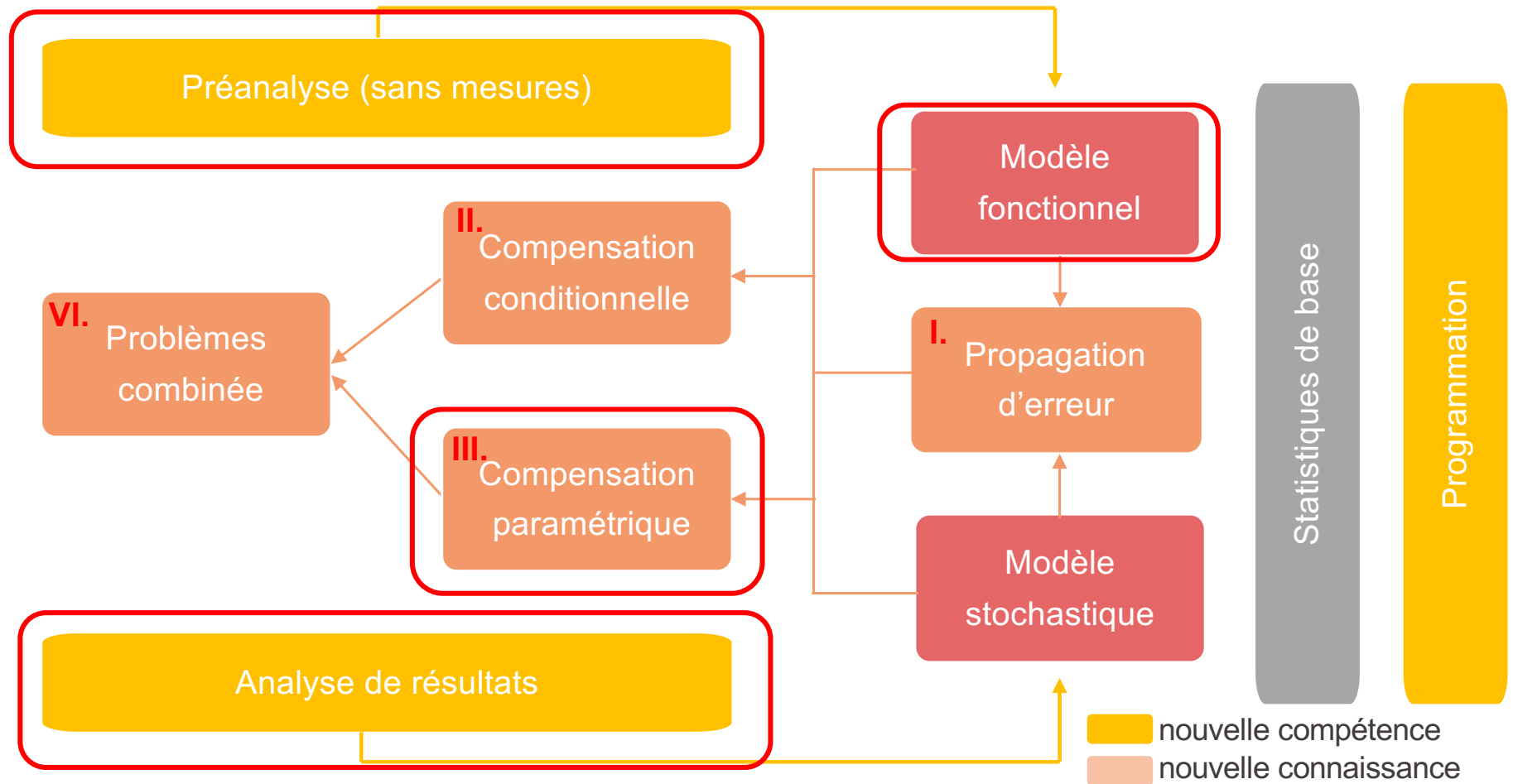


ME Cockpit de matières et de compétences

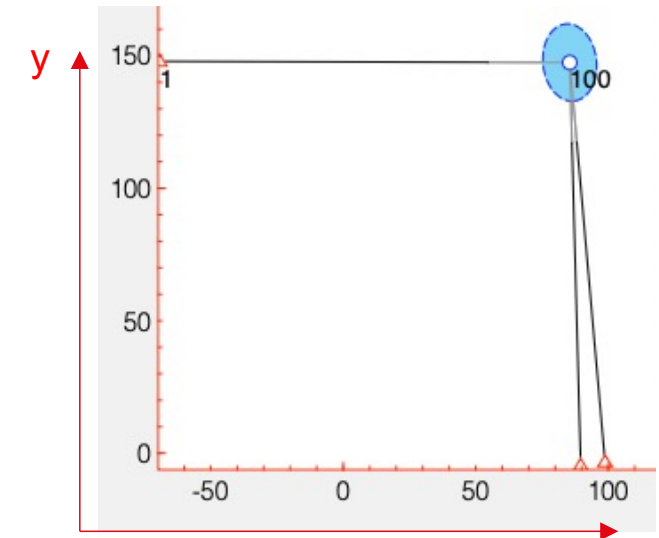
- Comment réussir à observer et estimer avec confiance?



- Dernière fois
 - Fiabilité – interne
 - Fiabilité – externe

- Aujourd'hui
 - 1. Fiabilité**
 - interne – démo passé résolu
 - externe – démo 3

 - 2. Ajustement de fonction**
 - Fautes?
 - Modèle?

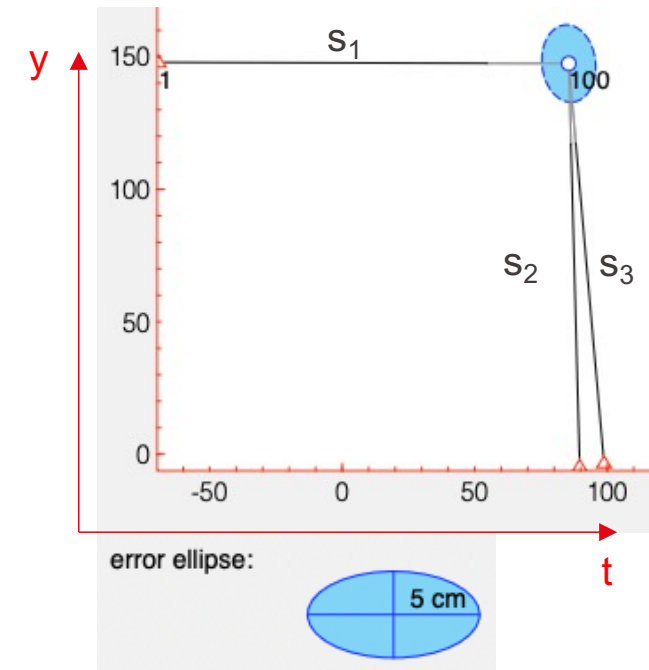


Fiabilité: exemple simple 1/4

- Démo de la semaine passée
 - Analogie entre les distances mesurées (s_1, s_2, s_3) et les poutres dans la construction
 - Si s_1 a un défaut - tout tombe!
 - Si s_2 a un défaut – pas grave (il y a s_3)!
 - Comment exprimé l'estimation d'une jointure (t, y) en compensation paramétrique ?

$$\ell - \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

$$\begin{array}{l} s_1 - v_1 = \\ s_2 - v_2 = \\ s_3 - v_3 = \end{array} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ y \end{bmatrix}$$

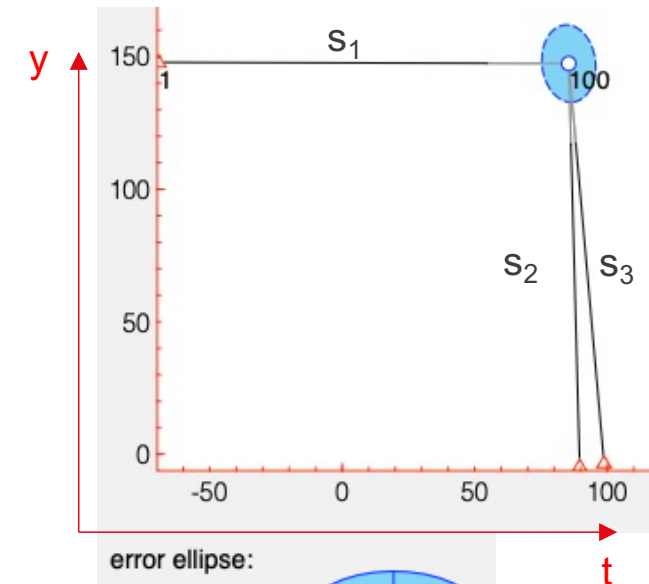


Fiabilité: exemple simple 2/4

- Démo de la semaine passée
 - Comment obtenir les propriétés de (t, y) par la compensation paramétrique sans mesures ?
 - Hypothèse $\mathbf{P} = \mathbf{I}_3 \rightarrow \mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$

$$\mathbf{Q}_{xx} = \left\{ \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}_3 \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}_2 \right\}^{-1} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

- Propriétaires
 - ellipse est droite : pas des corrélations entre les paramètres $\rho_{t,y} \rightarrow 0$
 - ellipse est allongée $\sigma_t > \sigma_y$



$$\sigma_t = \sigma_0 \cdot$$

$$\sigma_y = \sigma_0 \cdot$$

Fiabilité: exemple simple 3/4

- Démo de la semaine passée

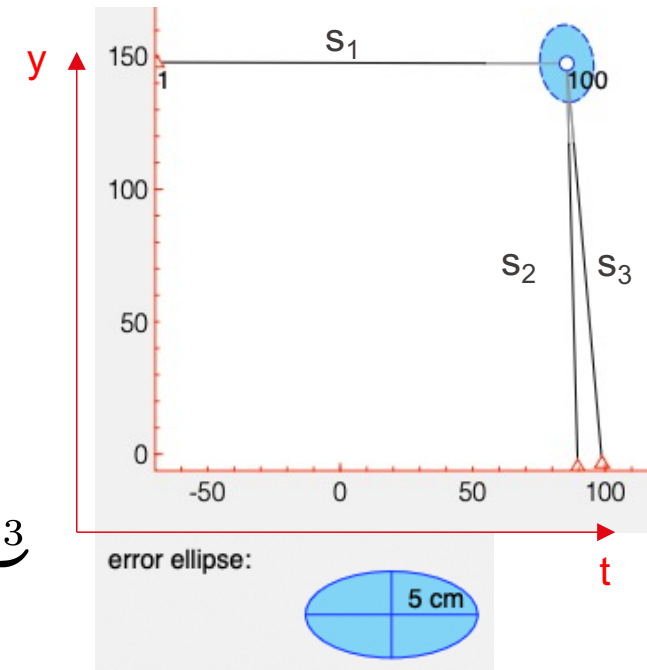
- Analyser plus loin ... $Q_{\hat{v}\hat{v}} = Q_{ll} - A Q_{xx} A^T$

$$Q_{\hat{v}\hat{v}} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}_2 \underbrace{\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}_2 \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}_3}_{\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}_{3 \times 3}}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \Rightarrow$$

- Implications $\sigma_{\hat{v}_1} = 0$

- On peut multiplier s_1 par un constant, sans que son résidu change
- \rightarrow pas mis en garde ! pas de contrôle !



$$q_{\hat{v}_1}^2 = 0 \rightarrow \sigma_{\hat{v}_1} = 0 !$$

$$\sigma_{\hat{v}_2} = \sigma_{\hat{v}_3} = \sigma_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rho_{\hat{v}_1, \hat{v}_2} = \rho_{\hat{v}_1, \hat{v}_3} = 0$$

$$\rho_{\hat{v}_2, \hat{v}_3} = \frac{-1/2}{\sqrt{1/2}\sqrt{1/2}} = -1$$

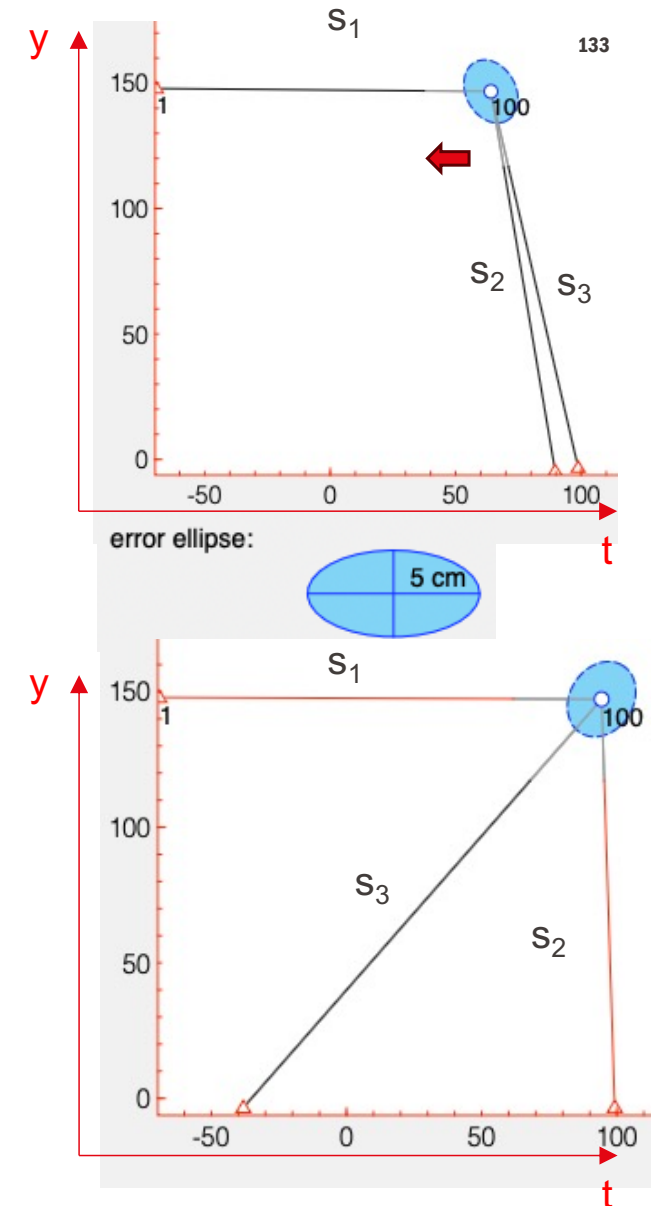
Fiabilité: exemple simple 4/4

■ Fiabilité (sécurité)

- ... $z_i = (\mathbf{Q}\hat{v}\hat{v} \cdot \mathbf{P})_{ii} = z_1 + z_2 + z_3 = 1$
- si s_1 change \rightarrow pas d'ALARME, s_2 s_3 se adaptent
- sans s_1 ? Pas de support pour s_1 !

■ Comment supporter s_1 ?

- Comme dans la construction ...
.. que les mesures (poutres) se contrôlent (se soutiennent) mutuellement !
- e.g. $s_3 - v_3 = \sqrt{t^2 + y^2} \approx \frac{\partial \sqrt{\cdot}}{\partial t} \delta t + \frac{\partial \sqrt{\cdot}}{\partial y} \delta y$
- Fait les \rightarrow les résidus seront plus zéro!
- Possibilités $\approx 0.2 + 0.2 + 0.6 = 1$
 $\approx 0.33 + 0.33 + 0.33 = 1$



Fiabilité demo 3: GPS



Démo Sysq. (DOP/DOP15P_ted.sq)

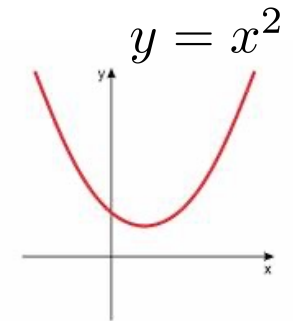
Synthèse - l'exemple et redondance

- Cofacteurs des paramètres GPS $Q_{\hat{x}\hat{x}}$ (4x4)
 - Variances, écarts-types et corrélations
 - Visualisation 2D: *ellipse d'erreur*
 - *Dilution Of Precision* (DOP) – trace $Q_{\hat{x}\hat{x}}$
 - Définition de HDOP, extraite de $Q_{\hat{x}\hat{x}}$ (3,3)
 - Cercle d'erreur moyenne, rayon = σ_0 [m] · HDOP [sans dimension]
 - *Circular Error Probable* = CEP (50% inside) $CEP_{95} \approx 2 \cdot CEP$



- Cofacteurs des résidus $Q_{\hat{v}\hat{v}}$
 - Pour $\mathbf{P} = \mathbf{I}$: $\text{trace} (Q_{\hat{v}\hat{v}}) = n - u = \text{redondance}$
 - Élément diagonal = **part de redondance** de la mesure
 - Fiabilité = (auto) capacité de détecter une faute
 - Contrôle de l'intégrité (*Integrity Monitoring*)

Vers le modèle correct – exemple de Parabole



- Divers modèles fonctionnels
 - Modèle **linéaire**
 - Visualisation des indicateurs, répartition des parts de redondance
 - Corrélation des paramètres: ordonnée à l'origine a et b
 - Modèle **linéaire centré** ou **forcé**
 - Décorrélant des paramètres
 - Modèle **exponentiel**
 - Erreur systématique + corrélation des paramètres
 - Modèle **parabolique**
 - de-corrélation partielle des paramètres
- **Effet d'une faute** (= erreur grossière)
 - Éliminer ou corriger des mesures?
 - Mettre une faute pleinement en évidence
 - En modifiant le modèle stochastique → estimation robuste
 - Nombreuses fautes → autres méthodes (p.ex. **RAN**dom **SA**mple **C**onsensus)

- Inventaire de vos questions
 - Compléments selon demande
 - Poutres, quadrilatère, gaz parfait, ...
 - A préparer: comment formuler «Gaz parfait» en compensation paramétrique?
- Partition des paramètres (section 4.7)
 - Paramètres **essentiels** (*of interest*)
 - On les résout explicitement
 - Paramètres **auxiliaires** (*nuisance*)
 - On en tient compte, mais ils n'ont pas résolu)
 - Taille réduite des vecteurs et des matrices
 - Application au «gaz parfait» sur Moodle
 - Extension des moindres carrés
 - Paramètre lié à une groupe observations, p.ex. une époque
→ traitement séquentiel des groupes d'observations (en temps réel)
 - Pilotage de procédés, filtre de Kalman

