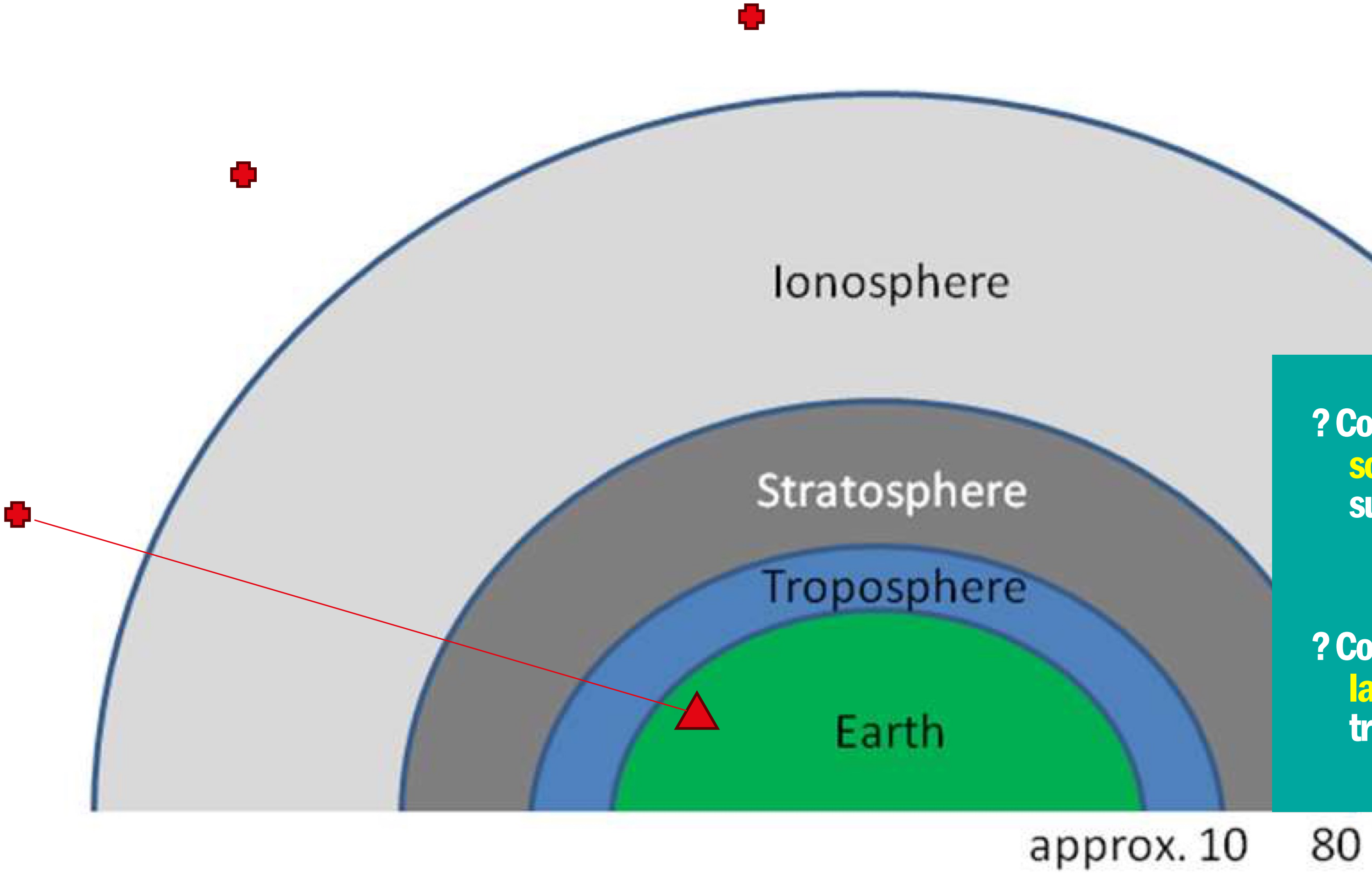
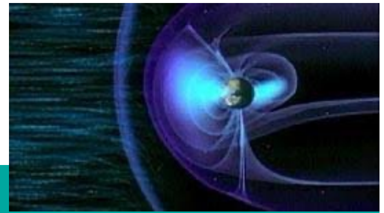




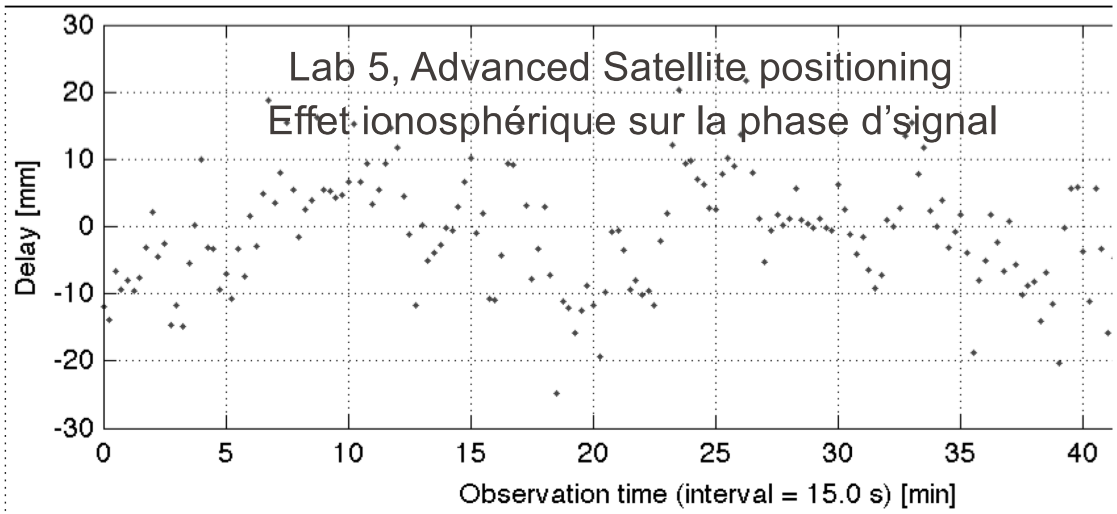
? Comment observer **la force du vent solaire** (contenu total en électrons) sur l'ionosphère terrestre ?

? Comment déterminer globalement **la concentration en eau** de la troposphère terrestre ?

Partition des paramètres

- Pourquoi ?
  - Besoin réel
    - On s'intéresse à l'estimation de *certains* paramètres *seulement*
    - … mais *l'influence des autres paramètres* doit être prise en compte!
    - On veut *optimiser* la compensation de manière séquentielle (dans le temps)

- Exemple
  - Coordonnées GPS [x y z]
  - Effet de délai de ionosphère
    - sur les distances observées
    - il faut tenir compte !
    - mais il change pour chaque mesure (satellite …env. 30)
  - Paramètres
    - à estimer x_1 = [x y z]
    - auxiliaires $x_2 = ino_{di}$



Partition des paramètres

- Pourquoi ?
  - Besoin réel
    - On s'intéresse à l'estimation de certains paramètres *seulement*
    - … mais *l'influence des autres paramètres* doit être prise en compte
    - On veut *optimiser* la compensation de manière séquentielle (dans le temps)

- Comment ? (Sec 4.7)
  1. On regroupe les observations en groupes non corrélés (p.ex. dans le temps)
  2. On sépare les paramètres en une partie commune à toutes les observations et des parties spécifiques au reste
  3. Les calculs sont effectués séparément pour chaque groupe :
     - « poids réduits » $\mathbf{P}_i^* = \mathbf{P}_i - \ldots$
     - contribution aux « équations normales » $(\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \mathbf{A_i})$ ainsi que le vecteur $\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \ell_i$
     - nous résolvons le système d'équation réduit avec la contribution accumulée pour les paramètres d'intérêt $\left(\sum(\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \mathbf{A}_i)\right) \cdot \hat{\mathbf{x}} = \sum(\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i^* \ell_i)$
     - (note: la solution pourrait être calculé **que** pour un groupe de paramètres)

Fiabilité $\neq$ Précision

pour la sécurité

- Interne
  - $d\hat{\ell}_i \overset{?}{\Longrightarrow} dv_i$
  - effet d'une faute dans une mesure sur la valeur de son résidu.
- Externe
  - $d\hat{\ell}_i \overset{?}{\Longrightarrow} d\hat{x}_j$
  - effet d'une faute dans une mesure sur le paramètre

Fiabilité démo 1: précision ... OK, tout OK ?

- Démo Sysq. (PreAna2D)

Fiabilité 2: les valeurs extremes

- Interne $d\hat{\ell}_i \Longrightarrow dv_i$

1. extrême = 0 $dv_i = 0 \cdot d\hat{\ell}_i$ résidu n'est pas affecté !
   - Implication: mesure est a) indispensable b) pas contrôlé!

2. extrême = 1 $dv_i = 1 \cdot d\hat{\ell}_i$ résidu est affecté à 100%
   1. Implication: mesure est c) inutile d) entièrement contrôlé

Fiabilité 3: Interne – comment obtenir ?

$$dv_i = \underbrace{\ldots}_{z_i} \cdot d\hat{\ell}_i$$

- Vieille idée 1968

  - Via «conditionnelle»

$$d\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{Q}_{\ell\ell}\mathbf{B}^T\left(\mathbf{B}\mathbf{Q}_{\ell\ell}\mathbf{B}^T\right)^{-1}\mathbf{B}\,d\ell$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}} = \overbrace{\mathbf{Q}_{\ell\ell}\mathbf{B}^T\left(\mathbf{B}\mathbf{Q}_{\ell\ell}\mathbf{B}^T\right)^{-1}\mathbf{B}} \cdot \mathbf{Q}_{\ell\ell} \qquad \cdot \underbrace{\mathbf{Q}_{\ell\ell}{}^{-1}}_{\mathbf{P}}$$

$$d\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}} \cdot \mathbf{P} \cdot d\ell \qquad (5.3)$$

  - Via «paramétrique»
    via (4.22 + 4.23) …
    - idem!

Fiabilité 4: cas spécial de P = diag[...]

- observations pas corrélées $$d\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}} \cdot \mathbf{P} \cdot d\ell \qquad (5.3)$$
  - P est diagonal

$$\begin{bmatrix} \Delta\hat{v}_1 \\ \vdots \\ \Delta\hat{v}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^2_{\hat{v}_1} & \cdots & q_{\hat{v}_1\hat{v}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{\hat{v}_1\hat{v}_n} & \cdots & q^2_{\hat{v}_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \Delta\ell_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

  - Simplification

$$\begin{bmatrix} \Delta\hat{v}_1 \\ \vdots \\ \Delta\hat{v}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^2_{\hat{v}_1} & \cdots & q_{\hat{v}_1\hat{v}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{\hat{v}_1\hat{v}_n} & \cdots & q^2_{\hat{v}_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ p_i \cdot \Delta\ell_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Longrightarrow dv_i = \underbrace{q^2_{\hat{v}_i} \cdot p_i}_{z_i} \cdot d\hat{\ell}_i$$

$z_i = 0$ pour l'observation non-contrôlé

$z_i = 1$ pour l'observation inutile

Fiabilité 5: parte de rédondance – pourquoi?

$$dv_i = \underbrace{q^2_{\hat{v}_i} \cdot p_i}_{z_i} \cdot d\hat{\ell}_i$$

- z quantifié
  - la propagation d'une faute affectante d'une observation sur son résidu compensé

$$\sum z_i = ?$$

$$\sum z_i = trace\left(\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}}\mathbf{P}\right) = r$$

- Cette relation justifie le nom de z_i :
  - part de redondance
  - *Redundanzanteil*
  - redundancy number

Fiabilité démo 2: parte de redondance

- Entièrement applicable dans le cadre d’une préanalyse
- … a utiliser pour optimiser le dispositif d’observation !
- si une mesure varie, que est l’effet sur son résidue?

- Fiabilité (z) en couleurs
  - rouge < 0.2   Noire < 0.2- 0.8 >   bleu > 0.8

Fiabilité 6: et si on test $\hat{v}_i$?

PLEASE FASTEN SEAT BELT

- Analyse locale
  - quotient local $q_{loc} = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_{\ell_i}}$
  - résidu standardisé $w_i = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_{\hat{v}_i}}$
  - Sec 5.3 (à lire) contient la dérivation pour obtenir $z_i = \frac{\sigma^2_{\hat{v}_i}}{\sigma^2_{\hat{\ell}_i}}$ et après

$$\frac{\hat{v}_i}{\sigma_{\hat{v}_i}} = \frac{q_{loc}}{\sqrt{z_i}} = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_{\ell_i} \cdot \sqrt{z_i}}$$

- Implication
  - La valeur absolue de résidu standardisé est toujours plus grande que celle du quotient local.
  - Résidu standardisé est plus réaliste, mais
    - Requiert une compensation (au mois une préanalyse)
    - Pas définie (ou instable) pour z_i = (proche de) 0
    - A tester pour z > 0.2

Fiabilité 7: plus petite faut détectable!

- Ou plus grande faute non-détectable
  - rappelle

$$dv_i = z_i \cdot d\hat{\ell}_i$$

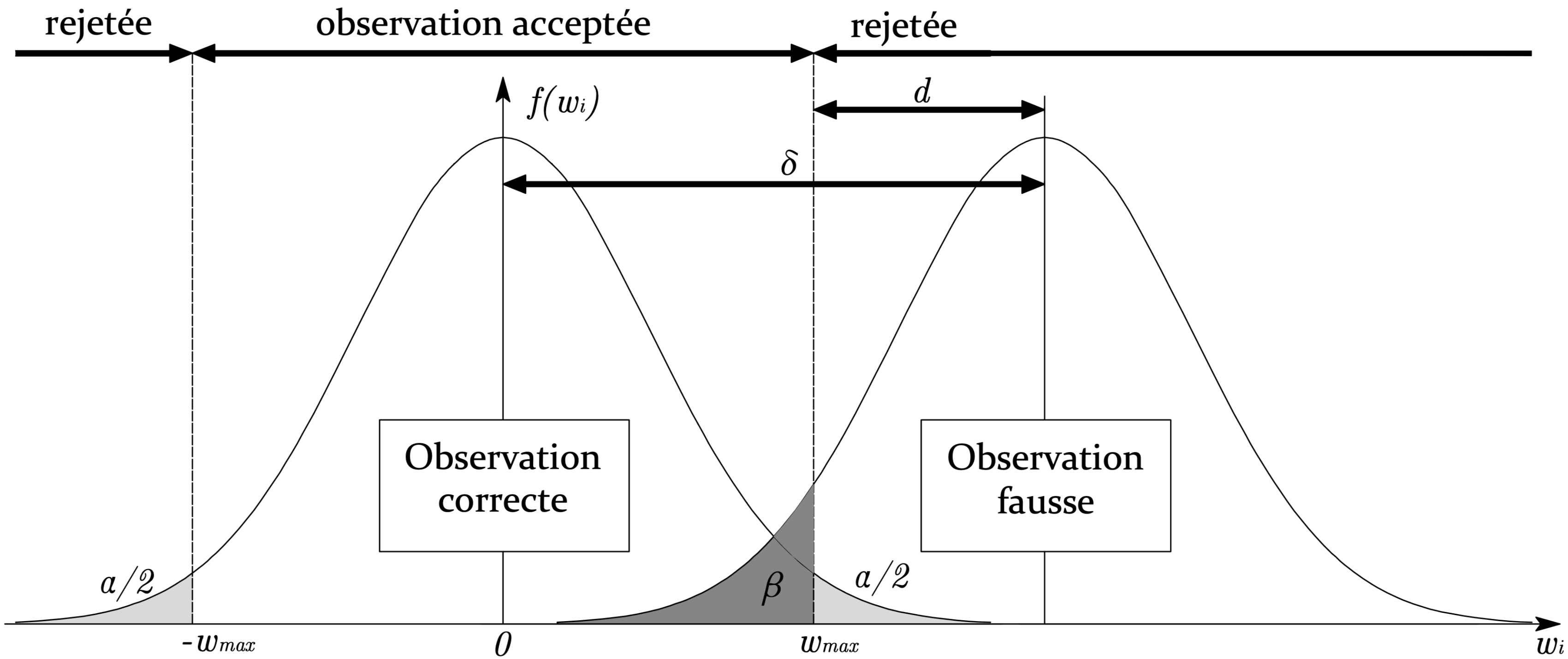
  - nommé «nabla«
    - on le définie la variation d'une observation qui expliquerait l'écart-type de résidu compensé, multiplié par un facteur de sécurité (delta)

$$\nabla\ell = \frac{\sigma_{\hat{v}_i}}{z_i} \cdot \underbrace{\delta}_{\approx 4.1}$$

    - pourquoi 4.1 ?

Fiabilité 8 – plus petite faut détectable!

- répartition de risque



- de rééjecter observation correcte proche de alpha = 1%
- d'accepter une observation fausse de beta = 5%

Fiabilité 9: externe / concept

- Externe $d\hat{\ell}_i \overset{?}{\Longrightarrow} d\hat{x}_j$
  - effet d'une faute dans une mesure *sur le paramètre*

- Procédé / concept
  1. Compensation $\mathbf{x}(\ell)$
  2. `while i < n`
     - `while j < u`

$$\nabla \hat{x}_j = \hat{\mathbf{x}} \overbrace{(\ell + \nabla \ell_i)}^{\begin{bmatrix} \ell_1 \\ \vdots \\ \ell_i + \nabla \ell_i \\ \vdots \\ \ell_n \end{bmatrix}} - \hat{\mathbf{x}}(\ell)$$

`if` $\nabla \hat{x}_j > \text{tol ?} \longrightarrow \text{action :} \begin{cases} \sigma_\ell \ \Downarrow \\ n \ \Uparrow \\ \ell \ \text{modifier la disposition} \end{cases}$

Fiabilité 10: externe / en practique

- Réalisation $d\hat{\ell}_i \stackrel{?}{\Longrightarrow} d\hat{x}_j$
  - un paramètre

$$\hat{\mathbf{x}}(\ell)$$

$$\nabla_i \hat{\boldsymbol{x}} = \left(\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{A}\right)^{-1} \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \nabla \ell_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\nabla \hat{x}_j = \hat{\mathbf{x}} \overbrace{(\ell + \nabla \ell_i)} - \hat{\mathbf{x}}(\ell)$$

  - Générale

$$(\nabla \hat{\mathbf{x}})^T = \left(\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{A}\right)^{-1} \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \begin{bmatrix} \nabla \ell_1 & & & \\ & \nabla \ell_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \nabla \ell_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla_1 \hat{\boldsymbol{x}}_1 & \cdots & \nabla_1 \hat{\boldsymbol{x}}_u \\ \vdots & & \vdots \\ \nabla_n \hat{\boldsymbol{x}}_1 & \cdots & \nabla_n \hat{\boldsymbol{x}}_u \end{bmatrix}}$$

    - matrice
      - n causes (sur chaque ligne)
      - et u effets (sur u colonnes)

Synthèse - Fiabilité

- Concept et application
  - Fiabilité interne = contrôle mutuel des observations
    - Part de redondance
    - Résidu standardisé = (quotient local) / (part de redondance)$^{1/2}$
    - Plus petite faute détectable = nabla
  - Fiabilité externe = effet sur les paramètres
    - Effet de chaque nabla
    - Pour chaque paramètre: effet maximum et sa cause

- Recoupement de distances
  - Exemple: la localisation par satellites, analogie avec des poutres en statique
  - Calcul et interprétation des cofacteurs
  - Ellipses d'erreur et parts de redondance
  - Visualisation *(z en couleurs)*

Fiabilité demo 3: GPS

Démo Sysq. (DOP/DOP15P_ted.sq)

Synthèse - l’exemple et redundance

- Cofacteurs des paramètres GPS $\mathbf{Q}_{\hat{x}\hat{x}}$ (4x4)
  - Variances, écarts-types et corrélations
  - Visualisation 2D: *ellipse d’erreur*
  - *Dilusion Of Precision* (DOP) – trace $\mathbf{Q}_{\hat{x}\hat{x}}$
  - Définition de HDOP, extraite de $\mathbf{Q}_{\hat{x}\hat{x}}$ (3,3)
  - Cercle d’erreur moyenne, rayon $= \sigma_0[\mathtt{m}] \cdot \mathtt{HDOP}[\mathtt{sans\ dimension}]$
  - *Circular Error Probable* = CEP (50% inside) $\mathrm{CEP}_{95} \approx 2 \cdot \mathrm{CEP}$

- Cofacteurs des résidus $\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}}$
  - Pour $\mathbf{P} = \mathbf{I}$: $\mathtt{trace}\left(\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}}\right) = n - u =$ redondance
  - Élément diagonal = part de redondance de la mesure
  - Fiabilité = (auto) capacité de détecter une faute
  - Contrôle de l'intégrité *(Integrity Monitoring)*