

EE-360 - Conversion d'énergie
Examen du 10.10.2025, partie II
1h 15 minutes

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 |
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 |
| <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 |
| <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 |
| <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 |
| <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 |
| <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 |
| <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 |
| <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 |
| <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 |

Exercices :
3 points à disposition au total pour cette partie.

← Veuillez indiquer votre numéro SCIPER ici et écrire votre nom complet dans la case ci-dessous. ↓

| |
|------------------------|
| Nom, Prénom : |
|------------------------|

Exercice 1 : Cycle de Rankine avec réchauffage (pt 2.0)

L'installation en circuit fermé représentée par le schéma de la figure 1 est un cycle de Rankine avec réchauffage. Le cycle de réchauffage a pour but d'éliminer l'humidité contenue dans la vapeur à la fin des étapes de détente. Dans cette variante, deux turbines fonctionnent en série. La première, à haute pression, accepte la vapeur provenant de la chaudière. Après avoir traversé la première turbine, la vapeur retourne dans la chaudière où elle est réchauffée avant de passer dans une deuxième turbine à plus basse pression. Cela empêche ainsi la vapeur de se condenser pendant sa détente, réduisant ainsi les dommages causés aux pales de la turbine.

Le cycle consomme de l'énergie-chaleur au niveau de la chaudière, de l'énergie-travail au niveau de la pompe et produit de l'énergie-travail au niveau des turbines.

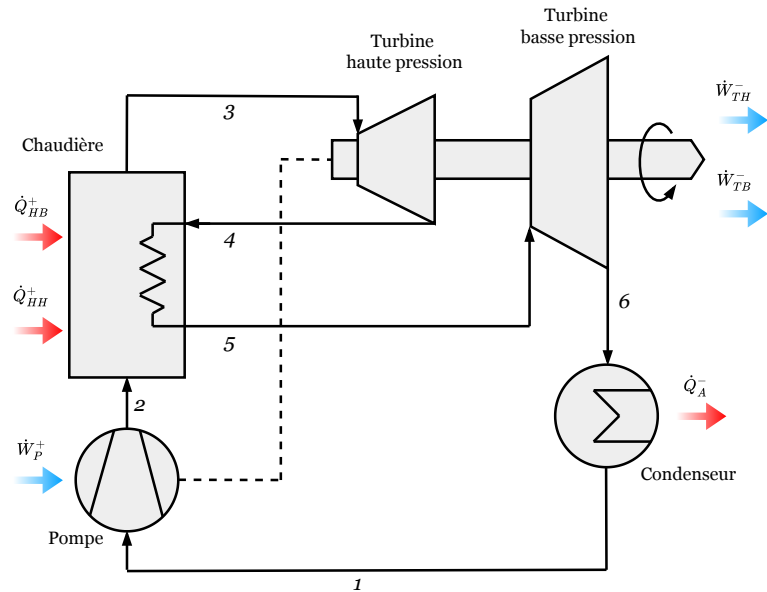


FIGURE 1 – Schéma simplifié du cycle de Rankine avec réchauffage.

L'eau parcourant le cycle suit les transformations suivantes :

- 1-2 : compression adiabate et sans dissipation (isentropique) par transfert-travail \dot{W}_P^+ ;
- 2-3 : chauffage isobare par transfert-chaleur \dot{Q}_{HH}^+ ;
- 3-4 : détente adiabate et sans dissipation (isentropique), avec un transfert-travail \dot{W}_{TH}^- ;
- 4-5 : réchauffage isobare par transfert-chaleur \dot{Q}_{HB}^+ ;
- 5-6 : détente adiabate et sans dissipation (isentropique), avec un transfert-travail \dot{W}_{TB}^- ;
- 6-1 : refroidissement isobare par transfert-chaleur externe \dot{Q}_A^- .

Questions

Il est demandé de :

1. Dessiner le cycle de Rankine avec réchauffage sur le diagramme $T-s$ de l'eau (compléter la figure 2) (**pt 0.5**).
Les isobares étant très resserrées dans la région liquide, la partie du cycle concernant la compression 1-2 est déjà représentée dans la figure.
2. Déterminer en tout point du cycle les grandeurs d'états indiquées dans la table 1 (compléter) (**pt 1**).
3. Calculer l'efficacité du cycle (**pt 0.5**).

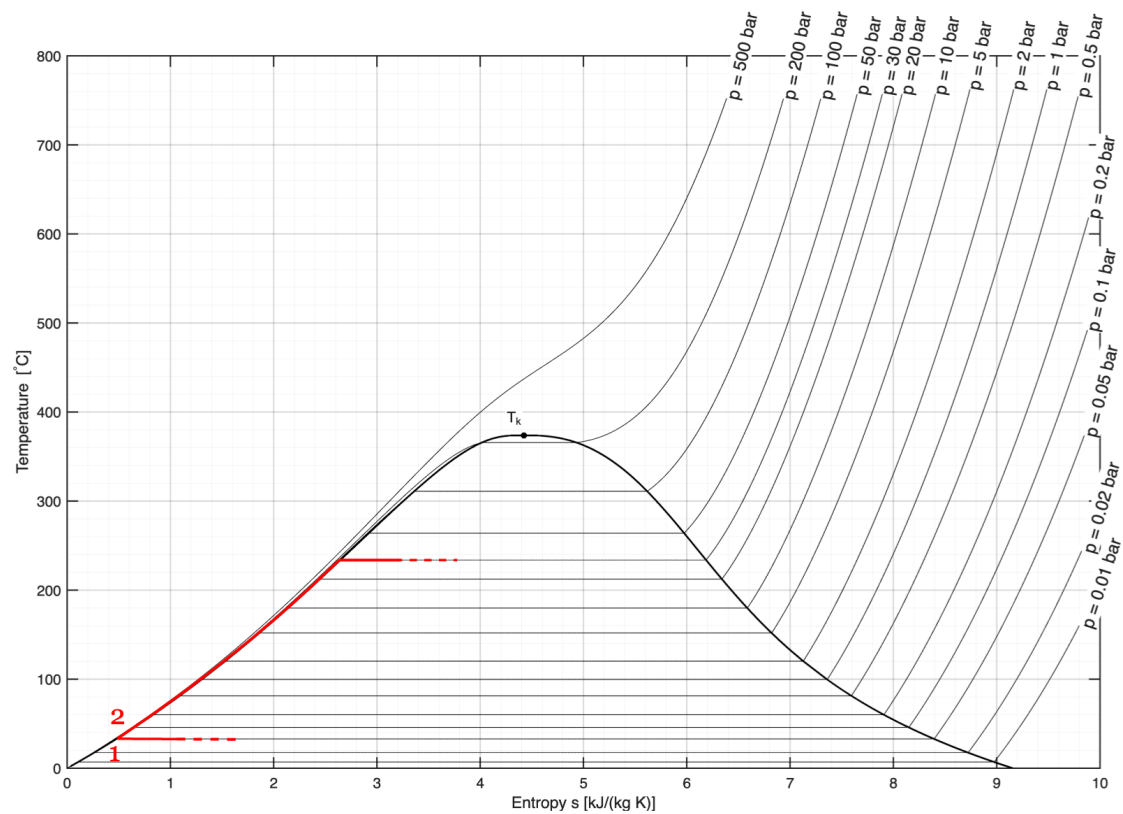


FIGURE 2 – Diagramme $T-s$ de l'eau.

TABLE 1 – Grandeurs d'états.

| Point | p (bar) | T ($^{\circ}\text{C}$) | h (kJ kg^{-1}) | s ($\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$) |
|-------|-----------|----------------------------|-----------------------------|---|
| 1 | 0.05 | 32.8755 | 137.94 | 0.4765 |
| 2 | 30 | 32.9633 | | |
| 3 | | 600 | 3684.41 | 7.5108 |
| 4 | | 200.64 | 2871.68 | |
| 5 | | | 3703.77 | 8.7791 |
| 6 | | 101.79 | 2691.41 | |

Données

Hypothèses :

1. Le régime est permanent.
2. Les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligées.
3. La pression à l'entrée de la turbine haute pression est 15 fois plus élevée que celle de la turbine basse pression.
4. Tous les fluides qui traversent la chaudière en ressortent à la même température.

TABLE 2 – Données du cycle.

| Description | Symbole | Valeur |
|--|-------------|---|
| Débit massique d'eau | \dot{M}_b | 7 kg s^{-1} |
| Volume massique moyen de l'eau liquide | v | $1.0043 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ |
| Pression minimal | p_{min} | 0.05 bar |
| Pression maximal | p_{max} | 30 bar |
| Température minimal | T_{min} | $32.8755 \text{ }^{\circ}\text{C}$ |
| Température maximal | T_{max} | $600 \text{ }^{\circ}\text{C}$ |
| Température à la sortie de la pompe | T_2 | $32.9633 \text{ }^{\circ}\text{C}$ |

Pour rappel, $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Solution

1. Cycle sur diagramme T - s

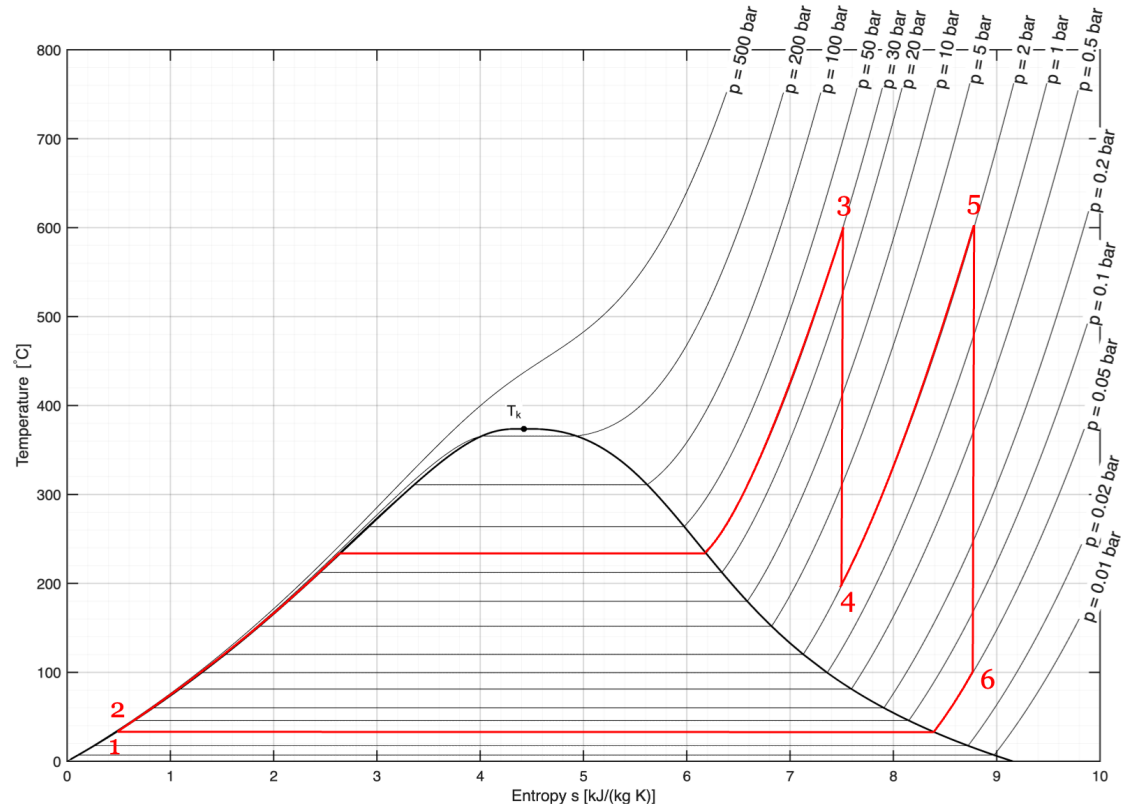


FIGURE 3 – Cycle de Rankine avec réchauffage sur diagramme T - s de l'eau.

2. États thermodynamiques

TABLE 3 – Grandeurs d'états.

| Point | p (bar) | T (°C) | h (kJ kg ⁻¹) | s (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹) |
|-------|-----------|----------|----------------------------|--|
| 1 | 0.05 | 32.8755 | 137.94 | 0.4765 |
| 2 | 30 | 32.9633 | 140.95 | 0.4765 |
| 3 | 30 | 600 | 3684.41 | 7.5108 |
| 4 | 2 | 200.64 | 2871.68 | 7.5108 |
| 5 | 2 | 600 | 3703.77 | 8.7791 |
| 6 | 0.05 | 101.79 | 2691.41 | 8.7791 |

On utilise l'équation de Gibbs :

$$dh = vdp + Tds$$

avec $Tds = 0$ au cours d'une transformation isentropique. Ainsi :

$$h_2 = h_1 + v(p_2 - p_1) = 137.94 \times 10^3 + 1.0043 \times 10^{-3} \times (30 \times 10^5 - 0.05 \times 10^5) = 140.95 \text{ kJ kg}^{-1}$$

3. Efficacité du cycle

On utilise le premier principe pour un système en régime permanent :

$$\begin{aligned} dh &= \delta w^+ + \delta q^+ \\ \dot{M}dh &= \delta \dot{W}^+ + \delta \dot{Q}^+ \end{aligned}$$

Ainsi, la puissance-travail fourni lors de la compression est :

$${}^2_1\dot{W}_P^+ = \dot{M}(h_2 - h_1) = 21 \text{ kW}$$

La puissance-chaleur fournie par la chaudière lors du premier chauffage est :

$${}^3_2\dot{Q}_{HH}^+ = \dot{M}(h_3 - h_2) = 24\,804 \text{ kW}$$

La puissance-travail générée par la turbine haute pression lors de la détente est :

$${}^4_3\dot{W}_{TH}^- = -\dot{M}(h_4 - h_3) = 5689 \text{ kW}$$

La puissance-chaleur fournie par la chaudière lors du second chauffage est :

$${}^5_4\dot{Q}_{HT}^+ = \dot{M}(h_5 - h_4) = 5825 \text{ kW}$$

La puissance-travail générée par la turbine basse pression lors de la détente est :

$${}^6_5\dot{W}_{TT}^- = -\dot{M}(h_6 - h_5) = 7087 \text{ kW}$$

L'efficacité du cycle est :

$$\eta = \frac{{}^4_3\dot{W}_{TH}^- + {}^6_5\dot{W}_{TT}^- - {}^2_1\dot{W}_P^+}{{}^3_2\dot{Q}_{HH}^+ + {}^5_4\dot{Q}_{HT}^+} = 41.64\%$$

Exercice 2 : Turbine éolienne (pt 1.0)

On considère une turbine éolienne idéale dont les caractéristiques et le point de fonctionnement souhaité sont présentés dans la table 4. Une étude a pour objectif de déterminer dans quelle zone cette éolienne devrait être installée en fonction des conditions météorologiques (vitesse du vent).

À l'aide des données disponibles, il est demandé de :

1. Calculer la vitesse du vent correspondante au point de fonctionnement de l'éolienne (**pt 0.3**).
2. Pour cette vitesse, déterminer la puissance extraite par la turbine, ainsi que le couple associé (**pt 0.4**).
3. Dans les mêmes conditions, calculer les vitesses du vent : (**pt 0.3**)
 - (a) la vitesse axiale, au niveau du disque actuateur de la turbine (U_D);
 - (b) la vitesse axiale, en aval de la turbine (U_W);
 - (c) la vitesse tangentielle (à l'extrémité), en aval de la turbine (U_T).

Données :

Hypothèses :

1. La turbine éolienne est idéale (ainsi, la valeur maximale du coefficient de puissance correspond à la limite de Lanchester-Betz.).

TABLE 4 – Caractéristiques et point de fonctionnement de l'éolienne.

| Description | Symbole | Valeur |
|--------------------------|-----------|---------------------------|
| Densité de l'air | ρ | 1.205 kg m^{-3} |
| Rayon de l'éolienne | r | 29 m |
| Coefficient de puissance | C_P | 0.5625 |
| Coefficient de poussée | C_T | 0.75 |
| Tip-speed ratio | λ | 7 |
| Vitesse de rotation | N | 15 tr min^{-1} |

Solution

1. Vitesse du vent

On a :

$$\lambda = \frac{\omega r}{U_\infty}$$

Avec $\omega = N \frac{2\pi}{60} = 15 \text{ tr min}^{-1} \times \frac{2\pi}{60} = 1.571 \text{ rad s}^{-1}$. On trouve :

$$U_\infty = \frac{1.571 \text{ rad s}^{-1} \times 29 \text{ m}}{7} = 6.51 \text{ m s}^{-1}$$

2. Puissance et couple

La puissance extraite :

$$P = \frac{1}{2} C_P \rho U_\infty^3 \pi r^2 = \frac{1}{2} \times 0.5625 \times 1.205 \text{ kg m}^{-3} \times (6.51 \text{ m s}^{-1})^3 \times \pi \times (29 \text{ m})^2 = 0.247 \text{ MW}$$

Le couple correspondant :

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{0.247 \text{ MW}}{1.571 \text{ rad s}^{-1}} = 157.22 \text{ kN m}$$

2. Vitesses du vent dans le streamtube

Il faut, dans un premier temps, déterminer le facteur d'induction de flux axial a . On connaît (pour la turbine idéale) :

$$C_P = 4a(1-a)^2 = 0.5625$$

$$C_T = 4a(1-a) = 0.75$$

On peut résoudre l'une ou l'autre de ces équations pour trouver a . On peut aussi remarquer que :

$$\frac{C_P}{C_T} = \frac{4a(1-a)^2}{4a(1-a)} = 1-a = 0.75$$

Et ainsi : $a = 0.25$. Dès lors, on peut calculer U_D , U_W comme :

$$U_D = U_\infty(1-a) = 6.51 \text{ m s}^{-1} \times (1-0.25) = 4.88 \text{ m s}^{-1}$$

$$U_W = U_\infty(1-2a) = 6.51 \text{ m s}^{-1} \times (1-2 \times 0.25) = 3.26 \text{ m s}^{-1}$$

On peut aussi calculer le facteur d'induction tangentielle comme :

$$a' = \frac{U_\infty^2 a(1-a)}{\omega^2 r^2} = \frac{(6.51 \text{ m s}^{-1})^2 \times 0.25 \times (1-0.25)}{(1.571 \text{ rad s}^{-1})^2 \times (29 \text{ m})^2} = 3.83 \times 10^{-3}$$

Et donc la vitesse tangentielle à l'extrémité des pales en aval de la turbine :

$$U_T = 2a'\omega r = 2 \times 3.83 \times 10^{-3} \times 1.571 \text{ rad s}^{-1} \times 29 \text{ m} = 0.35 \text{ m s}^{-1}$$