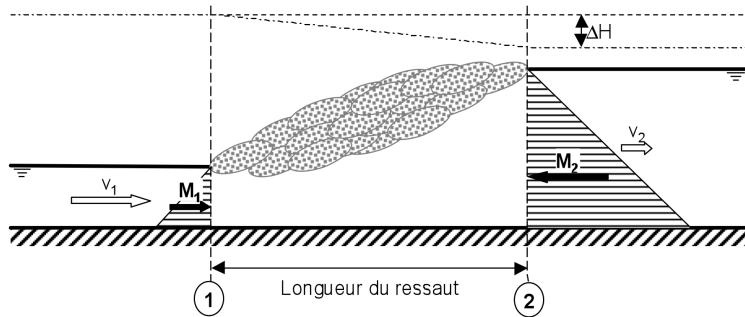
$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} [\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1]$$

y_1 et y_2 sont les profondeurs conjuguées du ressaut

Ressaut hydraulique



Ressaut hydraulique - hauteurs conjuguées



$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + 8 \cdot F_1^2} \right)$$

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot h_1^3}$$

$$M_1 = M_2$$

$$M_1 = \rho \cdot g \cdot \frac{b \cdot h_1^2}{2} + \rho \cdot Q \cdot v_1 \quad \text{avec} \quad v_1 = \frac{Q}{b \cdot h_1}$$

$$M_2 = \rho \cdot g \cdot \frac{b \cdot h_2^2}{2} + \rho \cdot Q \cdot v_2 \quad \text{avec} \quad v_2 = \frac{Q}{b \cdot h_2}$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{b \cdot h_1^2}{2} + \frac{\rho \cdot Q^2}{b \cdot h_1} = \rho \cdot g \cdot \frac{b \cdot h_2^2}{2} + \frac{\rho \cdot Q^2}{b \cdot h_2}$$

⇒ équation du deuxième degré pour h_1 ou h_2

$$\Rightarrow h_2 = -\frac{h_1}{2} + \sqrt{\frac{h_1^2}{4} + \frac{2 \cdot Q^2}{g \cdot b^2 \cdot h_1}}$$

Ressaut hydraulique - hauteurs conjuguées

⇒ Cas particulier: section prismatique rectangulaire

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left[\left(\sqrt{1 + 8 \cdot F_1^2} \right) - 1 \right]$$

(formule de Bélanger)

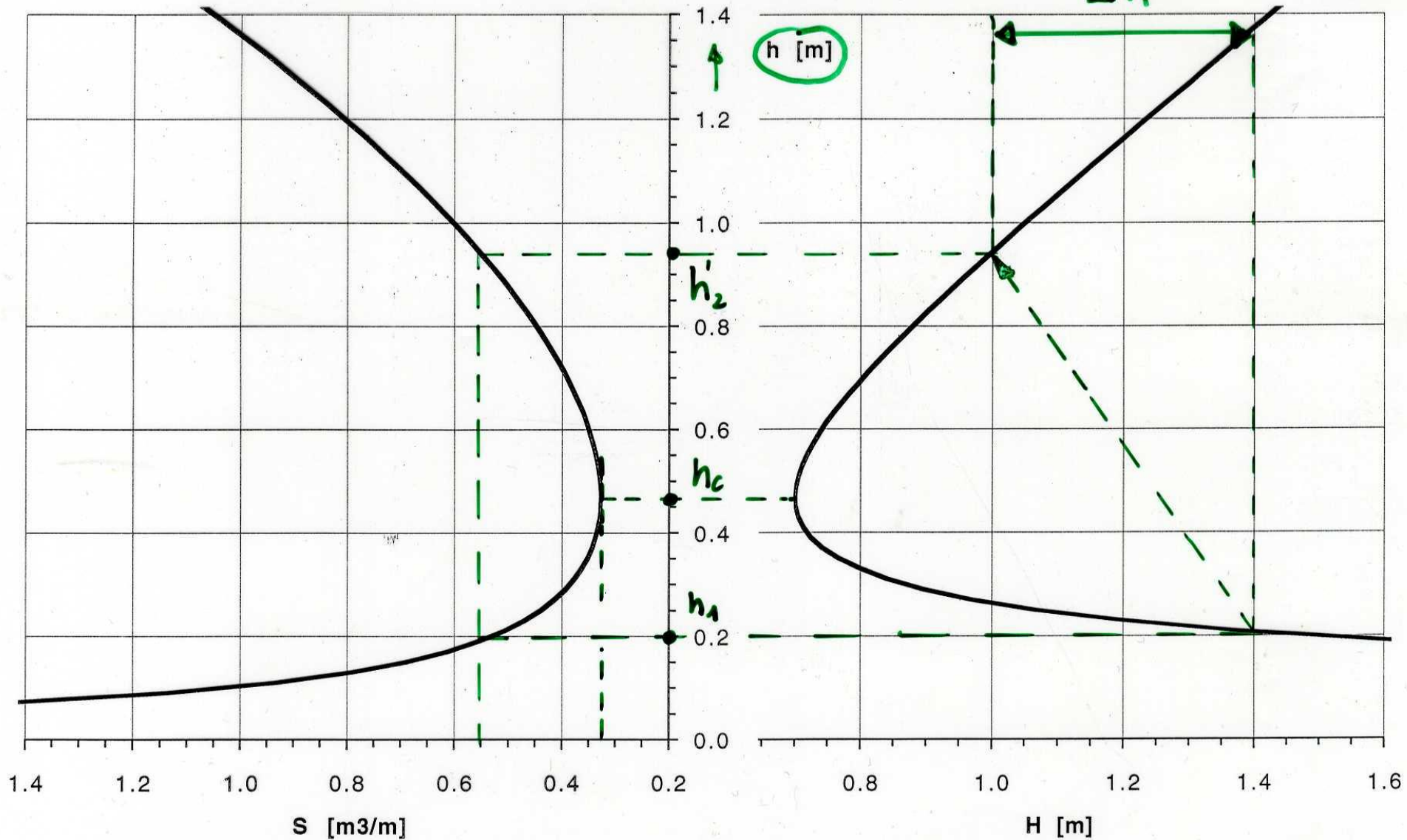
$$F_1^2 = \frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot h_1^3} \quad F_1 = \frac{V}{\sqrt{gh_1}} \quad V = \frac{Q}{bh_1}$$

⇒ Longueur du ressaut $L = 5 \dots 6 h_2$

⇒ Dissipation d'énergie

$$\frac{\Delta H}{h_2} = \frac{((h_2/h_1) - 1)^3}{4(h_2/h_1)}$$

Pour $F_1 > 2.5$:
$$\frac{\Delta H}{H_1} = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{F_1} \right]^2$$



Impulsion | Force de courant

$$S = (P + \rho \cdot v^2) A$$

charge

$$H = h + \frac{v^2}{2g}$$

Ecoulement brusquement varié

- Classification des ressauts
 - $F_1 < 1.7$ ou $y_2/y_1 < 2$: ressaut ondulé, sans tourbillons de surface
 - $1.7 < F_1 < 2.5$: pré-ressaut, faibles tourbillons, $h_{sR} < 0.2 H_1$
 - $2.5 < F_1 < 4.5$: ressaut de transition instable, se détachant et se réattachant au fond (produit des vagues sur de longues distances), $0.2 < h_{sR} < 0.70 H_1$
 - $4.5 < F_1 < 9.0$: ressaut stable (peu sensible aux variations de la profondeur aval), $0.45 < h_{sR} < 0.70 H_1$
 - $F_1 > 9.0$: ressaut rugueux, la zone tourbillonnaire dépasse la longueur effective du ressaut, h_{sR} jusqu'à $0.85 H_1$

Ressaut hydraulique - types de ressaut



$$1 < F_1 < 1.7$$

ressaut ondulé



$$1.7 < F_1 < 2.5$$

ressaut faible



$$2.5 < F_1 < 4.5$$

ressaut oscillant



$$4.5 < F_1 < 9$$

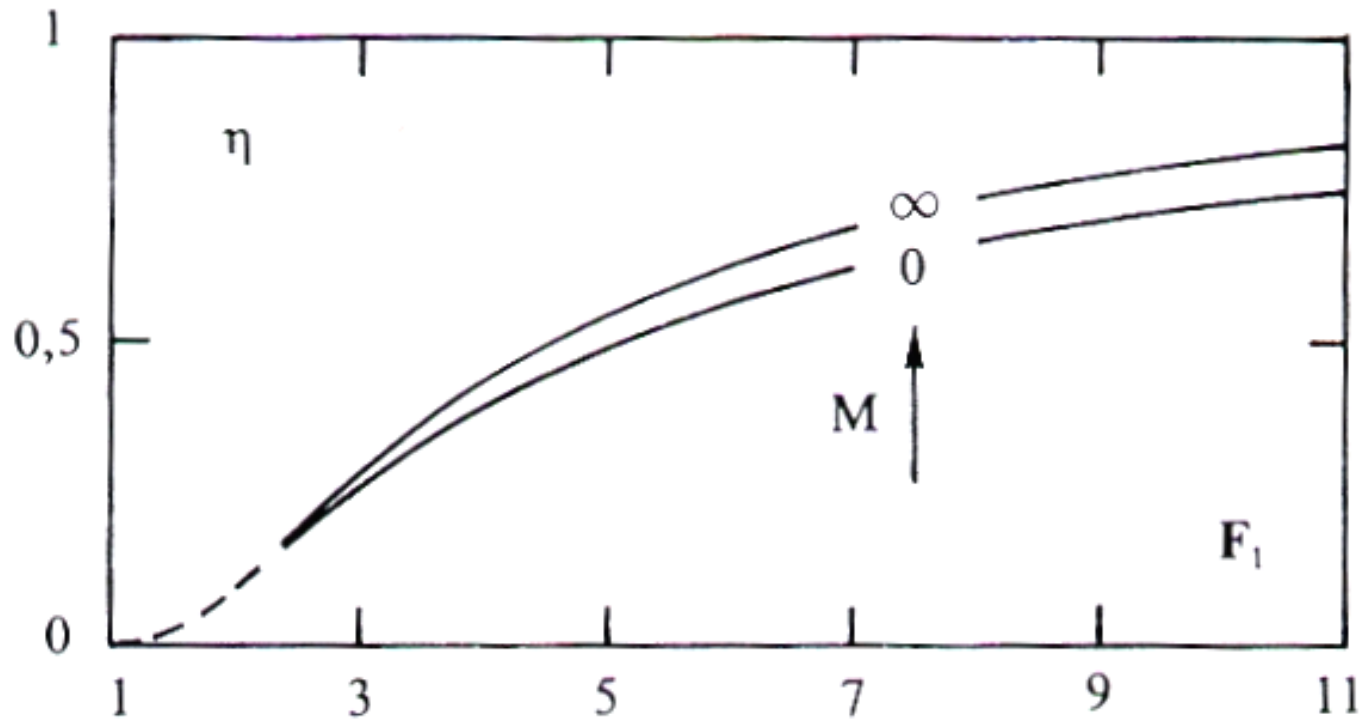
ressaut stationnaire



$$9 < F_1$$

ressaut fort

Ressaut hydraulique - dissipation d'énergie



- Vague de surf sur l'Aar à Thoune



Source: surfersmag.de

- Vague de surf sur l'Eisbach à Munich



Source: De Cesare, 2017