

# Exercice 9: Pré-analyse pour le percement de tunnels - Optimisation des mesures de gisements

## 1 Introduction

Dans des projets d'infrastructure tels que le percement de tunnels, la précision du tracé est cruciale pour garantir la jonction correcte entre les deux extrémités. En effet, un long tunnel est souvent percé des deux côtés de la montagne afin de se rejoindre au milieu. Plus la jonction au centre est imprécise (c'est-à-dire lorsque les deux percements ne se rejoignent pas en alignement parfait), plus il est nécessaire de raboter ou de corriger, ce qui peut entraîner des coûts supplémentaires considérables.

La pré-analyse dans ce type de projet constitue donc une étape cruciale. Elle permet d'optimiser le *type*, le *nombre* et la *disposition des mesures*, tout en tenant compte d'un compromis entre les *risques* et les *bénéfices* économiques, car les méthodes de mesure les plus précises sont généralement les plus onéreuses. L'objectif de cette pré-analyse est d'évaluer dans un cas concret l'impact sur la précision du tracé de deux types de mesures de gisements<sup>1</sup>. En fonction de cette analyse, l'ingénieur pourra proposer différents scénarios, permettant ainsi aux décideurs d'opter pour la solution qui optimise les coûts, tout en intégrant d'autres aspects comme la réduction des matériaux utilisés, des émissions de gaz à effet de serre et des contraintes temporelles. Dans cette étude, nous analysons l'impact de deux types de mesures de gisements sur la précision de l'alignement du tunnel :

- Les **gisements indirects**, calculés par propagation d'angles ( $\alpha_i$ ) le long d'une polygonale (Fig. 1). Cette méthode est sensible à l'accumulation des erreurs angulaires, car chaque mesure dépend de l'exactitude des mesures précédentes.
- Les **mesures gyroscopiques directes** (par. ex.  $\varphi_{10,11}$  dans Fig. 1), obtenues via un gyroscope dont l'utilisation est très onéreuse, qui permettent de corriger périodiquement les erreurs accumulées et ainsi de limiter la propagation des imprécisions.

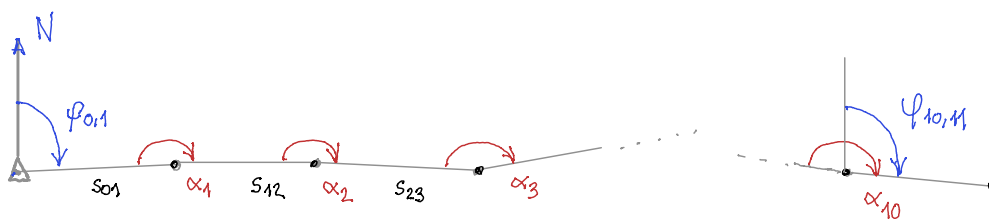


Figure 1: Polygonale (un cheminement topographique ouvert).

L'objectif de cette étude est de comprendre comment l'ajout de mesures gyroscopiques affecte la précision des gisements et des écarts transversaux le long de la polygonale, afin de trouver un compromis entre le coût des mesures et la précision du tracé. Cette pré-analyse servira ainsi de base pour évaluer les scénarios les plus rentables.

<sup>1</sup>orientation par rapport au Nord sur une carte.

## 2 Hypothèses et méthodes de mesure

### 2.1 Hypothèses de base

Pour simplifier l'analyse, nous faisons deux hypothèses :

- **Portail parfait** : La position initiale du tunnel est supposée exacte, sans imprécision latérale, et le gisement initial est connu sans erreur.
- **Calibration parfaite du gyroscope** : Un gyroscope mesure des azimuts géographiques, une conversion liée à la convergence des méridiens est nécessaire pour les convertir en gisements. Cette conversion est supposée exacte (car elle varie très peu localement), sans perte de précision.

Ces hypothèses permettent de se concentrer sur l'effet des mesures gyroscopiques sans être perturbé par des erreurs de calibration ou de position initiale.

### 2.2 Méthodes de mesure et écarts-types

Une polygonale avec deux types de mesures sont utilisés :

- **Polygonale** : Une polygonale de  $N = 49$  côtés de longueur  $s = 400$  m est considérée.
- **Mesures angulaires** : Chaque angle entre les côtés de la polygonale  $\alpha_i$  est mesuré avec un écart-type de  $\sigma_\alpha = 0.2$  mgon. Ces erreurs s'accumulent le long du cheminement (Fig. 1), ce qui crée des corrélations croissantes entre les gisements des différents côtés par la relation suivante :

$$\varphi_{i,i+1} = \varphi_{i-1,i} + \alpha_i - 200. \quad (1)$$

- **Mesures gyroscopiques** : Des azimuts  $\varphi_{i,j}$  sont mesurés avec un écart-type de  $\sigma_\varphi = 1.0$  mgon, tous les  $n$  côtés (Fig. 1), soit un total de  $\text{floor}(N/n)$  mesures sur  $N = 49$  côtés. Ces mesures agissent comme des observations indépendantes, imposant des conditions pour ajuster les gisements.

## 3 Description des expériences

### 3.1 Expérience sans mesures gyroscopiques

**Précision des gisements  $\varphi_i$ .** Dans la première expérience, une polygonale est modélisée sans l'ajout de mesures gyroscopiques. La propagation des erreurs  $\mathbf{K}_{\varphi} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\alpha} \mathbf{F}^T$  est réalisée à travers le modèle fonctionnel décrit par (1). Le résultat du gisement du  $n$ ème côté est une simple somme des angles mesurés sur tous les côtés précédents,  $\mathbf{F}$  est donc triangulaire inférieure avec uniquement des 1, de taille  $(49 \times 49)$ . Comme exprimé dans (2), la première colonne de cette matrice est également remplie de 1, en raison de la dépendance de tous les gisements à l'égard de l'orientation initiale de l'ensemble du polygone.

$$\begin{bmatrix} d\varphi_{0,1} \\ \vdots \\ \vdots \\ d\varphi_{n-1,n} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}} \begin{bmatrix} d\alpha_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ d\alpha_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

**Conséquences** : Les écarts-types des gisements augmentent progressivement avec la distance, atteignant environ 1.4 mgon pour les derniers côtés de la polygonale. La partie supérieure

de la Fig. 2 permet de mieux visualiser cet effet. Les gisements éloignés et les consécutifs particulièrement présentent une forte corrélation entre eux (visibles dans les matrices  $\sigma_{f_i}$  et  $R_{f_i}$ ), cela montre une forte interdépendance des erreurs successives. L'écart transversal de l'axe de percement  $dy_i$  augmente selon (3) et en variance avec  $\mathbf{K}_{yy} = s^2 \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \mathbf{F}^T$  jusqu'à 252.7 mm sur une distance de 20 km comme indiqué dans la partie inférieure de la Fig. 2. Cette augmentation importante montre l'effet cumulé des erreurs de gisements sans correction.

$$dy_i = dy_{i-1} + s \cdot d\alpha_{i-1,1} \quad (3)$$

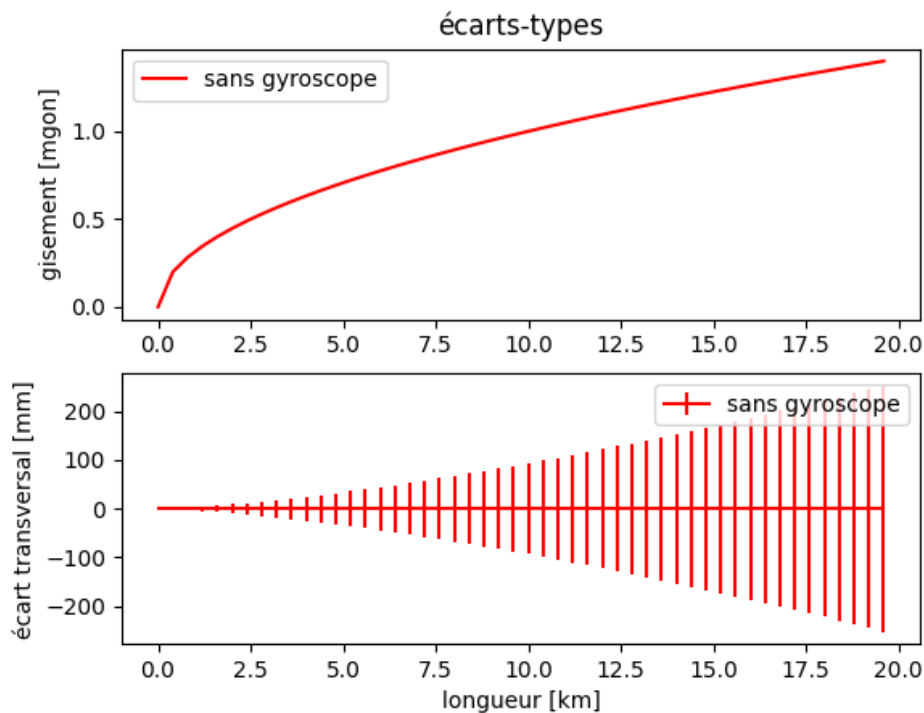


Figure 2: Evolution des écarts-types des gisements des différents côtés en utilisant uniquement des mesures angulaires ainsi que l'écart transversal de l'axe de percement résultant.

### 3.2 Expérience avec ajout de mesures gyroscopiques

Dans la seconde expérience, des mesures gyroscopiques sont ajoutées tous les  $n = 5$  côtés. Cela entraîne les modifications suivantes :

- La matrice de covariance des gisements est étendue pour inclure les mesures directes. Cela donne une nouvelle matrice  $\mathbf{K}_{\ell\ell} = \text{diag}[\mathbf{K}_{\varphi\varphi} \quad \mathbf{K}_{\varphi\varphi\varphi\varphi}]$ .
- Chaque mesure gyroscopique impose une condition (4) entre les gisements calculés indirectement et ceux mesurés directement.

$$\varphi_{j-1,j} - \varphi_{j-1,j}^{gyro} = w_j \quad (4)$$

- $r$  mesures gyroscopiques donnent le vecteur  $w$  de taille  $[r \times 1]$  ainsi que la matrice  $\mathbf{B}$  de taille  $[r \times (n + r)]$ .
- La compensation conditionnelle simulée est effectuée pour obtenir la matrice de gisements compensés,  $\mathbf{K}_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}}$ , celle-ci est extraite de la matrice:  $\mathbf{K}_{\hat{\ell}\hat{\ell}} = \mathbf{K}_{\ell\ell} - \mathbf{K}_{\ell\ell} \cdot \mathbf{B}^T \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{K}_{\ell\ell} \cdot \mathbf{B}^T)^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K}_{\ell\ell}$

- La propagation de variances avec les gisements compensés donne la réponse aux écarts latéraux compensés  $\mathbf{K}_{\hat{y}\hat{y}} = s^2 \mathbf{F} \cdot \mathbf{K}_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} \mathbf{F}^T$ .

**Conséquences** : L'ajout de mesures gyroscopiques permet de réduire les écarts-types des gisements, qui deviennent plus stables tout au long de la polygonale, qui se stabilisent autour de 0.5 mgon. Les mesures gyroscopiques agissent comme des points de correction, limitant l'accumulation des erreurs en "remettant à zéro" l'erreur accumulée après chaque section de cinq côtés. Comme le montre la Fig. 3, les gisements présentent des écarts-types plus faibles. Les corrélations sont aussi réduites sur les gisements entre les différents côtés (visibles dans les matrices  $\sigma_{figyro}$  et  $\mathbf{R}_{figyro}$ ). En limitant l'accumulation d'erreurs, les mesures gyroscopiques contribuent à une meilleure précision du tracé global et à une réduction de l'écart transversal qui dépend de la fréquence des mesures gyroscopiques.

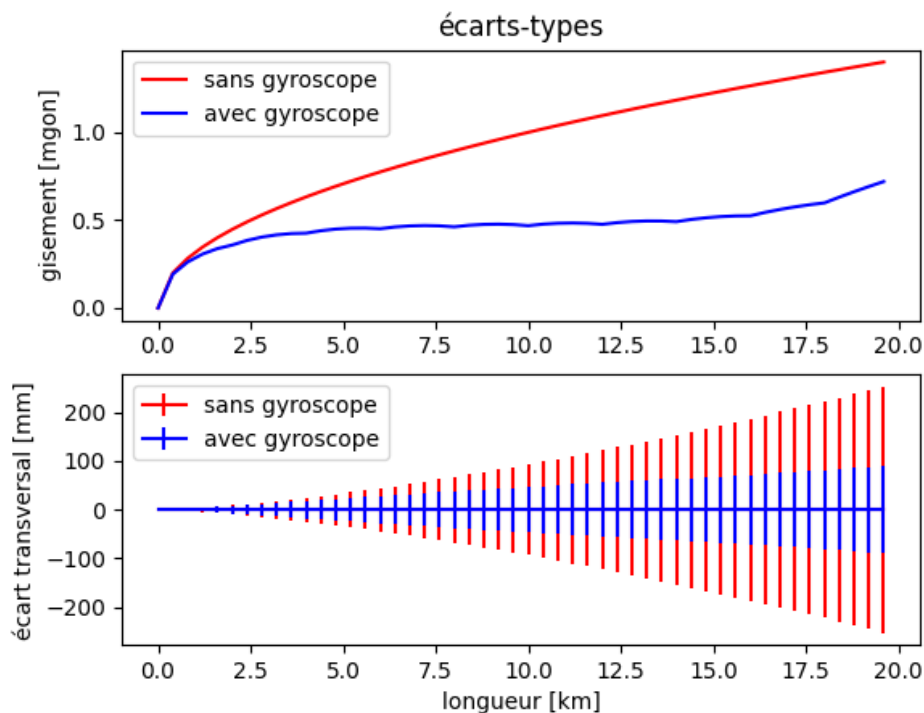


Figure 3: Evolution des écarts-types des gisements avec l'ajout de mesures gyroscopiques ainsi que l'écart transversal résultant.

## 4 Exercice

### 4.1 Discussion

Cette étude montre que l'ajout de mesures gyroscopiques permet d'améliorer la précision de l'alignement du tunnel en réduisant à la fois les écarts-types des gisements et les écarts transversaux. Cela se traduit par :

- Une diminution de l'accumulation des erreurs de gisements, grâce aux corrections imposées par les mesures directes.
- Une réduction significative de l'écart transversal, augmentant la précision globale du percement du tunnel.

## 4.2 Procédé et Questions

Cependant, il est essentiel de trouver un équilibre entre le coût (équipements spécialisés, temps d'arrêt) et l'amélioration de la précision. Ca c'est votre tâche de proposer un équilibre avec l'aide du code Python résolu `polygyro.py`<sup>2</sup>.

1. Avant de procéder à l'analyse, il est important de comprendre l'ensemble du processus. Notez d'abord sur le papier les principaux modèles (stochastiques, fonctionnels), puis identifiez-les dans le code. Demandez de l'aide aux assistants si quelque chose n'est pas clair.
2. Expérimentez en ajoutant quelques mesures gyroscopiques. N'oubliez pas que ces mesures sont très coûteuses car elles nécessitent l'arrêt de tous les travaux dans le tunnel pendant toute une journée<sup>3</sup>.
3. Quelle est la fréquence des mesures gyroscopiques minimale pour que l'erreur latérale maximale (99% de confiance) soit inférieure à 30 cm?
4. Sachant que le tunnel possède deux percements de la même longueur, quelle est l'erreur latérale maximale (avec 99% de confiance) à la jonction dans cette dernière configuration.

## 4.3 Conclusion

La préanalyse permet ainsi d'optimiser les paramètres de mesure pour atteindre une précision suffisante tout en limitant les dépenses. Elle représente donc une méthode très importante dans le monde de l'ingénierie.

---

<sup>2</sup>Pour pouvoir exécuter le code, vous devez inclure la fonction `covmat2cormat.py`.

<sup>3</sup>Dans le cas du tunnel du Gothard, les coûts liés à l'arrêt du chantier été d'environ un million de CHF par jour, cela donne des raisons (ainsi que des moyens) d'y réfléchir...