

3.4 Transducteurs piézoélectriques

H. Lissek

12 novembre 2015

Objectifs

L'**objectif** de ce cours est :

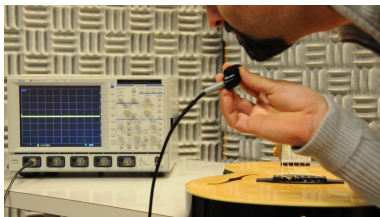
- de présenter simplement les **phénomènes physiques** responsables de la transduction piézoélectrique;
- de décrire le phénomène de transduction piézoélectrique au moyen d'**équations de couplage** simplifiées, reliant les grandeurs électriques (U, i) et mécaniques (F, v);
- de traduire ces équations de couplage sous forme de **schémas électriques équivalents**.

Prérequis

- notions d'électrotechnique
- quelques notions de base de physique de la matière condensée
- les cours 3.1, 3.2 et 3.3.

Questionnaire d'entrée

- si on chante directement devant ce capteur piézo pour guitare, que se passe t'il?



Un tout petit peu d'histoire

- Le préfixe "piézo" vient du grec $\pi\iota\epsilon\zeta\epsilon\iota\nu$ qui signifie presser.
- La **piézoélectricité** a été découverte (pour l'effet direct) par les frères Jacques et Pierre Curie en 1880

"Nous avons trouvé un nouveau mode de développement de l'électricité polaire dans ces [...] cristaux, qui consiste à les soumettre, à des variations de pression suivant leurs axes d'hémiédrie. [...] pendant une compression, les extrémités de l'axe sur lequel on agit se chargent d'électricités contraires; une fois le cristal ramené à l'état neutre, si on le décomprime, le phénomène se reproduit, mais avec une inversion des signes; l'extrémité qui se chargeait positivement par compression devient négative pendant la décompression, et réciproquement"
- En 1881, Gabriel Lippmann prévoit l'effet inverse: une polarisation électrique appliquée sur les faces d'un cristal piézoélectrique provoque une déformation de ce dernier.

http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/23/79/32/PDF/ajp-jphystap_1882_1_245_0.pdf

Description cristallographique

- L'effet piézoélectrique résulte d'un déplacement des atomes (chargés positivement ou négativement) à l'intérieur de certains solides déformables (**matériaux piézoélectriques**), qui présentent des structures cristallines particulières (on parle de **cristal piézoélectrique**) ne présentant pas de centre de symétrie.
- L'effet piézoélectrique peut être considéré à l'**échelle microscopique** comme un déplacement interne du **barycentre des charges électriques positives** et du **barycentre des charges électriques négatives** dans une même structure cristalline, lorsque tous les atomes se déplacent les uns par rapport aux autres sous l'effet d'une déformation du cristal.
- Lorsque ces barycentres de charges positives et négatives sont distincts, il y a **polarisation (électrique)** du cristal, qui se traduit par un **moment dipolaire $p = ql$**
- ATTENTION: il n'y a pas de "déplacement de charge" dans la mesure où toutes les charges restent confinées dans le matériau, conservant sa neutralité électrique.

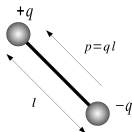
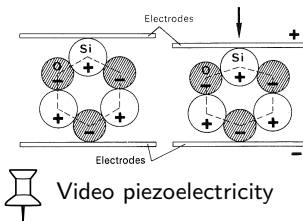


Figure: Moment dipolaire

Description macroscopique (1/2)

- L'effet piézoélectrique peut être considéré à l'échelle macroscopique comme une polarisation électrique d'un solide (3D) déformable, sous l'effet de forces appliquées sur sa surface (et en particulier de pression)
- Si les faces du solide sont métallisées on peut ramener le problème à un condensateur plan au sein duquel on voit "apparaître" des charges lorsque des forces sont appliquées sur le solide



Video piezoelectricity

Source: perso.univ-rennes1.fr/denis.rouede/teaching/AGREG/LISTE_DU%20MATERIEL_AGREG_2005/Cachan/Notices/files/piezo.pdf

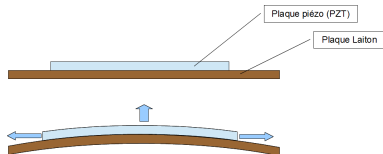
Description macroscopique (2/2)

- Réciproquement, si on applique une tension sur les faces du "condensateur", on voit apparaître un champ électrique à l'intérieur du matériau.
- Ce champ sépare les barycentres des charges positives et négatives présentes à l'intérieur du matériau, ce qui peut se traduire soit par une déformation du matériau (si le matériau est libre de se déformer), soit par l'apparition d'une force (si on empêche le matériau de se déformer).

Définition: lame piézoélectrique

Pour les applications acoustiques, les transducteurs piézoélectriques couramment utilisés sont basés sur le dispositif suivant:

- une plaque piézoélectrique est collée sur une plaque en laiton, formant ainsi un **bilame**;
- lorsqu'un potentiel électrique est appliqué sur les électrodes portées par chaque face de la plaque piézoélectrique, cette dernière s'allonge, ce qui produit la flexion du bilame (déplacement transverse).



- le mouvement transverse de la plaque support est donc associé à une élongation de surface de la plaque piézoélectrique: sans la plaque en laiton, le mouvement d'élongation du piézo ne provoquerait pas de vibration transverse;
- Remarque: c'est ce qui explique que le capteur ne fonctionne pas s'il n'est pas solidaire de la table d'harmonie dans le questionnaire du début.

Transduction piézoélectrique simplifiée (1/3)

Pour simplifier le couplage piézoélectrique, il est fait ici plusieurs approximations

- petites déformations, permettant de linéariser les équations de couplage
- le matériau piézoélectrique présente une épaisseur négligeable devant ses dimensions transversales. Ainsi on peut assimiler une face du matériau (lame) piézoélectrique comme une armature mobile d'un condensateur, dont l'autre extrémité est supposée immobile (à l'instar du transducteur électrostatique)
- l'élément piézoélectrique ne subit que des forces de traction, à l'exclusion de toute autre contrainte dans le plan transverse.

Transduction piézoélectrique simplifiée (2/3)

On considèrera dans ce qui suit:

- un élément de matériau piézoélectrique mince et section carrée, soumis à des forces de traction-compression harmoniques (de fréquence f) dans son épaisseur (et pas des forces normale à sa surface, comme présenté dans les cours 3.2 et 3.3), entraînant un mouvement vibratoire transversal;
- les deux faces peuvent être considérées comme les 2 armatures d'un condensateur, dont la charge varie dans le temps en fonction du déplacement de l'armature mobile
- nous considèrerons le cas des petites déformations, et si ses dimensions latérales sont petites devant la longueur d'onde dans le matériau (λ), on peut supposer en première approximation que la lame piézoélectrique se comporte principalement comme une compliance (ou souplesse) mécanique C_m .

Transduction piézoélectrique simplifiée (3/3)

Introduction

La piézoélectricité

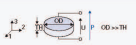






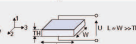




Transducteur piézoélectrique

Couplage piézoélectrique

Représentation par des schémas

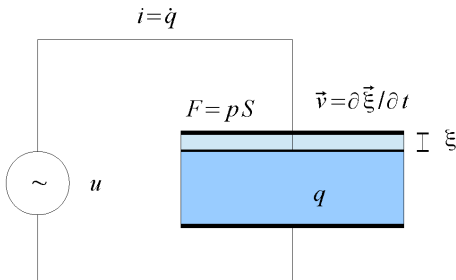
Applications

Bibliographie

Shape	Oscillations			Electrically induced displacement (small signal)	Mechanically induced voltage (small signal)
	Type	Mechanical deformation	Series resonance frequency		
Thin disk 	radial		$f_s = \frac{N_r}{OD}$	$\Delta OD = \frac{d_{31} OD}{TH} U$	
	thickness		$f_s = \frac{N_t}{TH}$	$\Delta TH = d_{33} U$	$U = -\frac{d_{31} TH}{\pi OD^2} F_2$
Plate 	transverse		$f_s = \frac{N_t}{L}$	$\Delta L = \frac{d_{31} L}{TH} U$	$U = -\frac{g_{31}}{W} F_1$
Rod 	longitudinal		$f_s = \frac{N_t}{L}$	$\Delta L = d_{33} U$	$U = -\frac{g_{31}}{WH} F_2$
Shear plate 	thickness shear		$f_s = \frac{N_t}{TH}$	$\Delta L = d_{24} U$	$U = -\frac{g_{24} TH}{LW} F_2$
Tube 	transversal		$f_s = \frac{N_t}{L}$	$\Delta L = \frac{d_{31} L}{TH} U$	
	thickness		$f_s = \frac{N_t}{TH}$	$\Delta TH = d_{33} U$	

Grandeurs physiques considérées

- Dans ce qui suit, nous noterons:
 - ξ l'élongation de la face supérieure;
 - v la vitesse vibratoire de la face supérieure;
 - q la charge électrique de l'élément;
 - $i = \dot{q}$ la courant électrique traversant l'élément;
 - u la tension appliquée entre les armatures;
 - $F = pS$ la force de traction appliquée à l'élément.



Couplage piézoélectrique simplifié

- La charge électrique q , due à la polarisation électrique provoquée par la déformation résultant de l'application de la force F seule (ie. lorsque le piezo est en circuit ouvert), peut s'exprimer, dans l'hypothèse linéaire:

$$q|_{u=0} = -\Gamma_p \cdot F$$

où Γ_p désigne le module piézoélectrique de charge en C/N.

- Réciproquement, l'application à l'élément de la tension u seule (ie. lorsque le bilame n'est pas soumis à une force extérieure) y créé un champ électrique, résultant en une contrainte, et par voie de conséquence une déformation de la face mobile selon:

$$\xi|_{F=0} = \Gamma_p \cdot u$$

où Γ_p est cette fois exprimée en m/V

Note: il est important de noter que, contrairement à la transduction électrostatique qui est caractérisée par des équations quadratiques (non linéaires), les relations de couplage piézoélectrique sont linéaires.

Equations du mouvement

- Loi de Newton: en première approximation, le bilame se comporte comme une compliance mécanique dans le domaine fréquentiel de fonctionnement du transducteur (ie. en dessous de la fréquence de résonance de la plaque). Lorsque le bilame n'est soumis qu'à la force F (en supposant le piezo en circuit ouvert), le bilame opposera une force de rappel de telle manière que:

$$\xi|_{u=0} = -C_m \cdot F$$

- Loi des mailles: Si le transducteur piézo, assimilé en première approximation à un condensateur de capacité C_0 , est connecté à une source de tension u , on a la loi suivante:

$$q|_{F=0} = C_0 \cdot u$$

Equations de couplage piézoélectrique simplifié

Introduction

La piézoélectricité

Transducteur piézoélectrique

Couplage piézoélectrique

Représentation par des schémas

Applications

Bibliographie

- Si l'élément est soumis simultanément à une tension u et à une force F , la déformation résultante est la combinaison de la déformation à force F nulle et de la déformation à tension u nulle (en supposant que la lame se comporte comme compliance mécanique C_m pure), selon

$$\xi = \Gamma_p u - C_m F$$

- Réciproquement, la charge électrique q de la lame résulte de la combinaison de la conversion piézoélectrique à tension u nulle, et de l'application de la tension seule u à travers la capacité électrique C_0 statique selon

$$q = -\Gamma_p F + C_0 u$$

Equations de couplage piézoélectrique simplifié

- A l'instar des cours 3.2 et 3.3, nous cherchons à relier les grandeurs mécaniques (F, v) aux grandeurs électriques (u, i). Cela revient donc à dériver les deux précédentes équation, afin d'obtenir

$$i = j\omega C_0 u - j\omega \Gamma_p F$$

$$v = j\omega \Gamma_p u - j\omega C_m F$$

Equations de couplage piézoélectrique simplifié

Problème: dans le précédent système, le couplage est exprimé à travers un coefficient imaginaire pur ($j\omega\Gamma_p$), qui ne peut être représenté dans un schéma par un élément de type transformateur (de coefficient réel). Nous allons donc réarranger le système précédent de deux manières différentes

- Formulation 1:

Si on dérive $\Gamma_p i - C_0 v$ d'après le système précédent, on montre que:

$$F = \frac{1}{j\omega C'_m} \left(-v + \frac{\Gamma_p}{C_0} i \right)$$

$$u = \frac{1}{j\omega C_0} i + \frac{\Gamma_p}{C_0} F$$

$$\text{où } C'_m = C_m \left(1 - \frac{\Gamma_p^2}{C_0 C_m} \right)$$

Le couplage est désormais exprimé par le coefficient $\frac{\Gamma_p}{C_0}$.

Equations de couplage piézoélectrique simplifié

Problème: dans le précédent système, le couplage est exprimé à travers un coefficient imaginaire pur ($j\omega\Gamma_p$), qui ne peut être représenté dans un schéma par un élément de type transformateur (de coefficient réel). Nous allons donc réarranger le système précédent de deux manières différentes

- Formulation 2:

Si on dérive $C_m i - \Gamma_p v$ d'après le système précédent, on montre que:

$$u = \frac{1}{j\omega C'_0} \left(i - \frac{\Gamma_p}{C_m} v \right)$$

$$F = -\frac{1}{j\omega C_m} v + \frac{\Gamma_p}{C_m} u$$

$$\text{où } C'_0 = C_0 \left(1 - \frac{\Gamma_p^2}{C_0 C_m} \right)$$

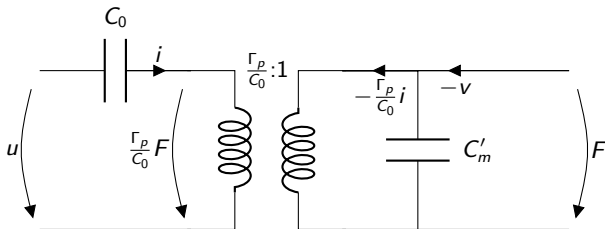
Le couplage est désormais exprimé par le coefficient $\frac{\Gamma_p}{C_m}$.

Selon la formulation 1

$$u = \frac{1}{j\omega C_0} i + \frac{\Gamma_p}{C_0} F$$

$$F = \frac{1}{j\omega C'_m} \left(-v + \frac{\Gamma_p}{C_0} i \right)$$

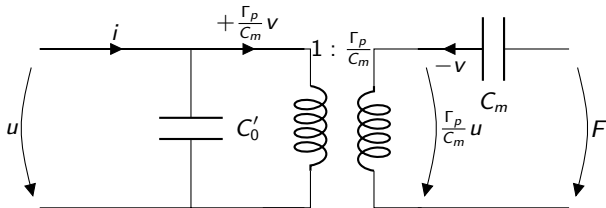
Ce système peut être représenté par le schéma suivant:



$$u = \frac{1}{j\omega C'_0} \left(i - \frac{\Gamma_p}{C_m} v \right)$$

$$F = -\frac{1}{j\omega C_m} v + \frac{\Gamma_p}{C_m} u$$

Ce système est représenté par le schéma suivant:



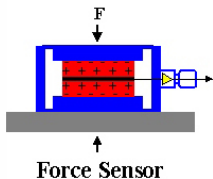
Applications de la transduction piézoélectrique

Les transducteurs piezoélectriques peuvent être utilisés indifféremment comme capteurs ou comme actionneurs, à l'instar des transducteur électrodynamiques ou électrostatiques.

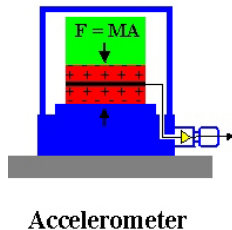
Applications de la transduction piézoélectrique - capteurs

Les transducteurs piézoélectriques peuvent être utilisés comme capteurs:

- capteurs de force ou accéléromètres: dans ce type de capteurs, le crystal piézoélectrique est inséré dans une boîte rigide, lequel est posé sur la structure dont on souhaite connaître l'accélération (ou la force mécanique appliqué). La seule différence entre ces deux capteurs est la présence d'une masse connue dans l'accéléromètre, qui suit le mouvement vibratoire de la structure et permet de dériver l'accélération (force / masse) de la mesure de la force.



(a) Copyright PCB Piezotronics



(b) Copyright PCB Piezotronics

Applications de la transduction piézoélectrique - actionneurs

- **Moteur piézoélectrique:**
Les transducteurs piézoélectriques peuvent également être utilisés comme moteurs, par exemple entre un bâti et une membrane rigide, à l'instar du moteur électrodynamique dans un haut-parleur du même nom. Cette technologie a l'avantage de ne pas nécessiter d'aimant (qui est souvent le composant le plus cher des HP électrodynamiques), au détriment de performances électroacoustiques plus faibles.

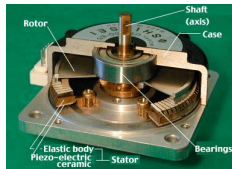


Figure: droits: Marc Budinger
(<http://lgt.garnier.free.fr/matiere/materiaux/piezo.htm>)

Applications de la transduction piézoélectrique - actionneurs

Introduction

La piézo-
électricité

Transducteur
piézoélec-
trique

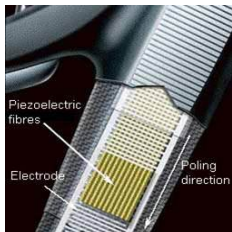
Couplage
piézoélec-
trique

Représentation
par des
schémas

Applications

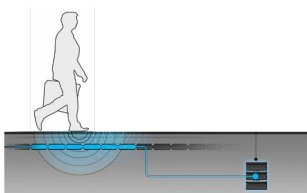
Bibliographie

- Amortissement vibratoire:

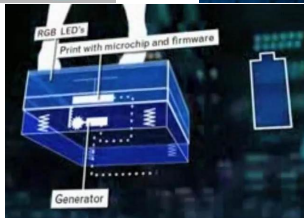


Applications de la transduction piézoélectrique - actionneurs

- Energy harvesting:
Récupération d'énergie vibratoire (discothèque, centres sportifs, etc.).



Pavegen Tiles to Line Paris Marathon



- Leo L. Beranek and Tim Mellow, Acoustics: Sound Fields and Transducers, Academic Press, 2012 (ISBN: 978-0-12-391421-7)
- M. Rossi, Audio, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2007