

- Compenser sans mesures?
  - Moyenne: cofacteurs indépendants des mesures
  - **Caractéristiques des mesures** + modèles → **Caractéristiques des résultats**

*La préanalyse permet d'optimiser le **type**, le **nombre** et la **disposition** des mesures.*

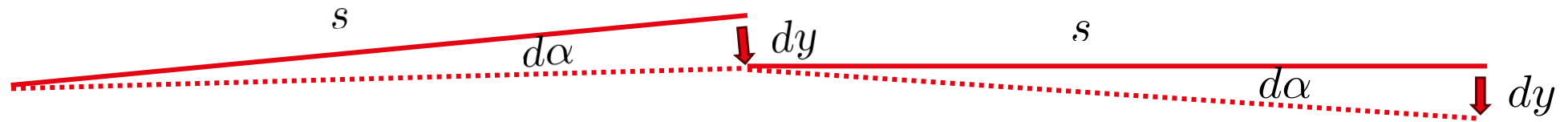
- Evaluation d'un dispositif de mesure
  - Percement d'un tunnel
  - **Tous les autres exemples du cours, et le reste !!!**
- Et si l'on mesure quand même ...
  - Moyenne: résidus compensés indépendants de  $\sigma_0$
  - Comparer la statistique des résidus et les hypothèses





Un trou de 57 km  
~ 24 10<sup>9</sup> CHF

# Situation »St. Gothard«



- Situation
  - 1 second d'arc ( $\sim 0.2$ ) mgon (**3 mm / km**) est la meilleure précision d'un visé.
  - mais on n'arrive pas de viser plus que sur **100 – 500 m** dans un tunnel
    - Ca donne entre **200 et 40 de visés (et côtés) successives sur 20 km ...**
    - Les erreurs s'accumulent par le factor de ?
- 1 mgon sur env. 20 km ?
  - ? de trop !
- Comment procéder
  - Pour pouvoir obtenir seulement le 8 cm?

# Définitions

## Le gisement

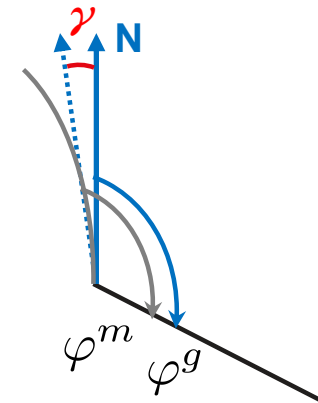
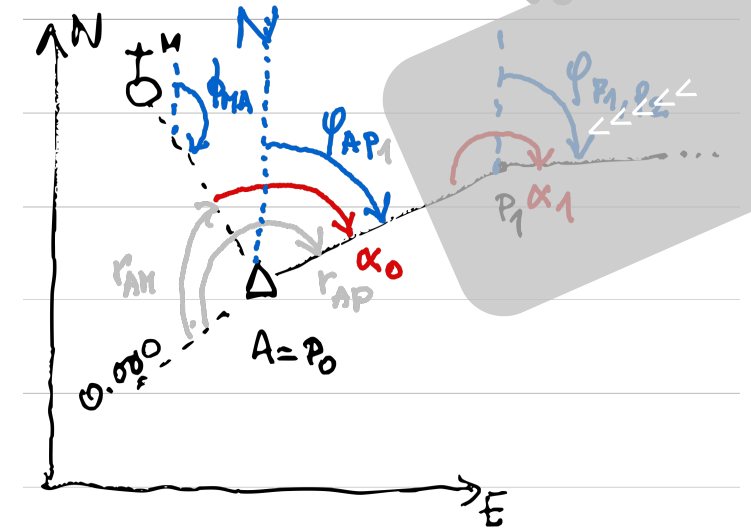
- l'angle par rapport de Nord (sur la carte)
- pourrait être calculé depuis les coordonnées (entre deux points), symbole  $\phi$
- Pourrait être déduit par des observations de directions, symbole  $\varphi$

## L'azimut corrigé

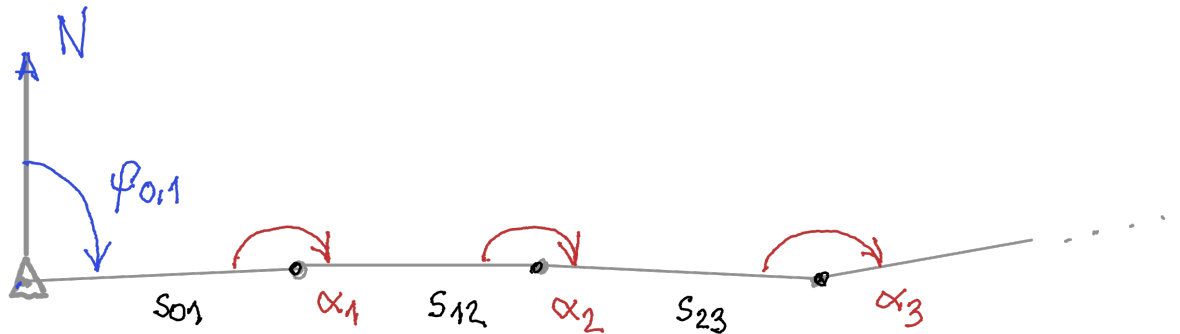
- l'angle par rapport de Nord (méridien local)  $\varphi^m$
- observé par un gyroscope »libre«
- corrigé par rapport de Nord (sur la carte)  $\varphi^g = \varphi^m - \gamma$ 
  - via la convergence  $\gamma$  de méridiens  
(fonction connue avec latitude géographique)

Rattachement d'une polygonale  
dehors de tunnel via gisement calculé

10



# 1. Cheminement polygonal ouvert



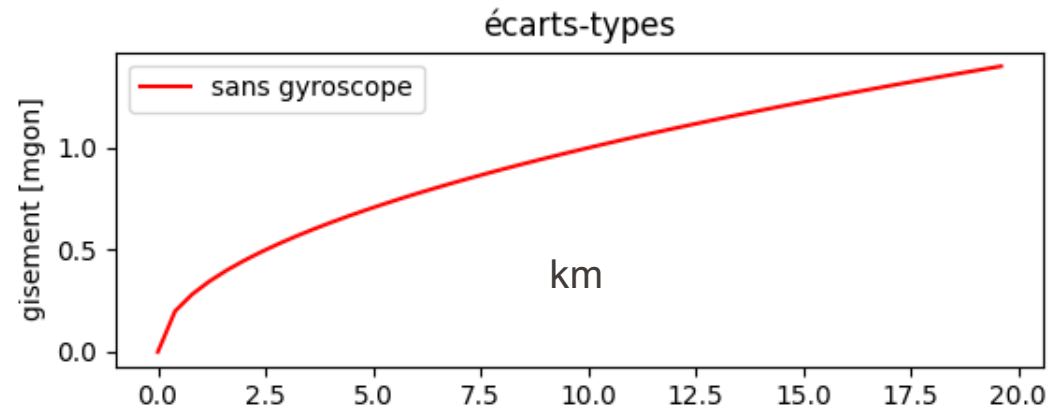
- On mesure
  - des angles  $\alpha_i$  sur chaque station (entre deux côtés successives)  
 $i = 1, \dots, n$
  
- On calcule
  - le gisement par rapport de gisement précédent
  - l'effet sur la précision ?
$$\varphi_{i,i+1} = \varphi_{i-1,i} + \alpha_i - 200 \text{ gon}$$

# 1. Cheminement polygonal - accumulation d'erreurs dans gisement (*d\_alpha*)

- Obtenu comment?

$$\mathbf{K}_{\alpha\alpha} = \sigma_{\alpha}^2 \cdot \mathbf{I}_{(n \times n)}$$

$$\mathbf{K}_{\varphi\varphi} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\alpha\alpha} \mathbf{F}^T$$



$$\varphi_{i,i+1} = \varphi_{i-1,i} + \alpha_i - 200 \text{ gon}$$

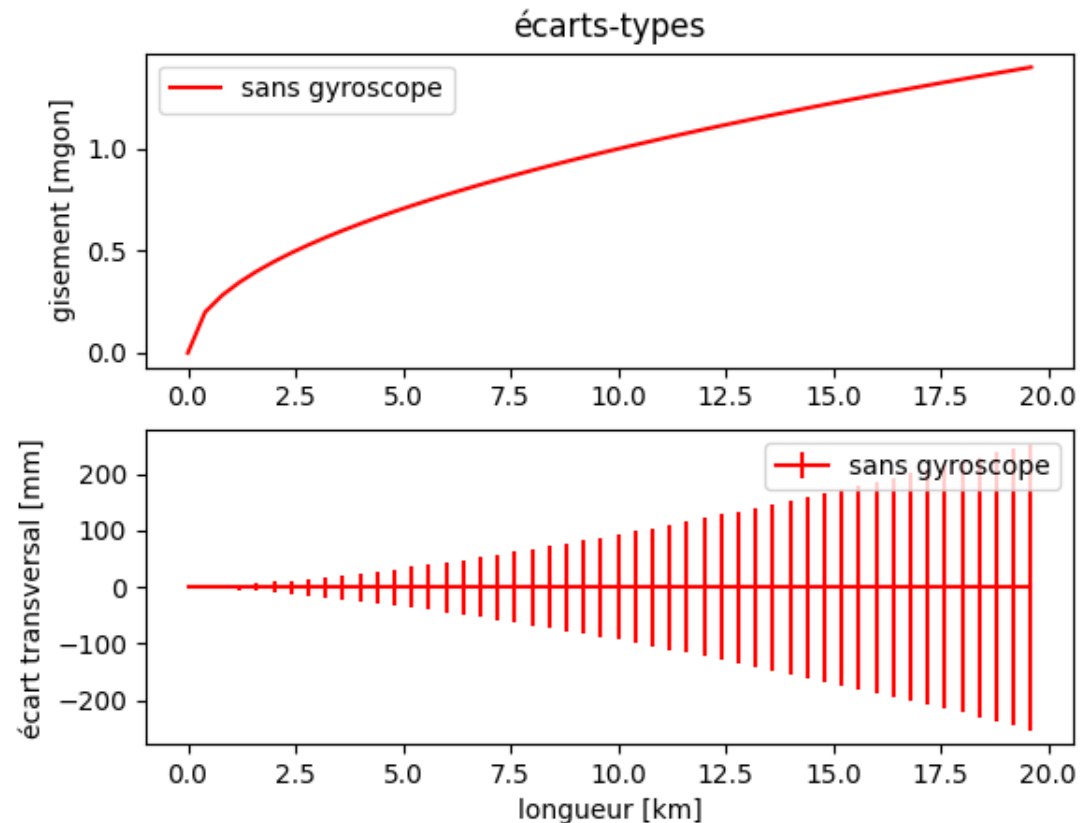
$$\begin{bmatrix} d\varphi_{0,1} \\ \vdots \\ \vdots \\ d\varphi_{n-1,n} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}} \begin{bmatrix} d\alpha_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ d\alpha_{n-1} \end{bmatrix}$$

# 1. Cheminement polygonal - accumulation d'erreur transversale

- Obtenu comment?
  - Notons que seule la précision (et non sa valeur) du premier azimut du polygone influence la propagation successive des erreurs transversales. C'est pourquoi nous ignorons ici sa valeur absolue et nous **considérons le premier gisement comme nul mais d'une certaine variance**.
  - Ceci revient à considérer que l'axe de forage va principalement vers le nord, ce qui ne sera pas forcément le cas dans la pratique. Cependant, **le même effet peut être obtenu en tournant le système de coordonnées sur la carte d'un angle fixe**, ce qui n'est pas détaillé ici.
  - Grâce à cette manipulation, **l'accumulation des erreurs transversales** est conforme à la relation simple suivante :

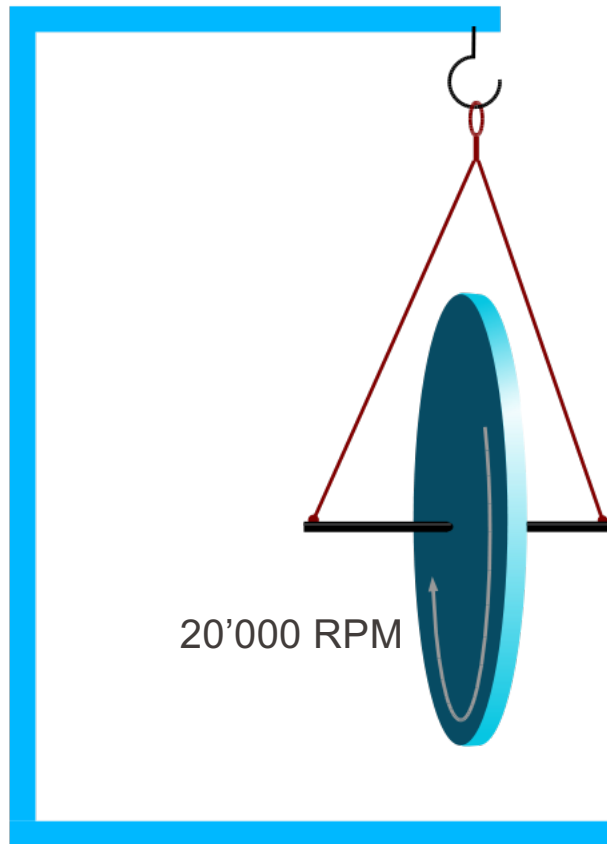
$$dy_i = \underbrace{dy_{i-1} + s \cdot d\alpha_{i-1,1}}_{\mathbf{F}_y = s\mathbf{F}}$$

$$\mathbf{K}_{yy} = s^2 \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \mathbf{F}^T \implies$$



- Comment pouvoir réduire  $dy$  maximale?

## 2. Mesure d'un gyro suspendu, gyromat (DMT)



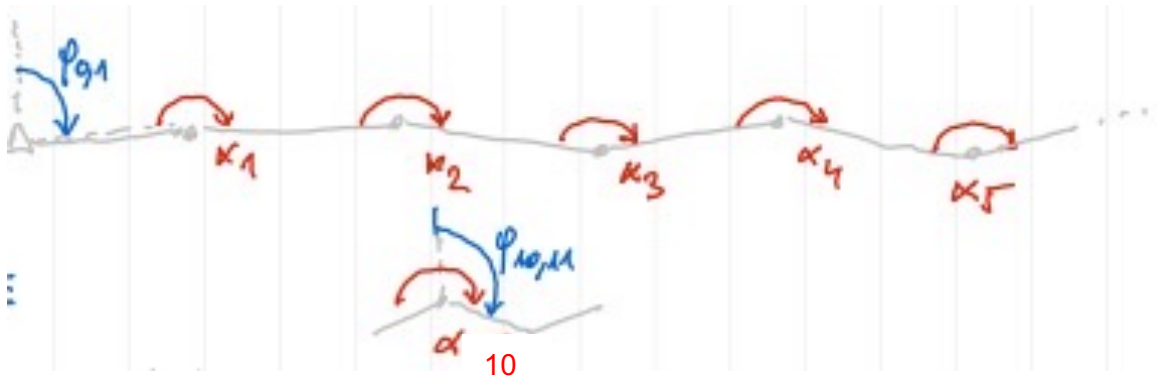
## 2. Mesure d'un gyro – caractéristiques

- Avantages
  - gisement absolu !
  - indépendant !
  
- Déceptions
  - 5 x mois précis (~ 1 mgon)
  - prendre le temps!
  - sensitif aux vibrations
    - chantier en arrêt !



- Comment trouver le bon compromis?
- (or, pas plus de mesures gyroscopiques que nécessaire ... )

## 2. Mesure d'un gyro sur un côté



- La mesure par gyroscope su un côté va donner une condition:
  - gisement gyro absolu - gisement propagé via alpha = 0

$$\varphi_{10,11} - \varphi_{10,11}^g = w_1$$

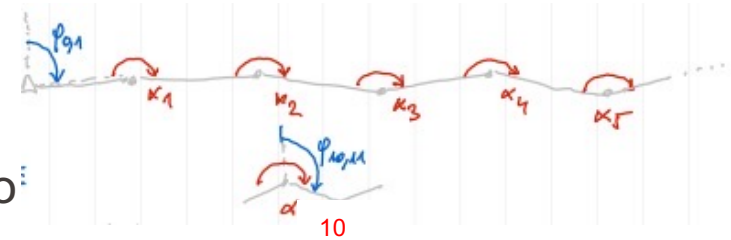
$$\begin{array}{c} \vdots \\ \varphi_{20,21} - \varphi_{20,21}^g = w_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \vdots \\ \varphi_{J-1,J} - \varphi_{J-1,J}^g = w_r \end{array}$$

d'autres mesures gyroscopiques

## 2. Mesures de gyro – création de conditions

- L'exemple d'un system de mesures
  - gyro: chaque 10 côtés pour 50 cotés = 4 x gyro



$$\left[ \dots \quad \varphi_{10,11} \quad \dots \quad \varphi_{40,41} \quad \dots \mid \varphi_{10,11}^g \quad \dots \quad \varphi_{40,41}^g \right]^T = \ell$$

mesures (fictives)

condition (présumée)

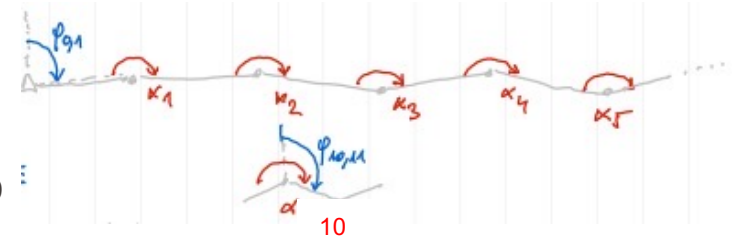
$$\underbrace{\left[ \begin{array}{cccc|cccc} \dots & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & -1 \end{array} \right]} \cdot \ell = \begin{cases} \varphi_{10,11} - \varphi_{10,11}^g = w_1 \\ \vdots \\ \varphi_{J-1,J} - \varphi_{J-1,J}^g = w_r \end{cases}$$

B

vrais !

## 2. Observation d'un gyro – contribution

- L'exemple d'un system de mesures
  - gyro chaque 10 côtés pour 50 cotés = 4 x gyro



mesures

$$\ell = \left[ \dots \varphi_{10,11} \dots \varphi_{40,41} \dots \mid \varphi_{10,11}^g \dots \varphi_{40,41}^g \right]^T$$

B vrais !

$$\mathbf{B} \cdot \ell = \mathbf{w}$$

modèle  
stochastique

$$\mathbf{K}_{\ell\ell} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{\varphi\varphi} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\varphi^g\varphi^g} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \mathbf{K}_{\varphi\varphi} = \sigma_\alpha^2 \cdot \mathbf{F}\mathbf{F}^T \\ \mathbf{K}_{\varphi^g\varphi^g} = \sigma_{\varphi^g}^2 \cdot \mathbf{I}_{r \times r} \end{array}$$

- **Compensation sans aucune mesure!**
  - préanalyse stochastique

$$\mathbf{K}_{\hat{\ell}\hat{\ell}} = \mathbf{K}_{\ell\ell} - \mathbf{K}_{\hat{v}\hat{v}}$$

$$\mathbf{K}_{\hat{v}\hat{v}} = \mathbf{K}_{\ell\ell} \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{K}_{\ell\ell} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K}_{\ell\ell}$$

# 3. Préanalyse avec mesures gyroscopiques

- Compensation sans aucune mesure!
  - préanalyse stochastique après compensation :

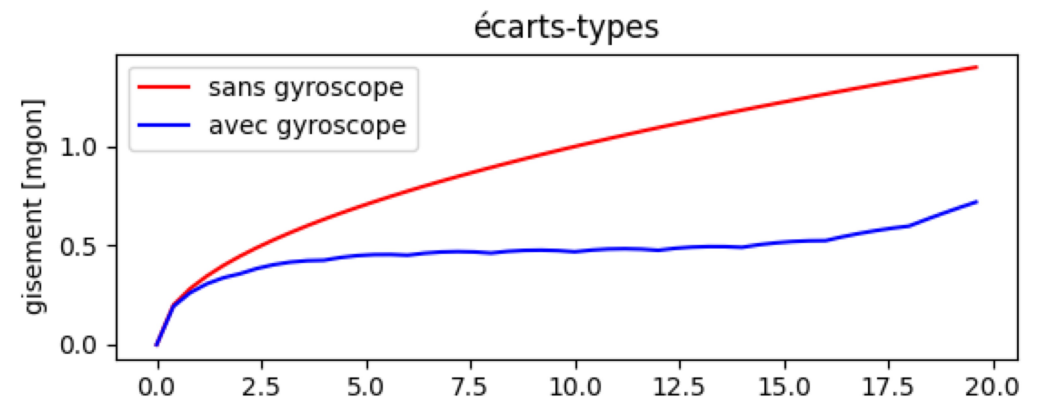
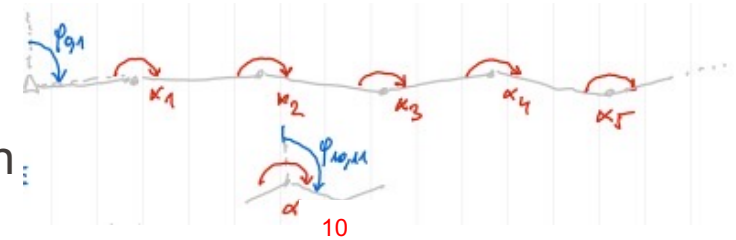
$$\mathbf{K}_{\hat{\ell}\hat{\ell}} = \mathbf{K}_{\ell\ell} - \mathbf{K}_{\hat{v}\hat{v}}$$

- décomposition

$$\mathbf{K}_{\hat{\ell}\hat{\ell}} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{\hat{\phi}\hat{\phi}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\hat{\phi}^g\hat{\phi}^g} \end{array} \right]$$

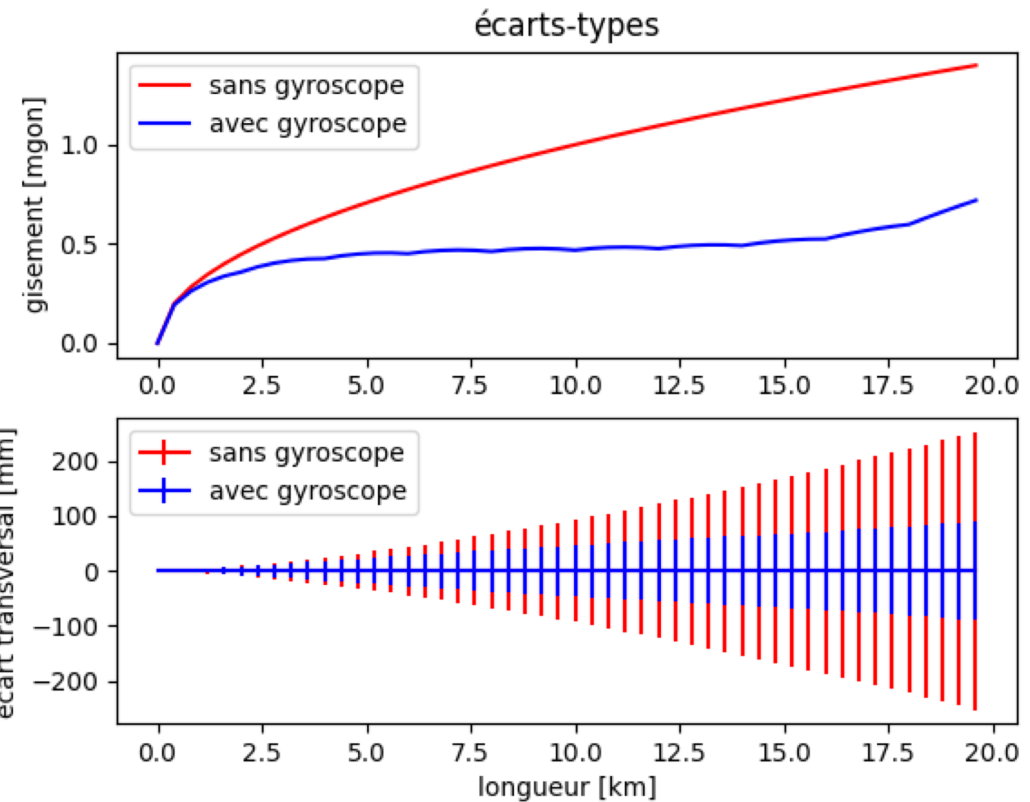
- précision de gisement compensé :

$$\mathbf{K}_{\hat{\phi}\hat{\phi}} \implies$$



# Limiter accumulation d'erreurs par l'observation gyroscopique

$$\mathbf{K}_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} \implies$$



$$\mathbf{K}_{\hat{y}\hat{y}} = s^2 \cdot \mathbf{K}_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} \implies$$

# 9.1 Synthèse - préanalyse de percement



## I. Cheminement polygonal lancé à $n$ côtés égaux

Propagation des angles  $\rightarrow$  gisement indirects et leur matrice de covariance

$$\varphi_{i,i+1} = \varphi_{i-1,i} + \alpha_i - 200 \quad \mathbf{K}_{\varphi\varphi} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\alpha\alpha} \mathbf{F}^T$$

Propagation des gisements (corrélés)  $\rightarrow$  matrice de covariance des écarts latéraux

$$y_i = y_{i-1} + s \cdot \sin(\varphi_{i-1,i}) \quad \text{avec } \varphi_{i-1,i} \text{ petit } \rightarrow dy_i = dy_{i-1} + s \cdot d\varphi_{i-1,i} \quad \text{et} \quad \mathbf{K}_{yy} = s^2 \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\alpha\alpha} \mathbf{F}^T$$



Visualisation avec SysQuake:  $\sigma_{\varphi_{i,i+1}}$  et  $\sigma_{y_{i,i+1}}$  pour  $1 \leq i \leq n$

## II. Ajout de $r$ mesures gyroscopiques $\varphi^{gyro} \rightarrow$ gisements directs

Extension du vecteur des observations et de leur matrice de covariance:  $\ell[(n+r) \times 1]$

Conditions entre gisements indirects et gisements directs (disponible pour  $r$  côté)

$$\varphi_{j-1,j} - \varphi_{j-1,j}^{gyro} = w_j \rightarrow w[r \times 1] \quad \text{et} \quad \mathbf{B}[r \times (n+r)]$$

Compensation simulée  $\rightarrow$  matrice des gisements compensés

$$\mathbf{K}_{\hat{\ell}\hat{\ell}} = \mathbf{K}_{\ell\ell} - \mathbf{K}_{\ell\ell} \cdot \mathbf{B}^T \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{K}_{\ell\ell} \cdot \mathbf{B}^T)^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K}_{\ell\ell}$$

Extraction de la matrice de covariance des gisements indirects compensés  $\mathbf{K}_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}}[n \times n]$

Propagation des gisements compensés  $\rightarrow$  écarts latéraux compensés  $\mathbf{K}_{\hat{y}\hat{y}} = s^2 \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} \mathbf{F}^T$



Visualisation avec SysQuake:  $\sigma_{\hat{\varphi}_{i,i+1}}$  et  $\sigma_{\hat{y}_{i,i+1}}$  pour  $1 \leq i \leq n$

## III. Optimiser la précision (modèles *func.* $[r]$ + *stoch.* $[\sigma_0]$ ) et le coût (arrêt du chantier, équipe de spécialistes, ...)