

## Chapitre 5

# Régimes de cours d'eau

### Introduction

- Il est observé qu'un cours d'eau alluvial tend à développer une morphologie propre appelée régime. A ce stade de développement, le cours d'eau a atteint un état stable qui, en théorie, ne varie plus au cours du temps. La situation de régime ne requiert ainsi qu'un minimum d'intervention pour son entretien.

Il est admis dans ce chapitre que le lit est large, que les alluvions sont non cohésifs et que l'écoulement est turbulent. En outre, un débit constant est considéré et le lit alluvial est caractérisé par les trois paramètres  $B$ ,  $h$  et  $S$ . Dans ce chapitre, seuls les lits simples sont considérés, les lits multiples avec une structure en tresse sont traités au chapitre 6.

### Formules de régime empiriques

Les premières tentatives de formulation des caractéristiques de régime  $B_R$ ,  $h_R$  et  $S_R$  sont à mettre au crédit des ingénieurs anglais en Inde au début du XX<sup>ème</sup> siècle (Kennedy, Lindley, Lacey, Inglis, Blench).

Les formules de régime, purement empiriques, produites par ces auteurs sont invariablement de la forme

$$A_R = \gamma_A Q^{n_A} \quad (5.1)$$

Dans la majorité des expressions de type (5.1),  $\gamma_A$  et  $n_A$  sont traités comme des constantes, ainsi

1.  $B_R$  est proportionnel à la racine carrée de  $Q$  dans pratiquement tous les cas :

$$B_R \propto Q^{1/2} \quad (5.2)$$

2. L'exposant de  $Q$  dans la relation  $h_R \sim Q^{n_h}$  est dépendant de la taille du grain  $D$  ( $\sim E$ ) :

$$n_h \approx 1/3 \text{ pour le sable fin ; } n_h \approx 0.43 \text{ pour le gravier} \quad (5.3)$$

3. L'exposant de Q dans la relation  $S_R \sim Q^{n_s}$  est aussi dépendant de D ( $\sim E$ ) :

$$n_s \approx -0.1 \text{ pour le sable fin ; } n_s \approx -0.43 \text{ pour le gravier} \quad (5.4)$$

Ainsi, dans tous les cas  $B_R$  et  $h_R$  augmentent avec Q, alors que  $S_R$  décroît lorsque Q augmente.

## Méthodes d'énergie minimum

Cette approche est basée sur l'hypothèse selon laquelle une caractéristique énergétique de l'écoulement,  $A_*$ , tend vers une valeur minimale à l'état de régime. Habituellement, les trois inconnues  $B_R$ ,  $h_R$  et  $S_R$  sont déterminés par la résolution des trois équations suivantes :

$$Q = f_Q(B_R, h_R, S_R, c_R) \quad (\text{Equ. de résistance}) \quad (5.5)$$

$$Q = f_{Q_s}(B_R, h_R, S_R, c_R) \quad (\text{Equ. de transport}) \quad (5.6)$$

$$dA_* = 0 \quad (\text{Minimum de } A_*) \quad (5.7)$$

où, pour un lit d'alluvions non cohésifs,

$$c_R (= \phi_c(E, (\eta_*)_R, Z_R)) \text{ est une fonction connue, } c_R = f_c(h_R, S_R).$$

L'établissement de la relation (5.5) ne pose en principe pas de problème. La relation (5.6) ne peut être utilisée pour la détermination de  $B_R$ ,  $h_R$  et  $S_R$  qui si  $Q_s$  est connu. La relation (5.7) pose quant à elle la question de la nature de  $A_*$ .

Le présent chapitre poursuit les trois objectifs suivants :

1. Remplacer l'équation de transport (5.6) par une relation  $B_R$  qui ne fait pas intervenir  $Q_s$ .
2. Révéler la nature physique de  $A_*$ , à partir des principes de la thermodynamique.
3. Proposer une méthode de calcul du régime qui prenne en compte les résultats des points 1 et 2.

## Paramètres de base du régime

Un cours d'eau à l'état de régime est dépendant de quelques paramètres caractéristiques dont la valeur reste constante tout au long de la période de développement du régime.

Pour des raisons de simplicité, il est admis ici que le chenal reste à peu près rectiligne au cours de son développement et que la variation de sa pente  $S$  n'est due qu'à la dégradation du lit.

### Régime $R_1$

Considérons la section longitudinale du chenal expérimental présenté sur la figure 5.1a, de longueur effective  $L_1$ . Dans la section d'entrée I, une alimentation en sédiment est assurée à débit constant  $Q_s$ , totalement transportable par le débit  $Q$ .

Après un certain temps  $T_{R_1}$ , le lit initial ( $B_o, h_o, S_o$ ) atteint sa forme de régime ( $B_{R_1}, h_{R_1}, S_{R_1}$ ). Si le débit  $Q_s$  est modifié, la forme de régime est modifiée. Ainsi, le régime  $R_1$  peut être déterminé à l'aide de 7 paramètres,

$$Q, Q_s, \rho, \nu, \gamma_s \text{ ou } v_{*cr}, D, g \quad (5.8)$$

### Régime R

Considérons maintenant le schéma de la figure 5.1b, où aucune alimentation en sédiments n'est assurée dans la section I. Pour  $S_o > S_{cr}$ , le volume des matériaux constitutifs du lit décroît en fonction du temps. Ceci se manifeste par un déplacement vers l'aval du point  $a_o$  marquant le sommet de la «colline» en raison de l'érosion.

A l'état de régime,  $(Q_s)_R$  est une fonction de  $S_R, h_R$  et  $B_R$  ainsi que des paramètres caractéristiques.

$$(Q_s)_R = f_{Q_s}(B_R, h_R, S_R, \dots) \quad (5.9)$$

Le régime R est déterminé par 6 paramètres caractéristiques,

$$Q, \rho, \nu, \gamma_s \text{ ou } v_{*cr}, D, g \quad (5.10)$$

Lorsque  $t=T_R$ , le régime est atteint et la pente  $S=S_R$  sur la longueur  $L$  reste constante. Le point  $a_R$  marquant le sommet de la colline continue cependant à se déplacer vers l'aval, raccourcissant la longueur  $L$ , sauf si un débit solide  $(Q_s)_R$  est introduit dans la section d'entrée I.

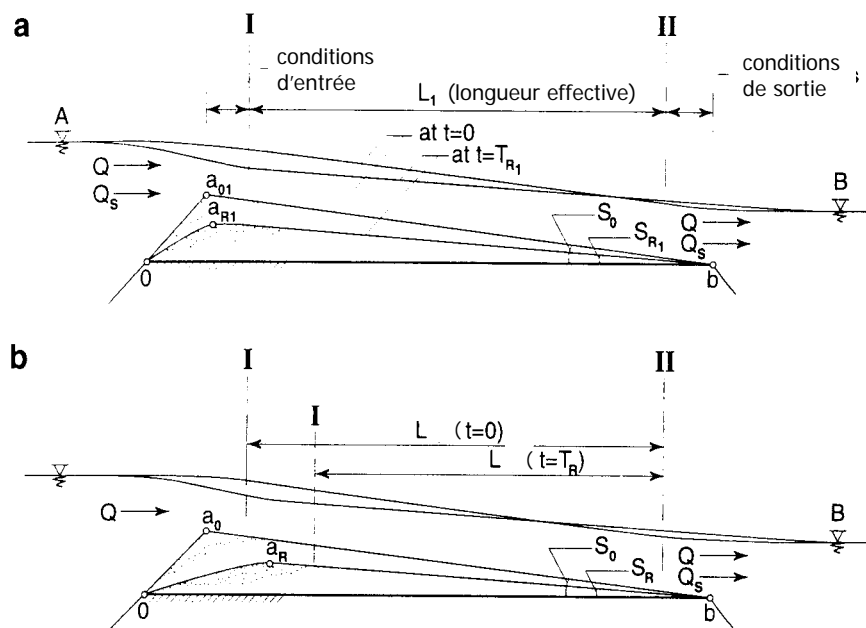


Fig. 5.1 : Evolution du lit vers l'état de régime ; a) Régime R1 ; b) Régime R

### Relations entre R<sub>1</sub> et R

R est un cas particulier de R<sub>1</sub> pour lequel  $Q_s$  vaut  $(Q_s)_R$ . Par la suite, seul le régime R est considéré.

### Largeur et profondeur de régime

Il s'agit ici d'établir la relation de substitution à celle exprimant  $Q_s$  (5.6)

Sur la base d'une analyse dimensionnelle (Yalin, 2001), il est possible d'écrire

$$B_R \sqrt{\frac{v_{*cr}}{Q}} = \phi_{B_R}(E, c_R, (c_f)_R) \quad (= \alpha_B) \quad (5.11)$$

L'analyse de données de terrain et de laboratoire permet d'écrire

$$\alpha_B = \phi_1(E) \cdot \phi_2(c_R, (c_f)_R) \quad (5.12)$$

avec

$$\phi_1(E) = 0.639E^{0.3} \text{ si } E \leq 15; \quad \phi_1(E) = 1.42 \text{ si } E > 15 \quad (5.13)$$

et

$$\phi_2(c_R, (c_f)_R) = \left[ n \cdot 0.2 \left( 1 - e^{-0.35|(c_f)_R - 27.5|^{1.2}} \right) + 1.2 \right] \cdot \frac{c_R}{(c_f)_R} \quad (5.14)$$

Où  $n = +1$  si  $(c_f)_R \geq 27.5$ ,  $n = -1$  si  $(c_f)_R < 27.5$  et  $|(c_f)_R - 27|$  représente la valeur absolue de la différence entre  $(c_f)_R$  et 27.5.

En introduisant l'équation (5.11) dans l'équation de résistance de Chézy (5.15)

$$Q = Bhc\sqrt{gSh} \quad (5.15)$$

Il vient, pour l'état de régime

$$Q = B_R h_R c_R \sqrt{g S_R h_R} \quad (5.16)$$

et pour  $h_R$ ,

$$h_R = \left[ \alpha_B^2 (c_R^2 S_R) \right]^{-1/3} \left( \frac{Q v_{*cr}}{g} \right)^{1/3} \quad (5.17)$$

où  $c_R^2 S_R$  est la valeur de régime du nombre de Froude  $Fr = c^2 S$ .

En combinant les équations (5.17) et (5.11), le rapport d'aspect du chenal de régime est obtenu comme

$$\frac{B_R}{h_R} = \left[ \alpha_B^5 (c_R^2 S_R) \right]^{1/3} \left( \frac{Q g^2}{v_{*cr}^5} \right)^{1/6} \quad (5.18)$$

Aucune distinction entre sable et gravier ne doit être faite pour les relations ci-dessus.

## Détermination du critère de régime $A^*$

Le choix d'une caractéristique  $A^*$  susceptible de décrire le comportement énergétique d'un lit alluvial ne fait pas l'unanimité. Selon différents auteurs,  $A^*=S$  ;  $A^*=Su_{moy}$  ;  $A^*=Q_s^{-1}$  ;  $A^*=c^{-1}$  ou encore  $A^*=SL$ .

La nature physique de  $A^*$  révélée ci-après repose sur l'application des principes de la thermodynamique.

## Relations de base et hypothèses

L'état de régime R est déterminé par les six paramètres caractéristiques (5.10). L'écoulement commence au temps  $t=0$  dans un chenal rectiligne initial  $[B_o, h_o, S_o]$  qui se déforme progressivement pour atteindre le régime stable  $[B_R, h_R, S_R]$  au temps  $T_R$ . Le débit est constant et le temps peut être exprimé sous forme adimensionnelle  $\Theta = t/T_R$  ( $\in [0;1]$ ).

Un chenal de grande largeur est déterminé par sa largeur  $B$  et sa pente  $S$ . La profondeur  $h$  est une caractéristique de l'écoulement.

Les observations montrent qu'un lit alluvial en régime fluvial sans apport externe de sédiments voit sa pente décroître ou se stabiliser au cours du temps. De même, la largeur  $B$  a tendance à croître ou à se stabiliser. Les recherches expérimentales indiquent que la variation de  $B$ ,  $h$  et  $S$  sur la durée  $T_R$  se produit comme illustré à la figure 5.2.

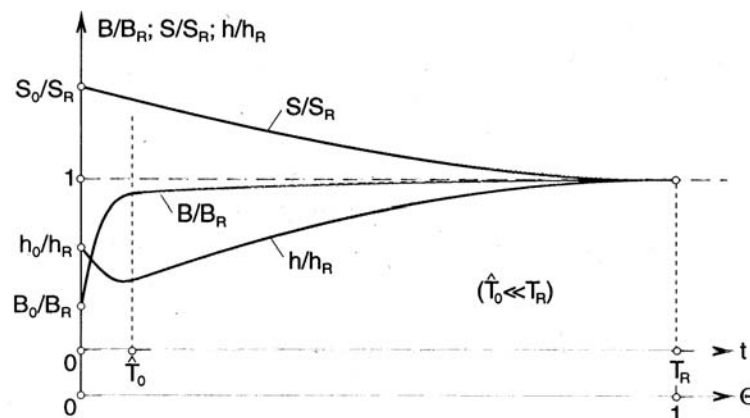


Fig. 5.2 : Représentation schématique de l'évolution temporelle de  $B$ ,  $h$ , et  $S$ .

Le développement de régime se produit, à proprement parler, à partir d'une période initial d'ajustement  $T_0$ . Les caractéristiques  $B$ ,  $h$  et  $S$  suivent alors une fonction monotone dérivable selon  $t$ .

Les observations expérimentales montrent que  $\hat{T}_0$  est généralement inférieur à 5 minutes et que  $\hat{T}_0 < \approx 0.01 T_R$ . Elles confirment également que la variation de  $B$  sur l'intervalle  $T_R - \hat{T}_0$  est plutôt faible. L'adaptation du chenal initial sur la durée  $\hat{T}_0$  est illustrée schématiquement sur la figure 5.3. Le matériau érodé des rives se dépose sur le lit. Etant donné que  $S \approx S_0$ , la vitesse de l'écoulement  $u_{\text{moy}}$  ne varie pas significativement pendant  $\hat{T}_0$  et ainsi l'incrément  $B_0 \rightarrow \hat{B}_0$  est accompagné du décrement  $h_0 \rightarrow \hat{h}_0$ .

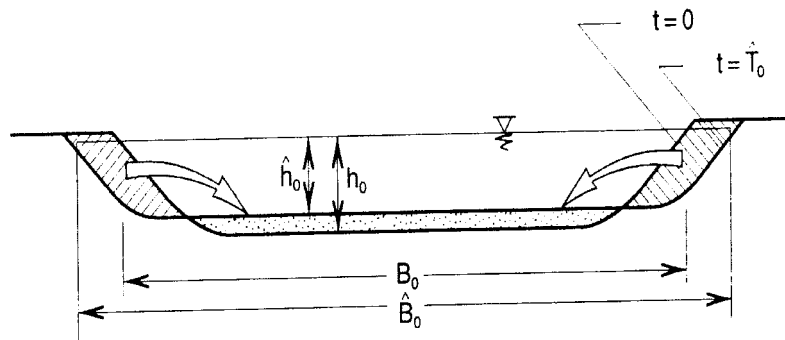


Fig. 5.3 : Modification initiale du lit vers l'état de régime

La réduction de la pente  $S$  durant  $T_R$  se fait soit par érosion-dépôt (Fig. 5.4) (canal court,  $D/h$  grand), soit par formation de méandres (Fig. 5.5) (canal long,  $D/h$  petit) ou par combinaison de ces deux processus.

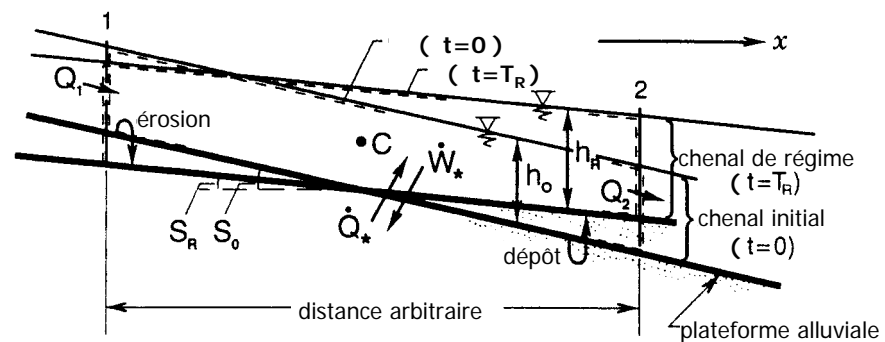


Fig. 5.4 : Représentation schématique du processus érosion - dépôt

Lors de la formation de méandres, aucun déplacement des points d'inflexion  $O_1, Q_2, \dots, O_i$  n'est observé en situation au cours de la croissance des méandres (Fig. 5.5 a, b). Même lorsque le chenal en méandres migre selon  $x$  avec une vitesse  $W_x$ , la distance entre les points  $O_1, O_2, \dots, O_i$  n'est pas modifiée de manière systématique. Ainsi, la longueur  $L/2$  des méandres croît et  $S \sim 1/(L/2)$  décroît et les méandres successifs sont supposés identiques.

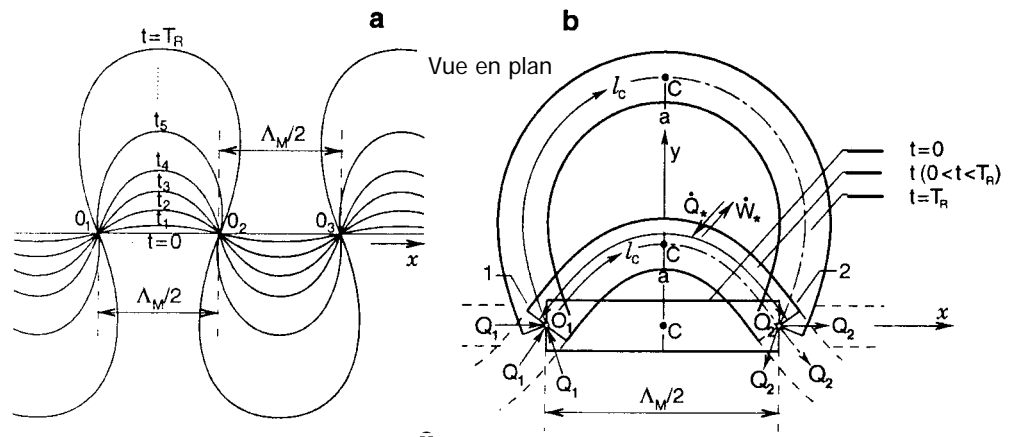


Fig. 5.5 : Evolution temporelle de méandres vers l'état de régime

### Variation de la structure énergétique dans le sens de l'écoulement

L'application de la première loi de la thermodynamique, imposant la conservation d'énergie, débouche en hydraulique sur l'équation de Bernoulli (Fig. 5.6) :

$$\frac{e}{g} = \frac{u^2}{2g} + z + \frac{e_i}{g} \quad (5.19)$$

où  $e$  exprime le contenu énergétique total du fluide par unité de masse et  $e_i$  la perte d'énergie par rapport à l'état de référence d'énergie initiale  $e$ . La perte de charge entre deux sections 1 et 2 s'exprime alors par

$$(\Delta H)_{1-2} = \frac{1}{g} [(e_i)_2 - (e_i)_1] = (z_{f1} - z_{f2}) \quad (5.20)$$

Le terme de perte de charge ou d'énergie, utilisé par les hydrauliciens, traduit en réalité la transformation d'une énergie mécanique en énergie thermique.

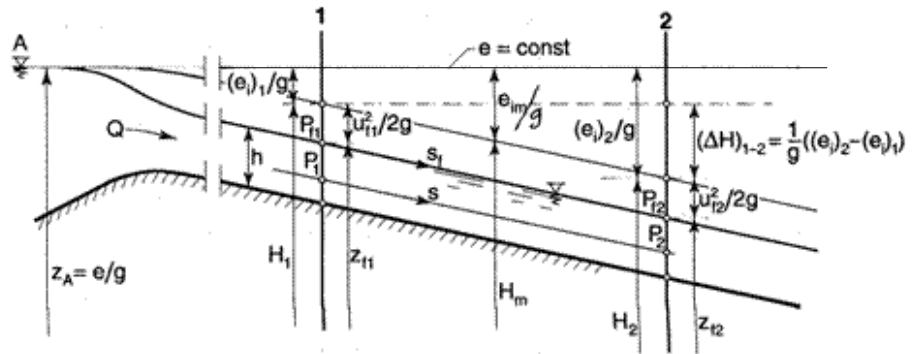


Fig. 5.6 : Variation de la structure énergétique selon la distance

### Variation temporelle de la structure énergétique

En considérant la seconde loi de la thermodynamique, il peut être établi que l'entropie d'un système isolé irréversible croît de manière monotone au cours du temps. Il en résulte (Yalin, 2001) que l'incrément de l'entropie est associée à une réduction de l'énergie cinétique de l'écoulement ( $\rho V u_{moy}^2 / 2$ ) et ainsi de sa vitesse moyenne  $u_{moy}$ . L'écoulement tend donc à altérer sa configuration (pente, géométrie et rugosité effective) pour minimiser sa vitesse  $u_{moy}$ . Le critère de régime  $A^*$  peut de ce fait être associé à  $u_{moy}$

$$A^* = u_{moy} \tag{5.21}$$

Si l'écoulement n'était soumis à aucune contrainte, la formation du chenal et la réduction progressive de  $u_{moy}$  conduiraient à la condition  $u_{moy} = 0$  pour laquelle l'état d'équilibre thermodynamique final est atteint. En réalité, les contraintes imposées par le débit solide et les formes de lit imposent que l'état de régime soit atteint avant l'état d'équilibre final (Fig. 5.7)

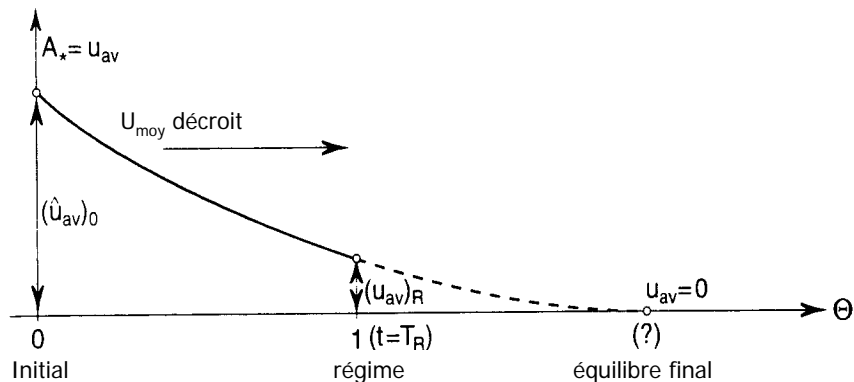


Fig. 5.7 : Evolution temporelle du critère de régime  $A^*$

### Adimensionnalisation du critère de régime A\*

En éliminant h entre les équations de continuité,  $Q = u_{moy} Bh$  et de résistance,  $Q = Bhc\sqrt{gSh}$  et en considérant que le nombre de Froude,  $Fr = u_{moy}^2 / gh = Q^2 / (Bh)^2 gh = c^2 S$  il vient

$$\frac{u_{moy}^3}{Fr} = \frac{gQ}{B} \tag{5.22}$$

A l'état de régime  $B = B_R = \text{const.}$ , et la dérivation temporelle de (5.22) donne

$$3 \frac{1}{u_{moy}} \frac{du_{moy}}{d\Theta} = \frac{1}{Fr} \frac{dFr}{d\Theta} \tag{5.23}$$

Cette relation indique que, à l'état ultime, la décroissance temporelle relative de  $u_{moy}$  est proportionnelle à celle de Fr et que  $u_{moy}$  et Fr atteignent leur minimum simultanément  $\left( \frac{dFr}{d\Theta} = 0 \text{ signifie } \frac{du_{moy}}{d\Theta} = 0 \right)$ .

Ainsi le nombre de Froude peut être adopté pour l'expression adimensionnelle de A\*.

Le nombre de Froude peut être exprimé comme une fonction  $Fr = \psi_{Fr}(E, \eta_*, N)$  avec  $N = Q / (BDv_{*cr})$ . Pour un matériau granulaire et un fluide spécifique, E est constant et Fr est exprimé par une famille de courbes  $Fr = \psi_{Fr}(\eta_*, N)$ , (Fig. 5.8)

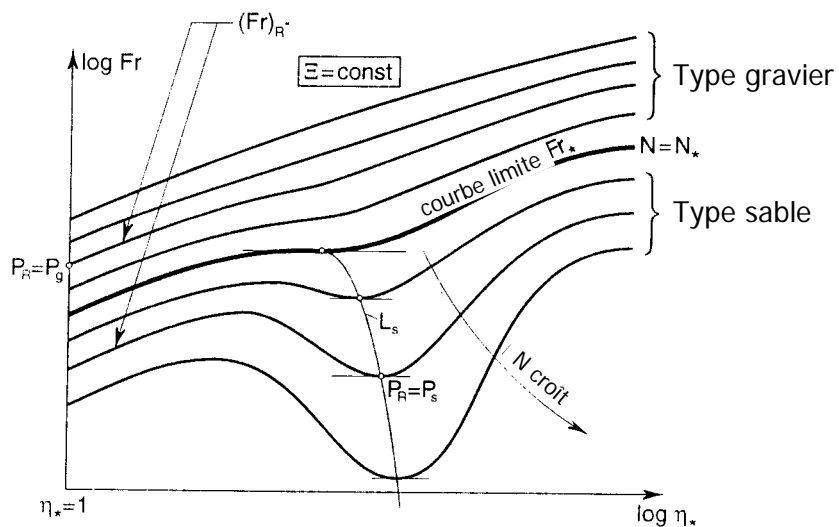


Fig. 5.8 : Représentation schématique de la famille de courbes  $Fr = \psi_{Fr}(\eta_*, N)$

Sur la figure 5.8, plus  $N$  est grand, plus  $Fr$  est bas. Les courbes situées au-dessous de la courbe limite  $Fr_*$  présentent un comportement de type « sable », celles situées au-dessus, un comportement de type « gravier ». Ces courbes possèdent un minimum ( $\partial Fr / \partial \eta_* = 0$ ) en des points ( $P_s$  où  $\eta_* \gg 1$ ).

Ces minimums locaux sont dus aux formes de lit (rides et dunes), raison pour laquelle cet effet tend à diminuer lors que  $Z = h/D$  et  $N$  décroissent.

Un chenal à l'état de régime peut être représenté dans le plan ( $Fr ; \eta_*$ ) par un point  $P_R$ . La courbe  $Fr$  passant par ce point est sa courbe  $(Fr)_R$ . Le point de régime  $P=R$  coïncide soit avec un point  $P_s$ , soit avec un point  $P_g$  :

1. Si l'état de régime est de type « sable », alors  $P_R = P_s$ . Dans ce cas,  $(\eta_*)_R \gg 1$  et  $(q_s)_R > 0$  (le transport est présent).
2. Si l'état de régime est de type « gravier », alors  $P_R = P_g$ . Dans ce cas,  $(\eta_*)_R = 1$  et  $(q_s)_R = 0$  (pas de transport).

## Calcul de l'état de régime R

### Procédure de calcul

En adoptant le critère  $A_* = u_{moy}$  et sa formulation adimensionnelle  $\pi_{A_*} = Fr$ , et en remplaçant l'équation  $(Q_s)_R$  (5.6) par l'équation  $B_R$  (5.11), on obtient les trois équations suivantes qui peuvent être utilisées en lieu et place des relations (5.5) à (5.7) pour la détermination de  $B_R$ ,  $h_R$  et  $S_R$  :

$$(Fr)_R = Q^2 / (gB_R^2 h_R^3) \quad \text{Equ. de résistance} \quad (5.24)$$

$$B_R = \alpha_B \sqrt{Q / v_{*cr}} \quad \text{Equ. de } B_R \quad (5.25)$$

$$(Fr)_R = c_R^2 S_R \rightarrow \min \quad \text{Minimum Fr} \quad (5.26)$$

Comme défini initialement, l'état de régime R est déterminé par 6 paramètres :  $Q$ ,  $\rho$ ,  $v$ ,  $\gamma_s$ ,  $D$ ,  $g$  (5.10).

Il est donc admis que la valeur de ces paramètres est connue dans chaque cas. Les valeurs de  $B_R$ ,  $h_R$  et  $S_R$  peuvent être calculées selon la procédure suivante :

1. Calculer  $E = (\gamma_s D^3 / \rho v^2)^{1/3}$  et  $v_{*cr} = (\gamma_s D / \rho)^{1/2} [\psi(E)]^{1/2}$  ou  $\psi(E)$  est donné par (3.33) et (3.34)
2. Adopter une valeur,  $(B_R)_j$  pour  $B_R$
3. Calculer la valeur correspondante  $(N_R)_j = Q / ((B_R)_j D v_{*cr})$
4. Connaissant  $E$  et  $(N_R)_j$ , déterminer la courbe  $c_j = \phi_c(E, \eta_*, (N_R)_j)$  représentant la variation de  $c_j$  avec  $\eta_*$ .
5. Connaissant la courbe  $c_j$ , déterminer la courbe  $(Fr)_j = (\alpha / (N_R)_j) (c_j^2 \eta_*)^{3/2}$  qui représente la variation de  $(Fr)_j$  avec  $\eta_*$ .
6. Si la courbe  $(Fr)_j$  est de type « sable », déterminer le minimum local  $((Fr)_j)_{\min} = ((Fr)_R)_j$  et la valeur  $((\eta_*)_R)_j$   
Si la courbe  $(Fr)_j$  est de type « gravier », déterminer  $((Fr)_R)_j$  à  $(\eta_*)_R = 1$ .
7. Connaissant  $((Fr)_R)_j$ , calculer  $(h_R)_j$  à partir de l'équation (5.24)
8. Connaissant  $(h_R)_j$  et  $((\eta_*)_R)_j$ , calculer  $(S_R)_j$  à partir de  $((\eta_*)_R)_j = g (S_R)_j (h_R)_j / v_{*cr}^2$
9. Calculer  $(B_R)_{j+1}$  à partir de l'équation (5.25), où  $\alpha_B$  est défini par les équations (5.12) à (5.14). Les valeurs de  $c_f$  et  $c$  qui apparaissent dans les équations (5.12) à (5.14) sont données par les équations (4.38) et (4.45) respectivement. Si  $(B_R)_{j+1} = (B_R)_j$ , le problème est résolu,  $B_R = (B_R)_j$ ,  $h_R = (h_R)_j$  et  $S_R = (S_R)_j$ , sinon répéter la procédure jusqu'à ce que  $(B_R)_{j+1} = (B_R)_j$ .