

1. Quel composant définit la plage de capture ('capture range') ?

C'est principalement le **filtre de boucle** (filtre passe-bas).

Intuition :

- Quand la PLL n'est pas encore verrouillée, le détecteur de phase produit un signal "battement" à la fréquence d'écart entre entrée (f_{IN}) et 'free-running' du VCO.
- Le filtre doit laisser passer assez de composante moyenne de ce signal pour faire bouger la tension de commande du VCO vers la fréquence f_{IN} .
- Si la bande passante du filtre est trop étroite, il filtre trop ce battement → la tension moyenne change très peu → la PLL ne peut capturer que pour de petits écarts de fréquence.
- Donc, c'est la bande passante du filtre de boucle qui fixe principalement la plage de capture.

2. Quel composant de la PLL définit la plage de verrouillage lorsque le détecteur de phase est de type XOR ou multiplieur analogique ?

Dans ce cas, c'est la caractéristique statique du détecteur de phase qui fixe la plage de verrouillage (lock range). L'erreur de phase en régime verrouillé doit rester dans le domaine de fonctionnement linéaire du détecteur ($\pm\pi/2$ autour de $\pi/2$). Au-delà, le détecteur ne peut plus produire la tension moyenne nécessaire pour compenser un écart de fréquence plus grand, et la boucle ne peut plus rester verrouillée.

3. Pourquoi, pour une PLL avec détecteur phase-fréquence (DPF) et filtre intégrateur, les plages de capture et de verrouillage sont-elles identiques et limitées par la dynamique du signal de commande du VCO ou par celle du VCO ?

- Quand la PLL n'est pas verrouillée, le DPF génère toujours des impulsions UP ou DOWN dont la durée moyenne dépend de l'erreur de fréquence.
- Ces impulsions sont intégrées en une tension de commande qui fait monter ou descendre la fréquence du VCO jusqu'à ce qu'elle soit égale à f_{IN} . La valeur moyenne du courant (et donc la variation de la tension) ne devient nulle que lorsque les deux fréquences sont égales.
- Donc, pour tout écart de fréquence que le VCO peut atteindre avec sa tension de commande, la boucle peut capturer et rester verrouillée.

Conclusion : la plage de capture et la plage de verrouillage sont les mêmes, et elles sont limitées uniquement par la plage de variation possible de la tension de commande du VCO (ou par la plage de sortie du VCO).

4. Que se passe-t-il si le rapport cyclique n'est pas 50 % pour les signaux d'entrée du détecteur de phase XOR ?

Décalage du point de verrouillage

→ il apparaît une **erreur de phase statique** au verrouillage.

Caractéristique non symétrique, gain K_D modifié

- la pente autour du point de verrouillage change,
- la zone quasi linéaire peut être plus petite,
- le gain du détecteur K_D est différent et peut varier selon le sens du déphasage.

Le détecteur n'est plus "purement phase"

La sortie dépend à la fois de la phase et du rapport cyclique des signaux d'entrée.

→ On a en réalité un détecteur "phase + largeur d'impulsion".

5. Définition intuitive de la pulsation naturelle d'une PLL

Intuitivement, ω_n joue le rôle de vitesse naturelle de la boucle :

- plus ω_n est grand → PLL rapide (acquisition et suivi rapides),
- plus ω_n est petit → boucle lente.

6. Définition intuitive de la bande passante (-3 dB) de la PLL

La **bande passante en boucle fermée** est la fréquence pour laquelle le module de la fonction de transfert chute de 3 dB par rapport à la valeur à basse fréquence (DC). On l'a noté ω_{B-3dB} ou tout simplement B-3dB (exercice série 2)

- En **dessous** de ω_{B-3dB} , la PLL suit bien les variations de phase/fréquence de l'entrée.
- **Au-dessus**, ces variations sont de plus en plus atténuées et n'influencent plus fortement le VCO.

7. Relation entre pulsation naturelle et bande passante -3 dB (en fonction du facteur de qualité Q)

La fonction de transfert de la PLL du 2^{ème} degré dépend de la pulsation propre ω_n et du facteur de qualité Q, donc la fréquence de coupure ω_{B-3dB} dépend alors à la fois de ω_n et de Q : $\omega_{B-3dB} = \omega_n \cdot g(Q)$

où $g(Q)$ est un facteur numérique qui traduit l'influence du facteur de qualité. Pour des valeurs courantes de Q, on obtient typiquement :

- Q = 1 (équivalent à $\zeta = 0.5$) $\rightarrow \omega_{B-3dB} \approx 1.27 \cdot \omega_n$
- Q \approx 0.7 (équivalent à $\zeta \approx 0.7$) $\rightarrow \omega_{B-3dB} \approx 1 \cdot \omega_n$
- Q = 0.5 (équivalent à $\zeta = 1$) $\rightarrow \omega_{B-3dB} \approx 0.64 \cdot \omega_n$

Ces relations peuvent être aussi déduites en utilisant la méthode graphique (voir annex exercice série 2)

En pratique, pour une PLL « bien amortie », on choisit souvent un facteur de qualité autour de Q \approx 0,7, ce qui donne : $\omega_{B-3dB} \approx 1 \cdot \omega_n$ et donc $f_{B-3dB} \approx \omega_n / (2\pi)$.

Intuitivement :

- ω_n fixe la vitesse naturelle de la boucle (rapidité de réponse),
- Q contrôle le caractère plus ou moins résonant de la réponse,
- pour un Q modéré (entre 0.5 et 1), la bande passante à -3 dB reste du même ordre que ω_n , et pour Q \approx 0.7 on peut pratiquement assimiler ω_{B-3dB} à ω_n .

8. Quelle est la différence entre bande passante et plage de verrouillage ?

- La *bande passante (loop bandwidth)* est une notion de *petit signal* : plage de fréquences pour laquelle la boucle suit les variations de phase/fréquence autour de l'état verrouillé (par ex. fréquence de coupure à -3 dB du transfert en boucle fermée).
- La *plage de verrouillage (lock range ou hold-in range)* est une notion de *grand signal* : plage d'écart de fréquence statiques entre entrée et VCO pour laquelle un état verrouillé existe et peut être maintenu.

On peut donc avoir une PLL à bande étroite avec une large plage de verrouillage, ou l'inverse.

9. Pourquoi pour le détecteur de phase multiplieur analogique ou XOR , on déduit le facteur KD (pente) en considérant la valeur moyenne de la tension de sortie V_D ?

Parce que la PLL ne "voit" jamais le signal instantané du détecteur de phase, elle ne voit que sa valeur moyenne après le filtre passe-bas. C'est vraiment ça l'idée clé. Voici l'explication pas à pas :

1. Ce qui sort d'un détecteur de phase analogique / XOR

Multiplieur analogique :

On multiplie deux signaux sinusoïdaux. Le résultat contient :

- un terme à basse fréquence / DC qui dépend de la différence de phase,
- un terme à haute fréquence (à peu près au double de la fréquence d'entrée).

Détecteur XOR numérique :

La sortie est un signal carré qui vaut 0 ou V_{DD} . La largeur d'impulsion (duty cycle) dépend de la différence de phase entre les signaux d'entrée.

Dans les deux cas, la sortie brute $V_D(t)$ est périodique et "rapide" (à la fréquence d'horloge ou du signal d'entrée).

2. Rôle du filtre passe-bas de la PLL

Juste après le détecteur de phase, il y a toujours un filtre passe-bas (le filtre de boucle). Ce filtre a une constante de temps très grande par rapport à la période du signal d'entrée. Ça veut dire qu'il n'a pas le temps de suivre les variations rapides de $V_D(t)$ à chaque période et ce qu'il "voit" et transmet au VCO, c'est la **valeur moyenne** de cette tension sur beaucoup de périodes. Donc, le filtre passe-bas joue le rôle de **moyenneur** du signal $V_D(t)$.

3. Pourquoi on définit K_D à partir de la valeur moyenne $V_{D,moy}$

Parce que c'est cette tension moyenne qui pilote réellement le VCO, donc le gain du détecteur de phase K_D dans le modèle linéaire de la PLL est la pente de la caractéristique moyenne $V_{D,moy} = f(\Phi_E)$, et non du signal instantané.

10. Comment la pompe de charge convertit l'erreur de phase en courant moyen ?

- **Idée de base (voir schéma slides cours)**

Dans une PLL avec détecteur de phase-fréquence (DPF) et pompe de charge, le DPF compare les fronts de l'horloge de référence ou d'entrée (f_{IN} notée simplement IN) et de l'horloge de retour (f_{OUT} , notée OUT). Il produit deux signaux numériques : UP (noté Q_A) et DN (noté Q_B).

- UP demande à la pompe de charge de fournir un courant constant $+I$ vers le filtre de boucle.

- DN demande à la pompe de charge de puiser (source 'sink') un courant $-I$ depuis le filtre de boucle.

Le filtre de boucle (souvent un réseau RC) transforme ce courant pulsé en une tension de commande lissée pour le VCO.

- **L'erreur de phase devient une largeur d'impulsion**

On note T la période de la référence ($T=1/f_{IN}$). Si le front de retour arrive plus tard que le front de référence d'un temps Δt (le retour est en retard), le DPF génère :

- une impulsion UP longue, de largeur environ Δt ,

- une impulsion DN très courte (ou aucune).

Si le front de retour arrive plus tôt (le retour est en avance), le DPF génère cette fois une impulsion DN longue.

Ainsi, le signe de l'erreur de phase (avance ou retard) décide si c'est UP ou DN qui est actif, et la grandeur de l'erreur de phase décide combien de temps l'impulsion reste à 1 (switch fermé).

- **La largeur d'impulsion devient un courant moyen**

Sur une période de référence T :

- quand UP est à 1, un courant I entre dans le filtre de boucle ;

- quand DN est à 1, un courant I sort du filtre de boucle.

Si le retour est en retard (UP plus large que DN), le filtre reçoit une charge nette positive : $Q = I \cdot \Delta t$

Le courant moyen sur toute la période vaut : $ID_{\text{moy}} = Q / T = I \cdot (\Delta t / T)$

Comme l'erreur de phase $\Delta\phi$ et l'erreur de temps Δt sont liées par $\Delta\phi = 2\pi \cdot (\Delta t / T)$, on peut aussi écrire : $ID_{\text{moy}} = (I / 2\pi) \cdot \Delta\phi = (I / 2\pi) \cdot \phi_E$

Donc, dans la zone de fonctionnement normale, le couple DPF + pompe de charge se comporte comme un bloc qui convertit l'erreur de phase en un courant moyen proportionnel à cette erreur.

- **Comportement pour de grandes erreurs et en pratique**

Pour de grandes erreurs de phase ou de fréquence, une impulsion reste haute presque tout le temps, donc le courant moyen se rapproche de $+I$ ou $-I$. Cela aide la PLL à ramener la fréquence du VCO dans la bonne direction.

11. Comment un filtre RC passe-bas peut-il fournir la moyenne d'un signal périodique ?

Un filtre passe-bas RC atténue fortement les composantes dont la fréquence est supérieure à sa fréquence de coupure. Si cette fréquence de coupure est très inférieure à la fréquence fondamentale du signal périodique, toutes les harmoniques AC sont fortement atténuées et il ne reste que la composante continue.

Or **la composante continue d'un signal périodique est égale à sa valeur moyenne temporelle** : la sortie du filtre représente donc une bonne approximation de cette moyenne.

12. Pourquoi l'intégrale d'un signal périodique sur une période représente-t-elle sa moyenne ?

$$\bar{x} = \text{moyenne} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

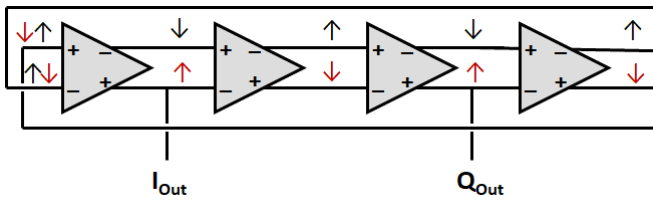
l'intégrale sur une période, divisée par la période : « aire totale » / « durée » = valeur moyenne.

Comme le signal se répète à l'identique tous les T , l'aire sous la courbe sur n'importe quelle période est la même

13. Pourquoi un oscillateur / VCO en anneau basé sur des portes logiques NOR fonctionne avec un nombre impair d'éléments (étages) ?

Un oscillateur en anneau basé sur des portes NOR utilisées comme inverseurs réalise une inversion logique (décalage de phase de 180° à basse fréquence) à chaque étage. Avec un nombre impair d'étages, le produit des inversions donne un retour global négatif (180°) en continu : un « 1 » recircule comme « 0 » et inversement. À cause du temps de propagation de chaque porte, ce retour négatif arrive avec retard, ce qui provoque un basculement périodique et donc une oscillation. Avec un nombre pair d'inversions, la boucle est globalement non inverseuse à basse fréquence ; elle tend alors à se stabiliser dans un état logique fixe plutôt qu'à osciller.

14. Expliquer le fonctionnement de l'oscillateur / VCO en anneau à structure différentielle et pourquoi il n'est pas limité à un nombre impair d'éléments



1. Fonctionnement de ce VCO en anneau différentiel

Sur la figure :

- On a N cellules différentielles de retard identiques (ici $N = 4$).
- Chaque cellule a une entrée différentielle (+, -) et une sortie différentielle (+, -).
- Chaque cellule inverse et retarde le signal différentiel :
 - si l'entrée « + » monte et l'entrée « - » descend,
 - après un petit délai t_p , la sortie « + » descend et la sortie « - » monte.

Les sorties alimentent les entrées de la cellule suivante, et la dernière cellule est rebouclée sur la première → on forme un anneau.

Que se passe-t-il au démarrage ?

1. À la mise sous tension, il y a toujours un peu de **bruit** : les tensions différentielles ne sont jamais exactement à 0.
2. Cette petite différence est **amplifiée et inversée** par la première cellule, puis transmise à la deuxième, etc.
3. Comme le **gain en boucle** est > 1 pour une certaine fréquence, cette perturbation qui se propage se met à **croître** et finit par devenir une oscillation périodique stable.

Pourquoi la fréquence vaut $f_{osc} = \frac{1}{2Nt_p}$?

Raisonnons en termes de fronts qui se déplacent :

- Un front (montée sur une borne « + », descente sur la borne « - ») met un délai t_p pour traverser **une** cellule.
- Pour faire le tour complet de l'anneau, il faut donc environ un temps $N t_p$.
- Après ce temps, le front revient au point de départ et force la cellule initiale à **changer d'état de nouveau** (haut → bas, bas → haut).
Cela correspond à **une demi-période** : le signal a changé de signe.
- Une **période complète** vaut donc à peu près :

$$T \approx 2Nt_p$$

Donc la fréquence :

$$f_{osc} \approx \frac{1}{T} = \frac{1}{2Nt_p}$$

Chaque nœud de l'anneau est donc simplement une **version décalée dans le temps** du même signal.

Avec N étages, le décalage de phase entre deux étages successifs vaut :

$$\Delta\varphi = 2\pi f_{osc}t_p = 2\pi \frac{1}{2Nt_p}t_p = \frac{\pi}{N} = \frac{180^\circ}{N}$$

Pour N = 4 :

- Entre deux cellules consécutives : $180^\circ/4 = 45^\circ$.
- Entre la cellule 1 et la cellule 3 : $2 \times 45^\circ = 90^\circ \rightarrow$ quadrature (I / Q).

Pourquoi peut-on utiliser 4, 6, ... étages (N pair) dans un anneau différentiel ?

- Chaque cellule a deux sorties : + et -, donc déjà 0° et 180° de phase à l'intérieur de la cellule.
- À la fréquence d'oscillation, chaque cellule ne fait pas simplement "180° d'un coup" comme un inverseur logique : elle apporte un certain déphasage + un retard, qui dépend de la fréquence.
- La condition d'oscillation n'est plus "nombre impair de portes", mais :

Somme des déphasages autour de l'anneau = 360° et gain ≥ 1 (critère de Barkhausen).

On peut donc très bien ajuster les cellules pour que, à une certaine fréquence :

$$\text{déphasage total des N cellules} = 360^\circ$$

que N soit pair ou impair. D'où : on peut utiliser 4, 6, 8, ... étages sans problème.

Est-ce qu'un N impair est aussi utilisable dans un anneau différentiel analogique ?

- N pair : possible (4, 6, 8, ...) \rightarrow souvent choisi pour des raisons pratiques (phases multiples bien espacées, I/Q, etc.).
- N impair : également possible \rightarrow simplement, la répartition des phases ($360^\circ/N$) sera différente, parfois moins pratique pour certaines applications, mais l'oscillation est tout à fait réalisable.

En résumé :

- "Nombre impair obligatoire" = vrai pour anneau digital d'inverseurs simples.
- Pour un anneau différentiel analogique, on peut avoir N pair ou impair, tant que la condition de phase (360°) est satisfaite.

15. C'est quoi un filtre intégrateur ?

Un filtre intégrateur est un circuit dont la sortie est proportionnelle à l'intégrale du signal d'entrée : il "additionne" dans le temps tout ce qui arrive à son entrée.

Dans une PLL, ce filtre sert à accumuler l'erreur de phase ou de fréquence.

Tant qu'il reste une erreur, la sortie de l'intégrateur continue à monter ou descendre pour corriger le VCO. En régime établi, l'erreur doit donc être nulle, sinon l'intégrateur continuerait à corriger le VCO..