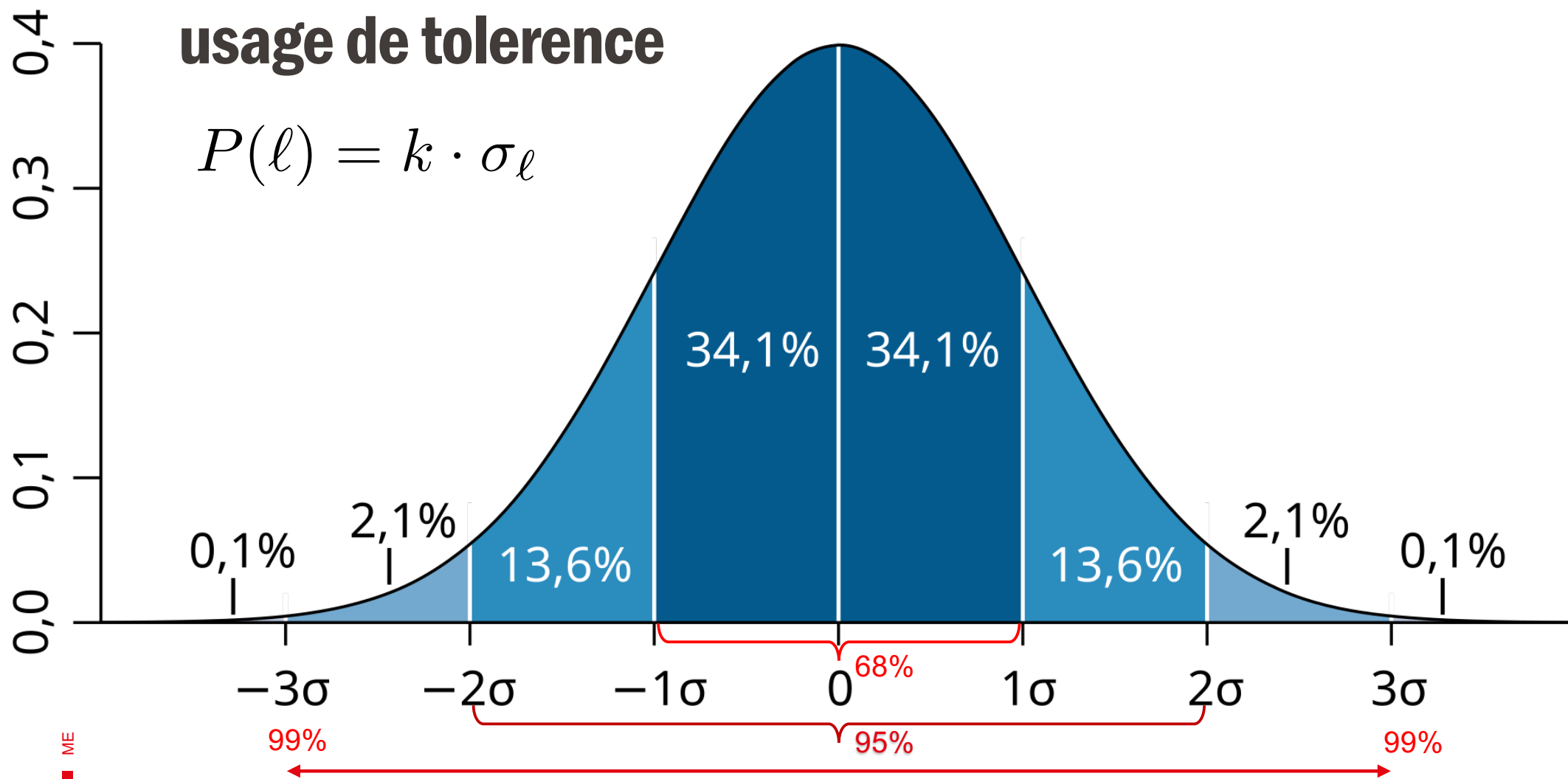


# Agenda 2.1

- Observations en 1D
  - Coefficient de multiplication (tolérance) = Risk et sa probabilité
  - Effet de corrélation entre les mesures
  - Erreur I. et II.
  
- Observations en 2D
  - Formes de (in)dépendance
  - Extrêmes de variations et coefficients de multiplication
  - Terminologie d'erreur
  
- Observations en 3D
  - Formation de K et R

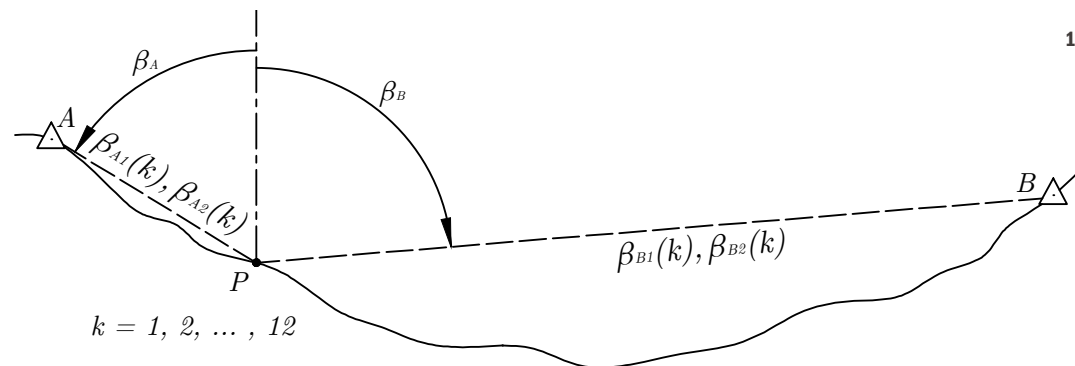
# Erreur maximale usage de tolérance

$$P(\ell) = k \cdot \sigma_\ell$$



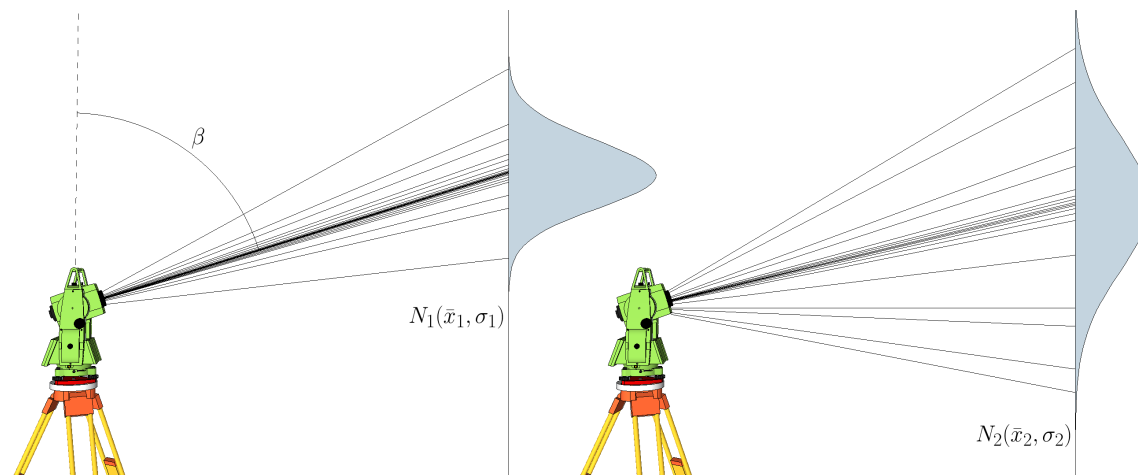
# Exemple de « précision »

## Fig. 1.2-3



- Nivellement (détermination de hauteur) trigonométrique avec des effets:

1. corrélation dans le temps
2. corrélation dans l'espace (distance)

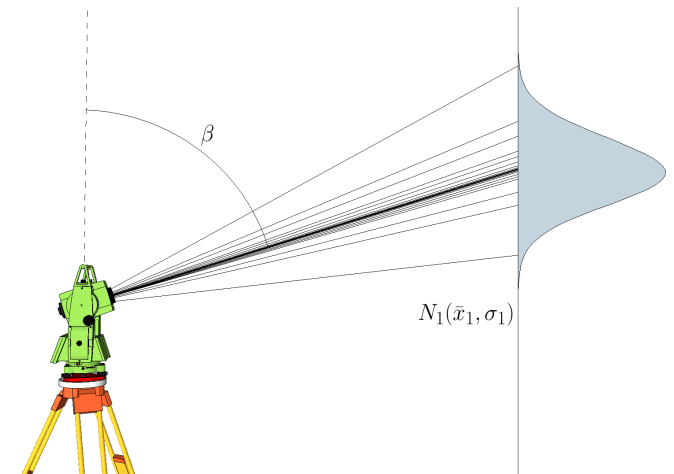


- Seul appareil
- Un court laps de temps

- Plusieurs appareils
- Conditions variables

# Test de l'écarte type empirique

- S'agit-il d'un échantillon aléatoire tiré de la population de base avec  $\sigma = 30''$  ?
- On a besoin quoi?



Précision nominale d'appareil  
(en seconde d'arc)  $\sigma = 30''$

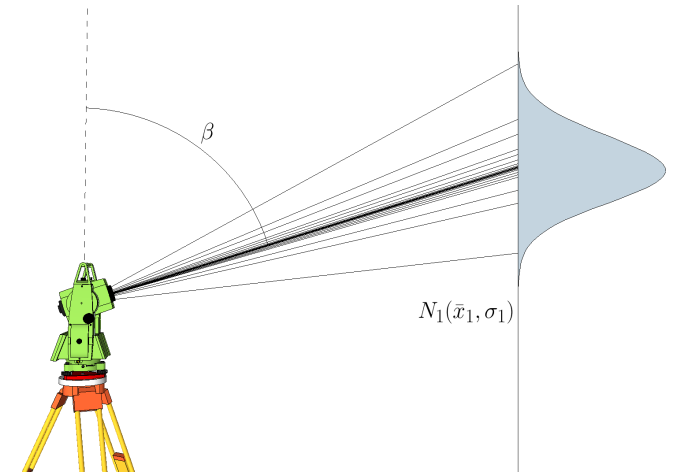
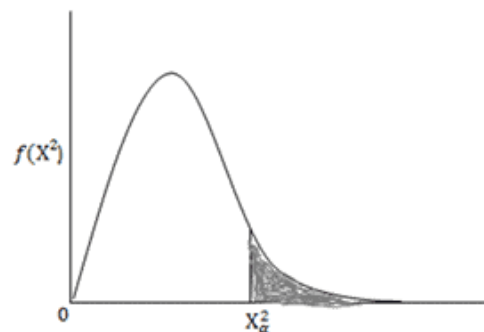
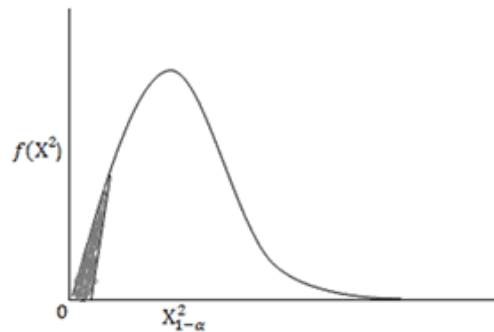
Précision empirique pour  $n = 25$   
(en seconde d'arc)  $\hat{\sigma} = 41''$

# Test de l'écarte type empirique

- Test bilatéral de l'hypothèse,  $H_0 : \sigma = 30$
- contre l'hypothèse alternative,  $H_1 : \sigma \neq 30$
- aux niveaux de signification  $\alpha = 0.05$

- Dans le test bilatéral on **rejet**  $H_0$  si

$$\chi^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2 \quad \text{ou} \quad \chi^2 > \chi_{\alpha/2}^2$$



Précision nominale d'appareil  
(en seconde d'arc)  $\sigma = 30''$

Précision empirique pour  $n = 25$   
(en seconde d'arc)  $\hat{\sigma} = 41''$

# Test de l'écarte type empirique

- Dans le test bilatéral on **rejet**  $H_0$  si

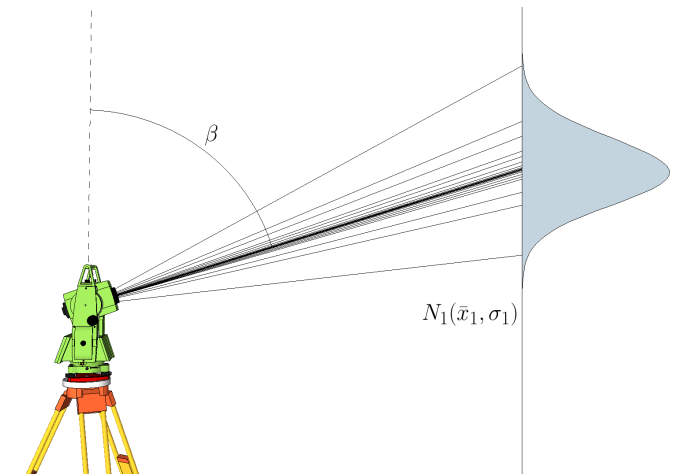
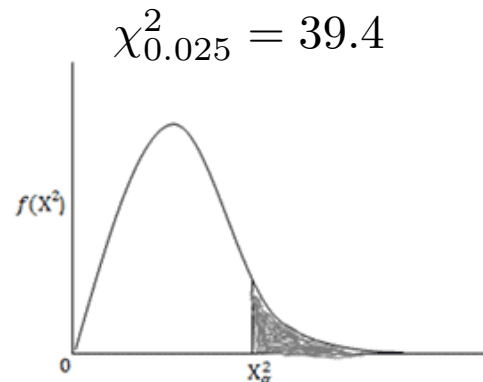
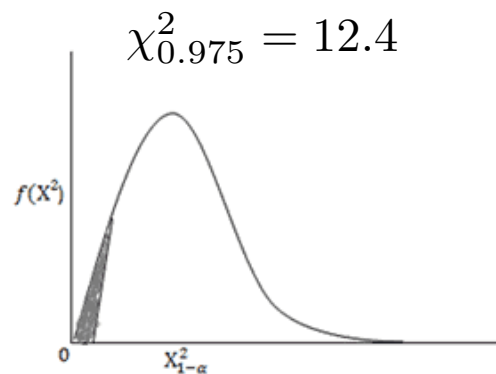
$$\chi^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2 \quad \text{ou} \quad \chi^2 > \chi_{\alpha/2}^2$$

- valeur du critère de test

$$\chi^2 = \frac{n-1}{\sigma^2} \cdot \hat{\sigma}^2$$

$$\chi^2 = \frac{24}{900} \cdot 1681 = 44.8$$

- à partir du tableau  $\chi^2$  pour  $n = 24$



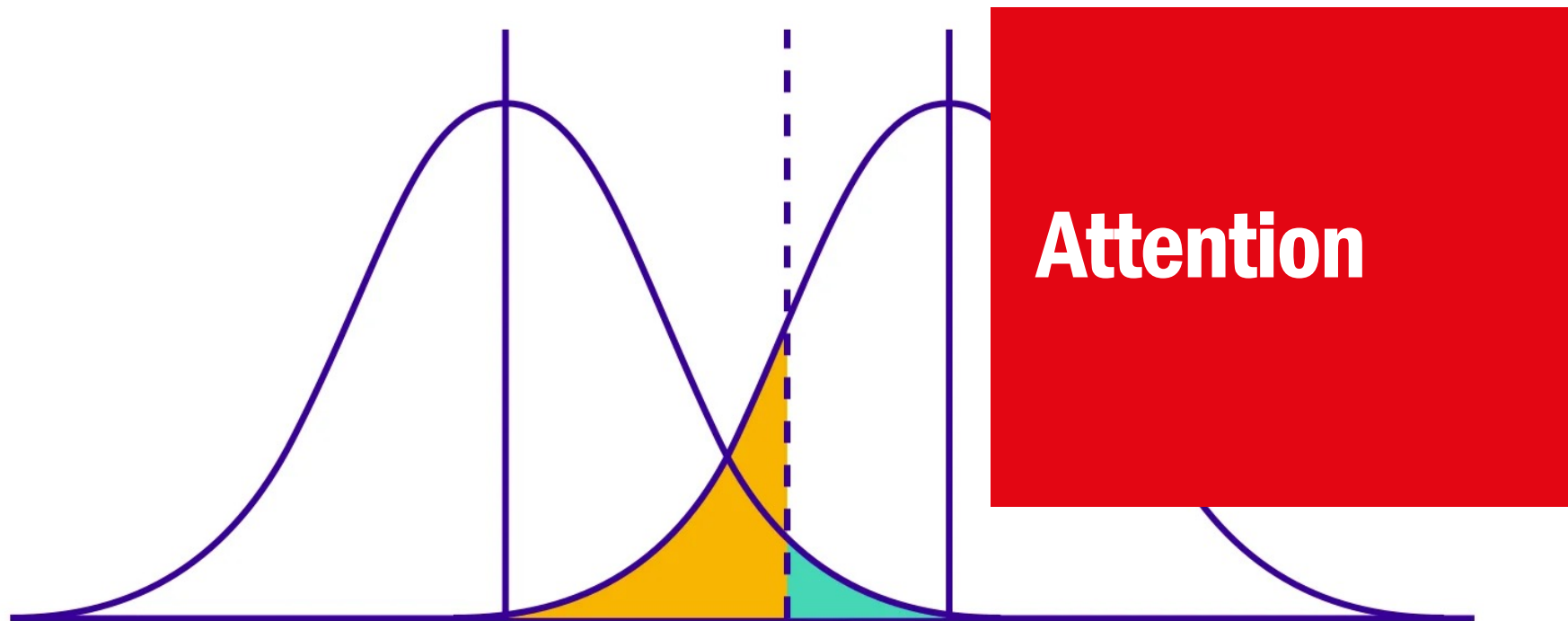
Précision nominale d'appareil  
(en seconde d'arc)  $\sigma = 30''$

Précision empirique pour  $n = 25$   
(en seconde d'arc)  $\hat{\sigma} = 41''$

→ ?

$H_0$  (Null Hypothesis)

$H_1$  (Your Hypothesis)



**Attention**

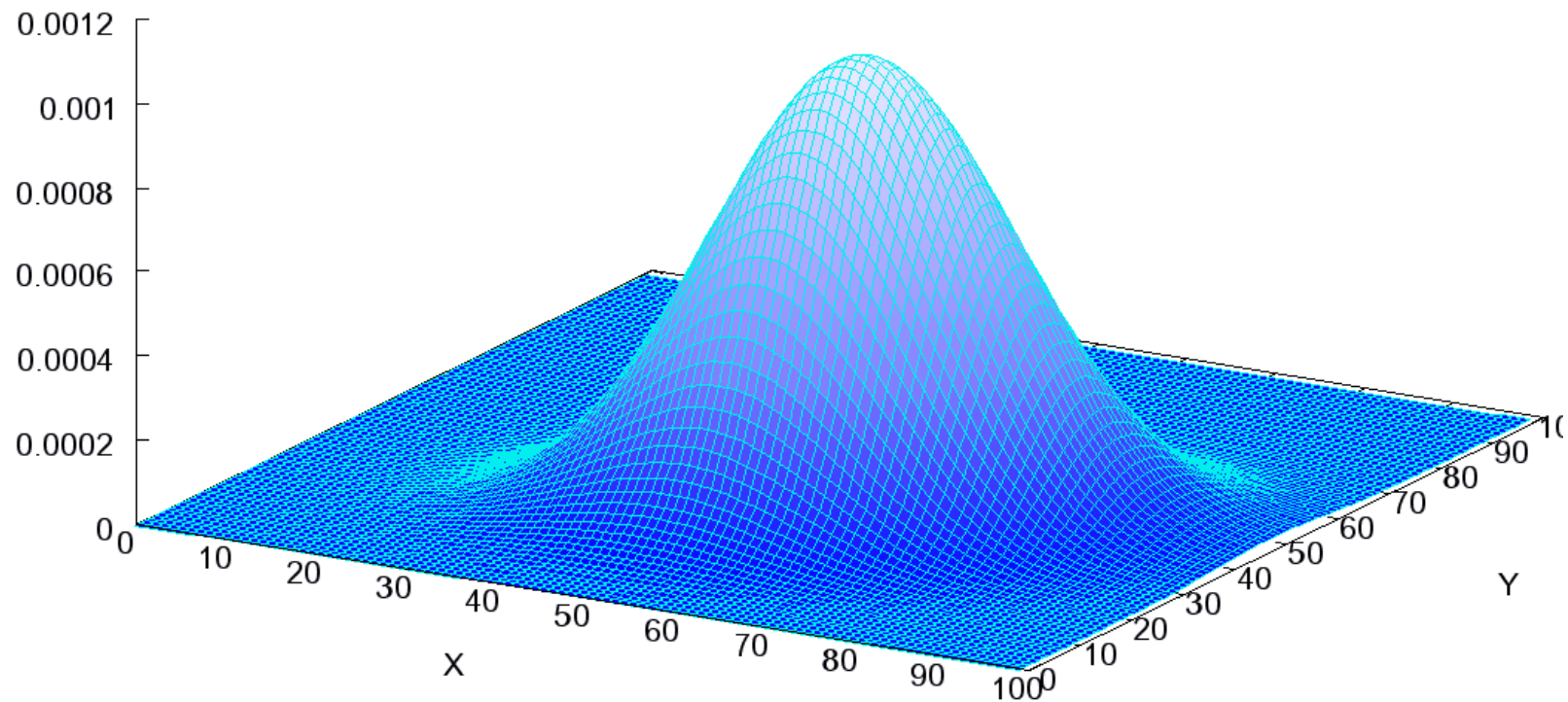
$\beta$

Type II error

$\alpha$

Type I error

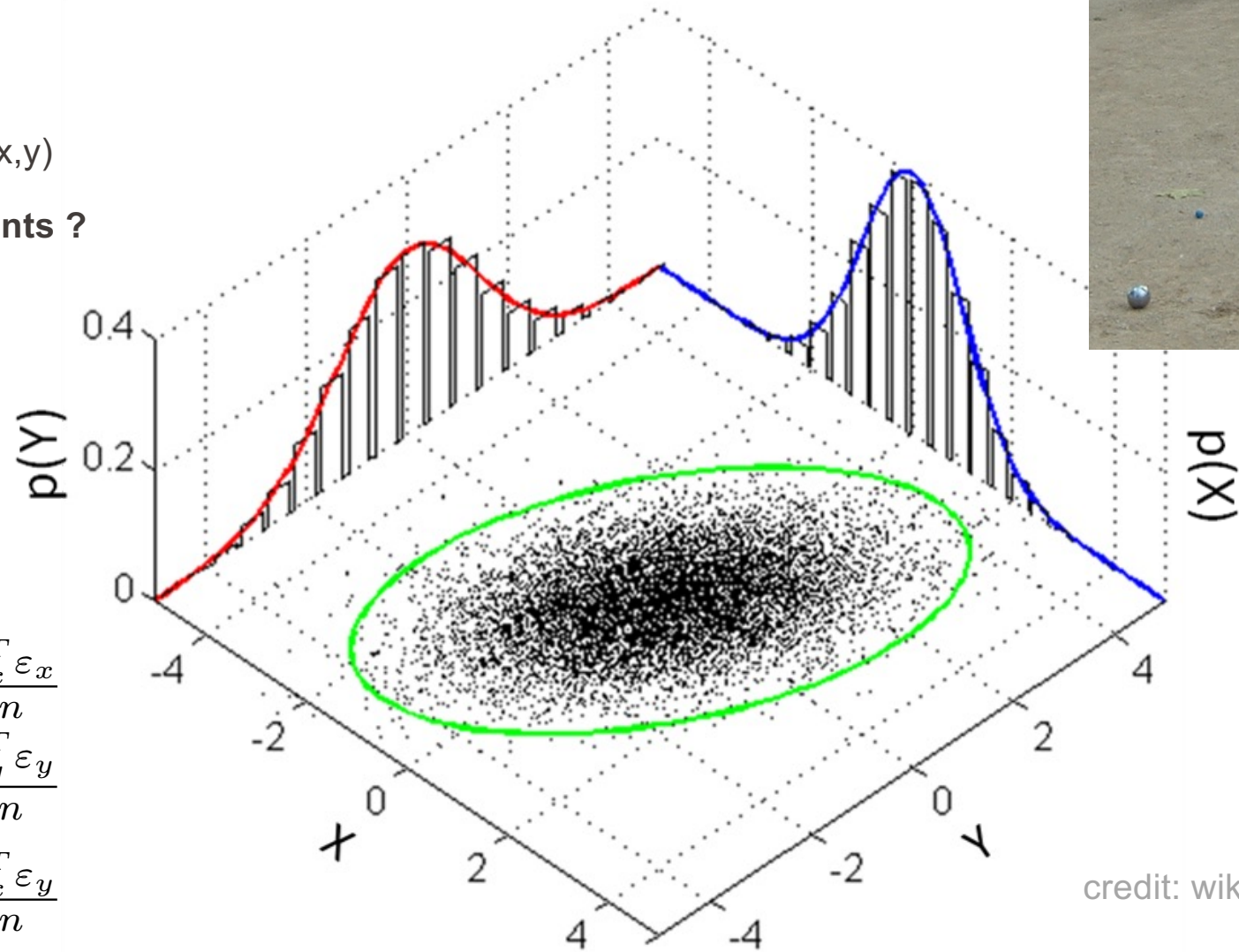
# Distribution Gaussienne 2D



# Distribution Gaussian 2D

2 variables (x,y)

- indépendants ?



$$\sigma_x^2 = \sigma_{x,x} = \frac{\varepsilon_x^T \varepsilon_x}{n}$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y,y} = \frac{\varepsilon_y^T \varepsilon_y}{n}$$

$$\sigma_{x,y} = \frac{\varepsilon_x^T \varepsilon_y}{n}$$

■ ME



credit: wiki

# Distribution Gaussian 2D

2 variables (x,y)

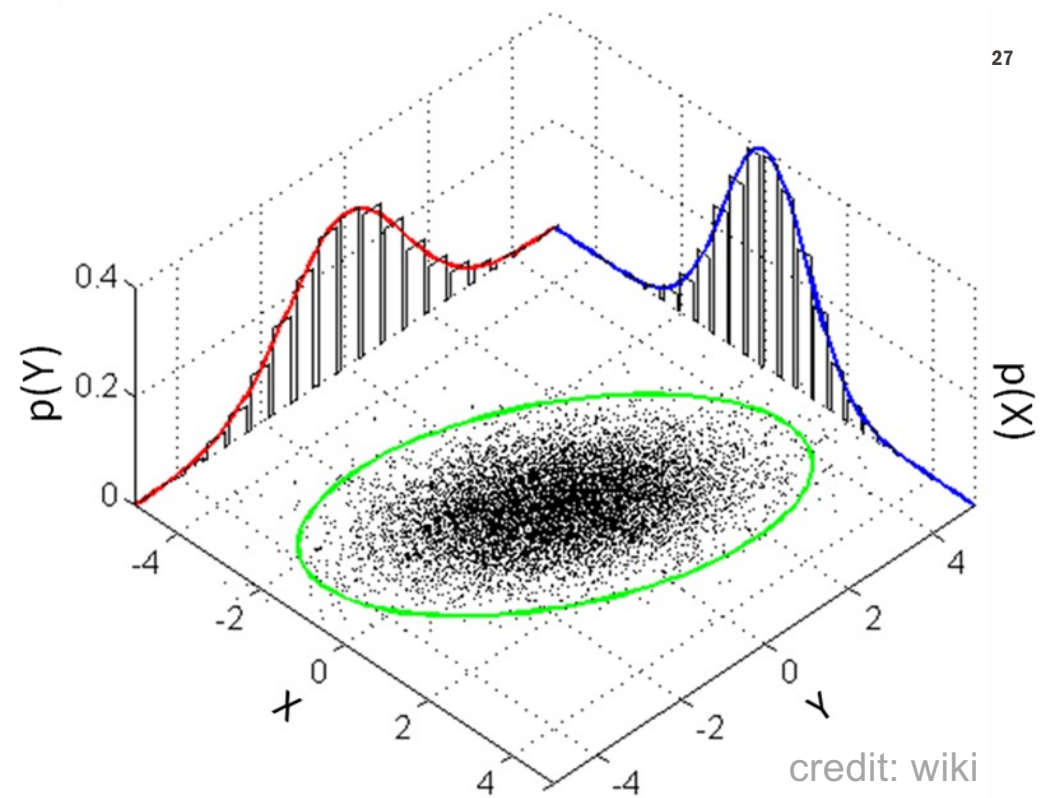
Indépendants ?

- non, si  $\sigma_{x,y} = \frac{\varepsilon_x^T \varepsilon_y}{n} \neq 0$

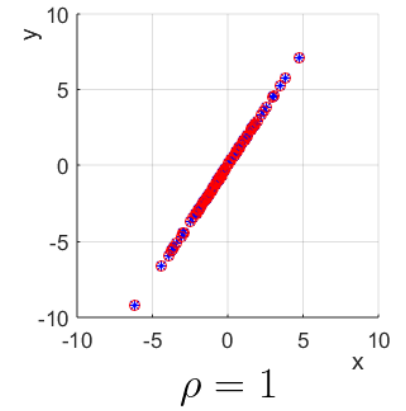
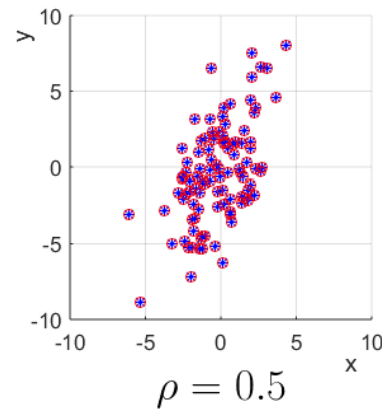
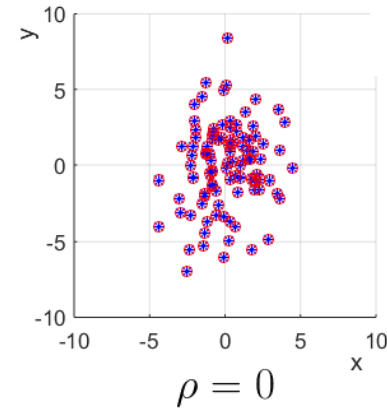
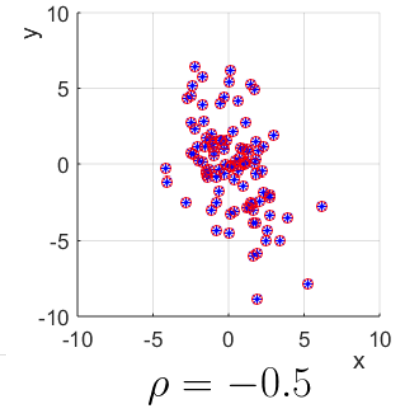
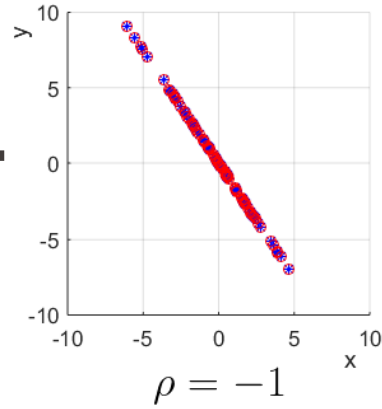
$$\rho_{x,y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \neq 0$$

**Attention !!!**

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\sigma_{xx}}$$



# Distribution 2D corrélée, Fig. 1.1



# Observations corrélées

- Simulation 2D
  - Ellipses d'erreur et de confiance
  - Valeurs de référence

$r$  = redondance ou  
degrés de liberté (=  $f$ )

$k$  = multiplicateur de l'ellipse  
d'erreur moyenne ( $1\sigma$ )

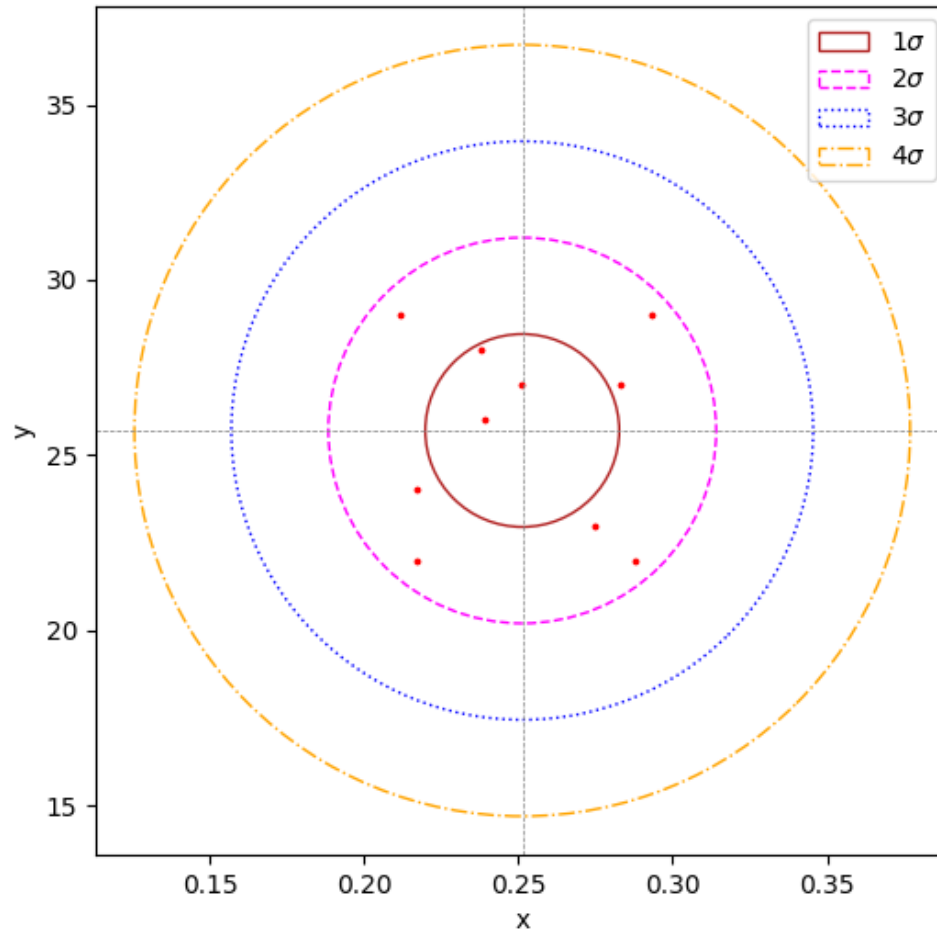
$p$  = probabilité d'être à l'intérieur

$r$	$k$	$p$
$\infty$	1	39.35%
$\infty$	2	86.47%
$\infty$	2.45	95%
$\infty$	3.03	99%
10	2.9	95%
5	3.4	95%
2	6.1	95%
10	3.9	99%
5	5.2	99%
2	14	99%

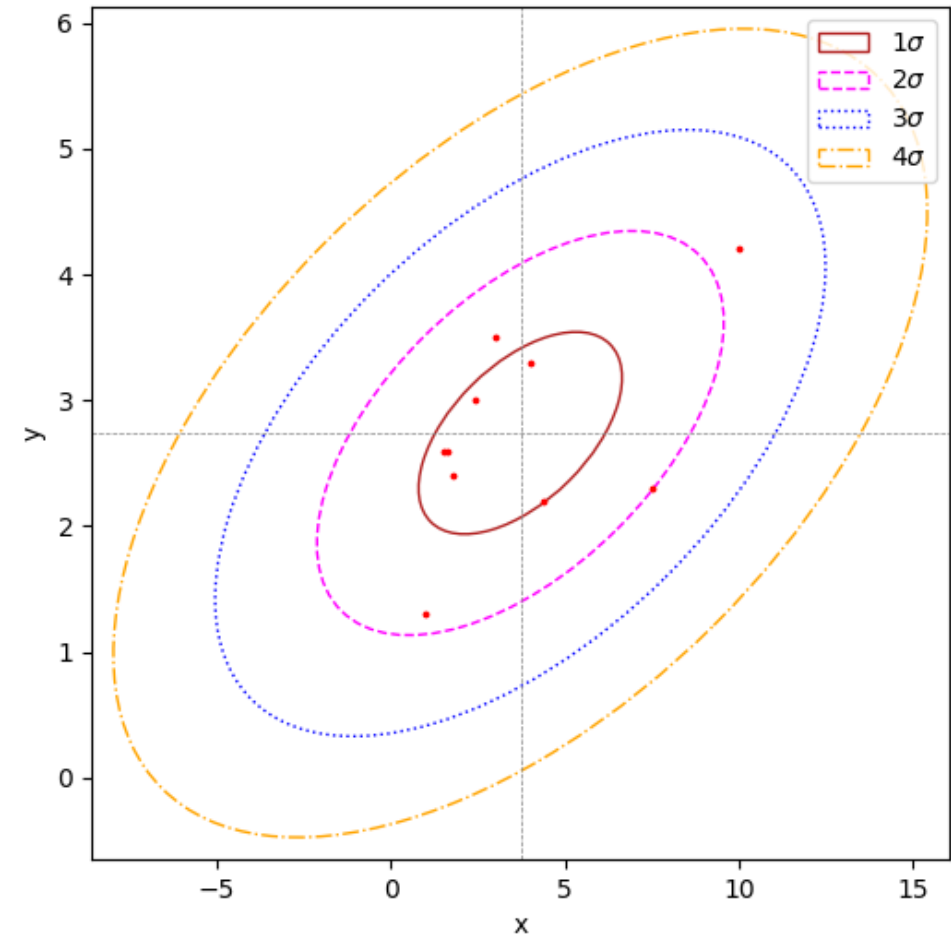
# Distribution Gaussian 2D – examples

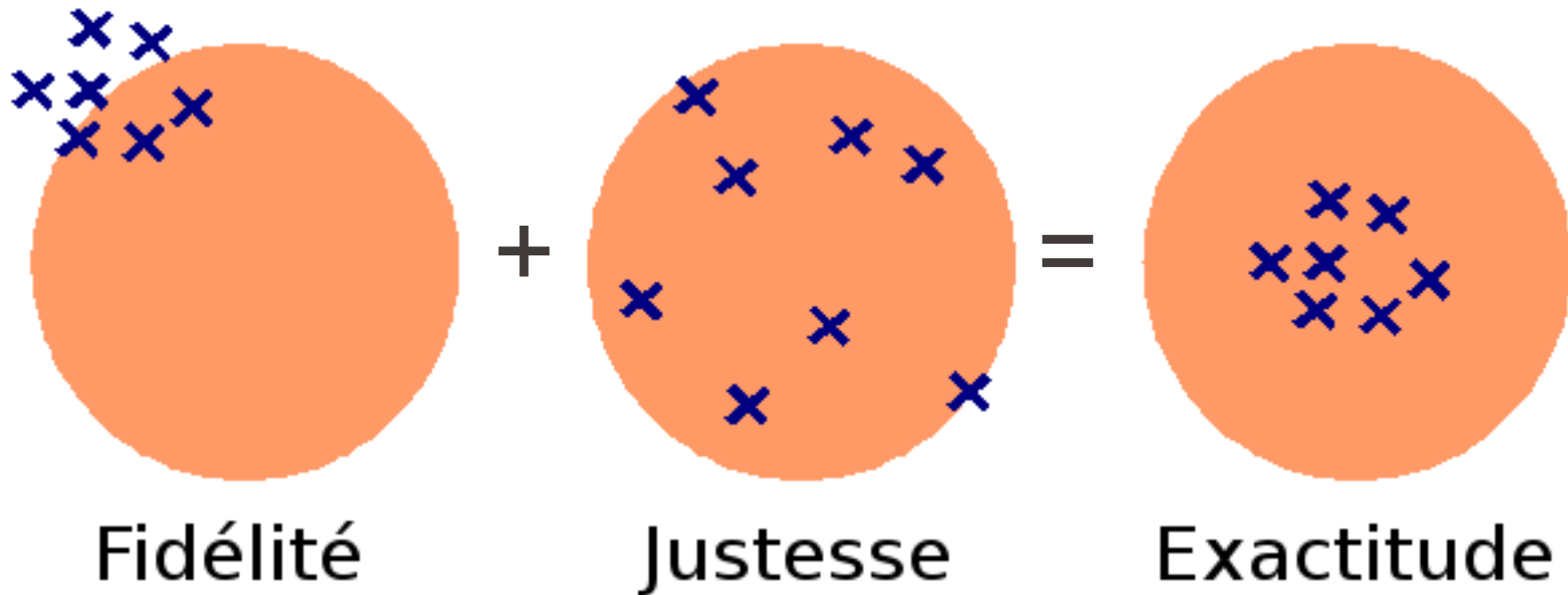
Extremes de variation – Fig 1.9  
Equations (1.1) – (1.3)

Première série de données



Seconde série de données





Fidélité

Justesse

Exactitude

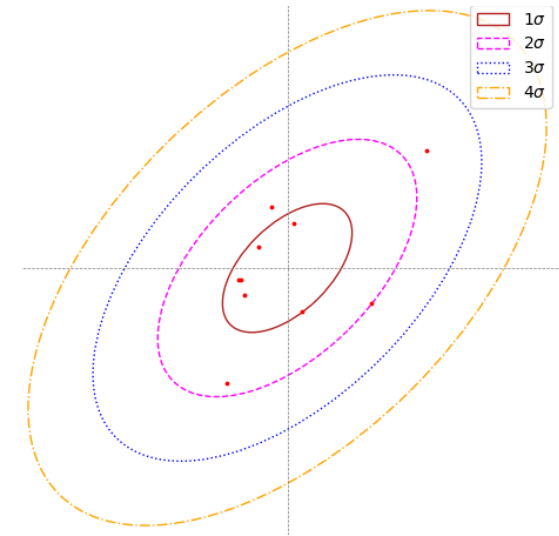
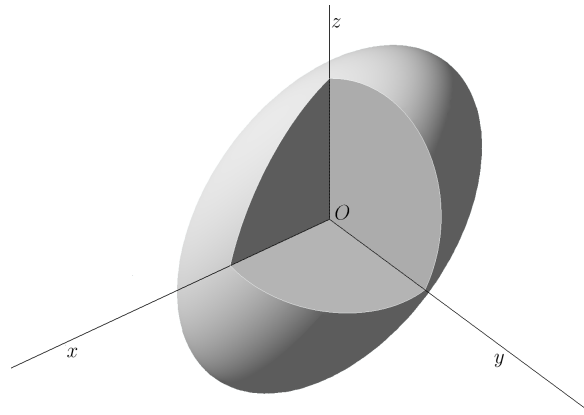
# Incertitude de mesure

## Terminologie ISO 5725-1

- Dispersion en conditions stables
  - Erreurs systématiques exclues
  - Répétabilité, précision (résultats), fidélité (instrument)
  - (*Wiederholbarkeit, repeatability, precision*)
- Dispersion en conditions variées
  - Erreurs systématique incluses
  - Reproductibilité (*Reproduzierbarkeit, reproducibility*)
- Proximité de la vérité
  - Justesse (=absence de biais) (*Richtigkeit, trueness*)
- Combination
  - Précision (fidélité) + justesse = exactitude
  - *Präzision (Innere Genauigkeit) + Richtigkeit = (äussere) Genauigkeit*
  - (*precision + trueness = accuracy*)

# Distribution Gaussian

## 3D



▪ k (multiplicateur) vs probabilité

▪ 3D vs 2D

$\sqrt{\alpha}$	Probability [%]	Notation	$\sqrt{\alpha}$	Probability [%]
1.00	19.9	$1\sigma$ or standard ellipsoid	1.00	39.4
1.53	50.0	Spherical error probable (SEP)	1.18	50.0
$\sqrt{3}$	61.0	Mean radial spherical error (MRSE)	$\sqrt{2}$	63.2
2.00	73.8	$2\sigma$ ellipsoid	2.00	86.5
2.80	95.0	95% confidence level	2.45	95.0
3.00	97.1	$3\sigma$ ellipsoid	3.00	98.9

▪ Credit: ENV548 - Sensor Orientation

- Matrices  $\mathbf{K}_{\ell\ell}$  ( $\Sigma_{\ell\ell}$ ) et  $\mathbf{R}_{\ell\ell}$ 
  - Génération et interprétation
  - Chiffres significatifs
  - Représentation et stockage
  - Garder pour futurs exercices Python

# Example: 3 variables aléatoires

$$\ell =$$

$$\mathbf{K}_{\ell\ell} (\Sigma_{\ell\ell}) =$$

$$\mathbf{R}_{\ell\ell} =$$