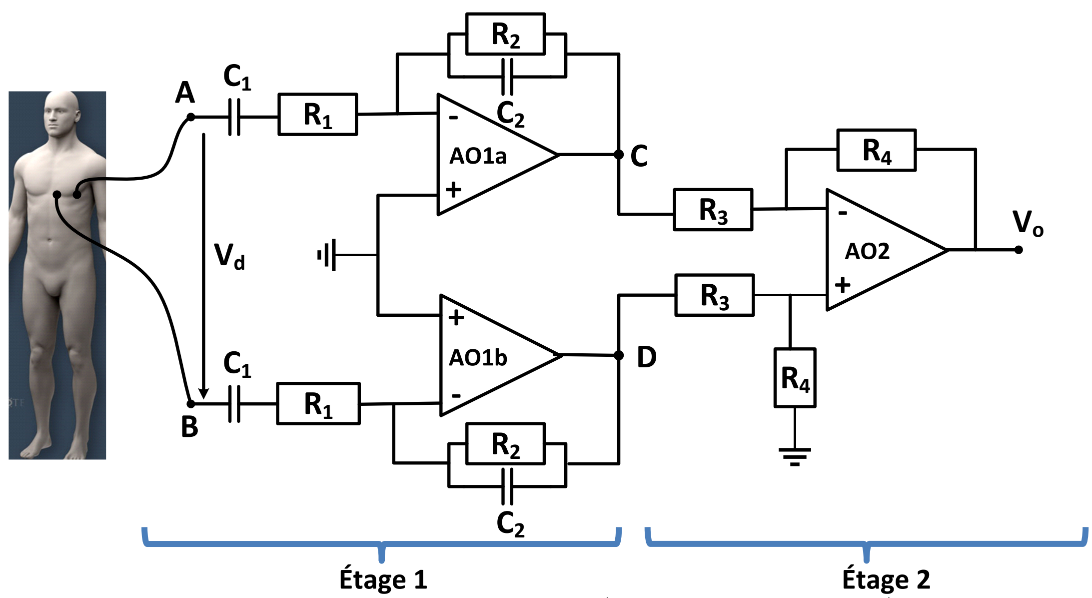
NOM: **PRENOM:** **N° place :** **SECTION :..**

Examen 22 Janvier 2024 **Durée 2h45 (15h15-**18h)

*Seul **le résultat final** de chaque étape est donné **au propre** dans la partie encadrée.*

1. Applications de l'AO (~ 40 mn)

On se propose d'étudier le circuit suivant pour une utilisation ECG :



a- Appliquer des signaux de test différentiels à l'entrée $\left(\underline{V_A}(j\omega) = -\underline{V_B}(j\omega)\right)$ et exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_o}(j\omega)}{\underline{V_A}(j\omega) - \underline{V_B}(j\omega)} = \frac{\underline{V_o}(j\omega)}{\underline{V_d}(j\omega)}$ sous la forme canonique en faisant sortie le gain maximal G_d **(Rq : G_d** correspond à des fréquences où $Z_{c1} \rightarrow 0$ et $Z_{c2} \rightarrow \infty$).

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_o}(j\omega)}{\underline{V_d}(j\omega)}$$

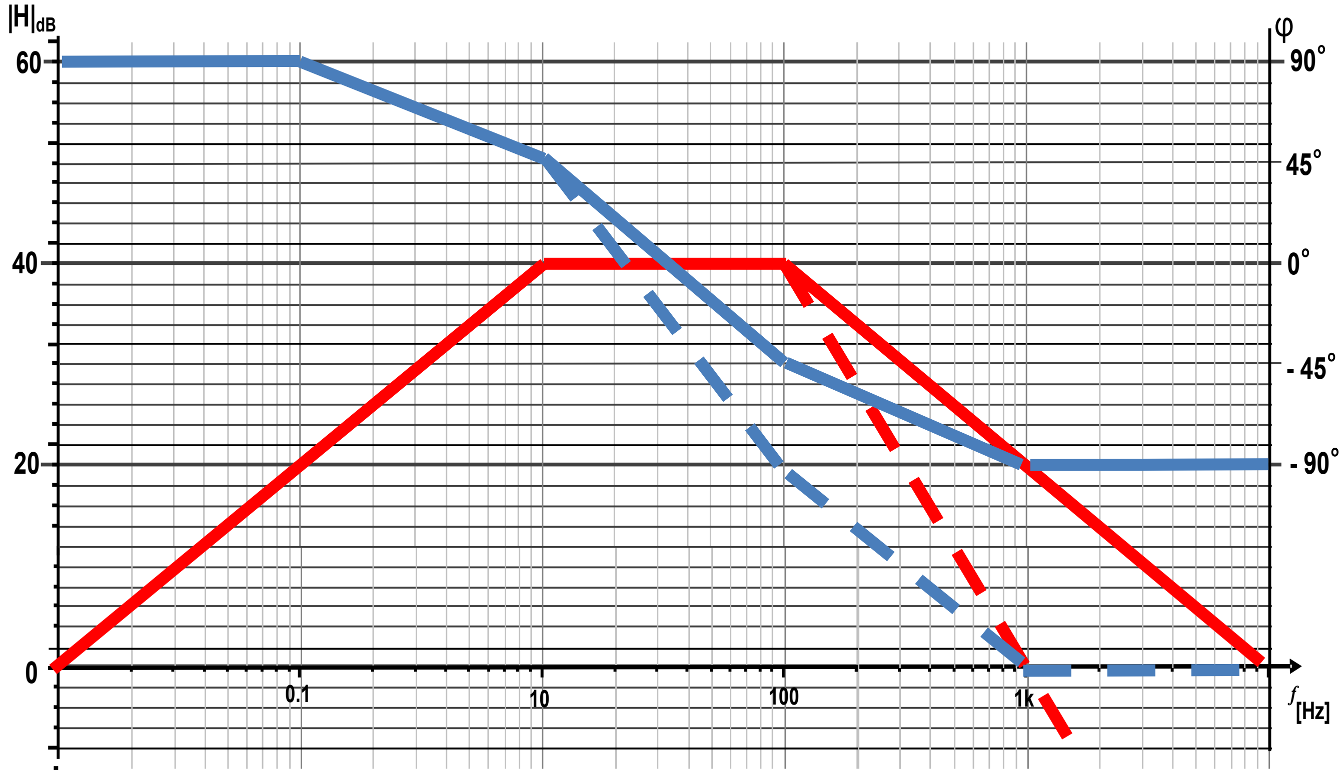
$$= G_d\ \underline{H}'(j\omega) = \underbrace{\frac{R_2 R_4}{R_1 R_3}}_{G_d} \frac{j\omega R_1 C_1}{(1+j\omega R_1 C_1)(1+j\omega R_2 C_2)}$$

Les pôles f_{pi} :	**Les zéros f_{zi}**	**G_d =**
$\frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ et $\frac{1}{2\pi R_2 C_2}$	$\frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ -	$\frac{R_2 R_4}{R_1 R_3}$

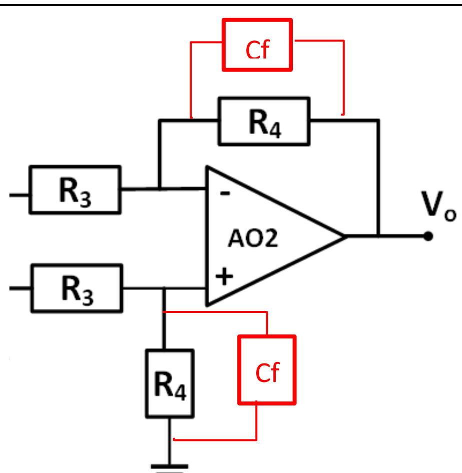
b- Dimensionner les éléments ci-dessous pour avoir: G_d de 100 (**G_{d1} = 20 pour l'étage 1 et G_{d2} =5 pour l'étage 2**), un **zéro à 10Hz** et un **pôle à 100Hz** (prendre $R_1 = R_3 = 1$ [kΩ]).

R_2 = 20 kΩ	**R_4 = 5 kΩ**	**C_1 = 16 µF**	**C_2 = 79 nF**

c- Tracer le diagramme de **Bode en amplitude et en phase** de H(jω).



d- Ajouter **une paire de capacité C_f** au deuxième étage pour avoir un **deuxième pôle à 100 Hz** en donnant **sa valeur.** Montrer en traitillé la modification que subirait alors le diagramme de **Bode en amplitude et en phase** sur le graphe de la question **c.**



C_f = $1/(2\pi R_4 f_p)$ = 318 nF

nF

NOM: PRENOM: N° place : SECTION :..

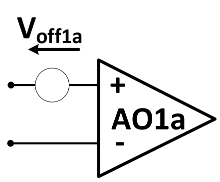
2. Bruit et Imperfections de l'AO (~ 30 mn):

a- Exprimer et calculer la **valeur RMS du bruit en tension** $\left(\sigma_n = \sqrt{\overline{v_{n,o}{}^2}\big|_{tot}}\right)$ et sa **valeur crête-à-crête maximale** $\left(v_{n,pp,\,max}\right)$ à la sortie de l'amplificateur (avec C_f). Considérer seulement **les sources de bruit dominantes que sont (R_1, R_2) et négliger le filtrage basse fréquences entre 0 et 10 Hz.**

Rappel: $\overline{v_n{}^2}\big|_{R=1k\Omega} = \left(4\text{ nV}/\sqrt{Hz}\right)^2$, $\int_0^{\infty} \frac{df}{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2} = \frac{\pi}{2} f_c$ *et* $\int_0^{\infty} \frac{df}{\left(1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2\right)^2} = \frac{\pi}{4} f_c$

	Expression	***Valeur [V²]***
Contribution des R_1 $\overline{v_{n,o}{}^2}\big\|_{(R_1)}$ *[V²]*	$2 \times \underbrace{4kTR_1}_{\left(4\text{ nV}/\sqrt{Hz}\right)^2} G_d{}^2 \frac{\pi}{4} f_{p2} \approx 2.5\ 10^{-11}$	
Contribution des R_2 $\overline{v_{n,o}{}^2}\big\|_{(R_2)}$ *[V²]*	$2 \times \underbrace{4kTR_2}_{20\left(4\text{ nV}/\sqrt{Hz}\right)^2} G_{d2}{}^2 \frac{\pi}{4} f_{p2} \approx 1.25\ 10^{-12}$	
Puissance totale $\overline{v_{n,o}{}^2}\big\|_{tot}$ *[V²]*	$\overline{v_{n,o}{}^2}\big\|_{(R_1)} + \overline{v_{n,o}{}^2}\big\|_{(R_1)} \approx 2.5\ 10^{-11}$	
$\sigma_n = \sqrt{\overline{v_{n,o}{}^2}\big\|_{tot}}$ *[V]*	$\sqrt{\overline{v_{n,o}{}^2}\big\|_{tot}} = 5\ 10^{-6}$	***Valeur [V]***
$v_{n,pp,\,max}$ [V]	$6\sigma_n = 30\ 10^{-6}$	

b- Etablir l'expression de $\mathbf{V_{o,DC}}$ due aux tensions d'offset **DC** des trois amplificateurs (V_{off1a}, V_{off1b}, V_{off2}). Calculer sa valeur maximale $\mathbf{V_{o,DCmax}}$ si les AOs ont un $|V_{off,max}| = 0.1$V. *(Suivre le model donné ci-dessous).*



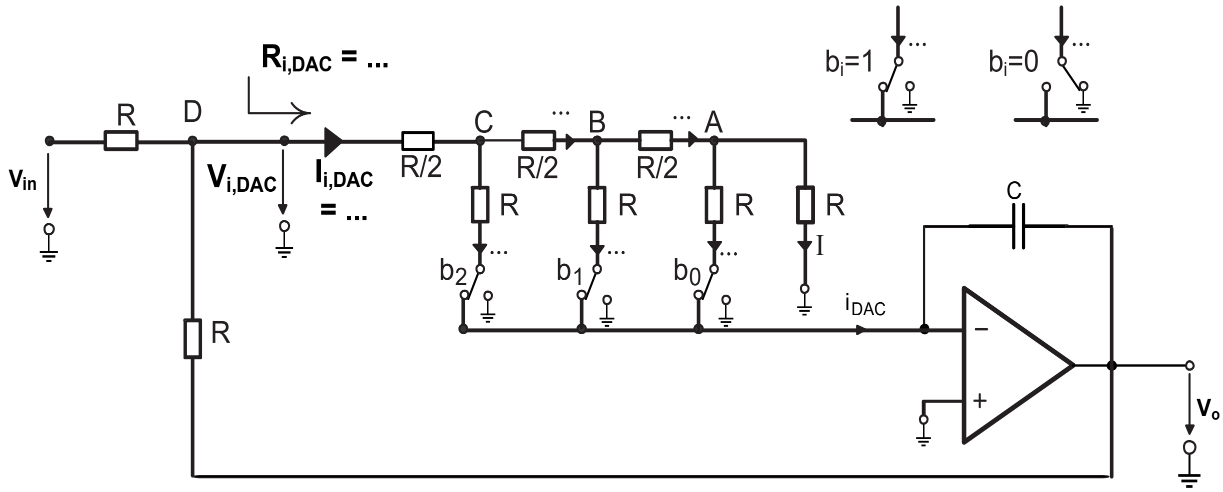
$$V_{o,DC} = \frac{R_4}{R_3}\left(V_{off1b} - V_{off1a}\right) + \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)\left(V_{off2}\right)$$

$V_{o,DC\,max} = \pm 1.6$ V

c- En déduire les amplitudes maximales des signaux ac à la sortie et à l'entrée ($\hat{V}_{o,max}$, $\hat{V}_{d,max}$) tolérables sans distorsion *(Les AOs sont polarisés entre $-V_{cc} = -5V$ et $V_{cc} = +5$ V).*

$\hat{V}_{o,max} =$ 3.4 V	$\hat{V}_{d,max} = \frac{\hat{V}_{o,max}}{G_d} = 3.4\ 10^{-2}$ V

3- Filtre programmable (~ 40 mn)



a- Indiquer sur les pointillés du schéma ci-dessus **les courants** des branches en fonction de I. En déduire **$I_{i,DAC}$** en fonction de I.

b- Donner la valeur de **$R_{i,DAC}$** en fonction de R (déterminer d'abord les résistances entre les nœuds A, B, C et la masse).

c- Exprimer **$V_{i,DAC}$** en fonction de R et de I. En déduire **I** en fonction de $V_{i,DAC}$ et de R:

a) $I_{i,DAC}$ = **8I**	**b)** $R_{i,DAC}$ = **R**	**c)** $V_{i,DAC}$ = **8IR**	**c)** I = $V_{i,DAC}$ /8R

d- Déterminer V_o en fonction de $\sum_{i=0}^{2} b_i 2^i$, I et Z_c puis en fonction de $\sum_{i=0}^{2} b_i 2^i$, $V_{i,DAC}$ et RC

e- Déterminer **$V_{i,DAC}$** en fonction de V_{in} et V_o:

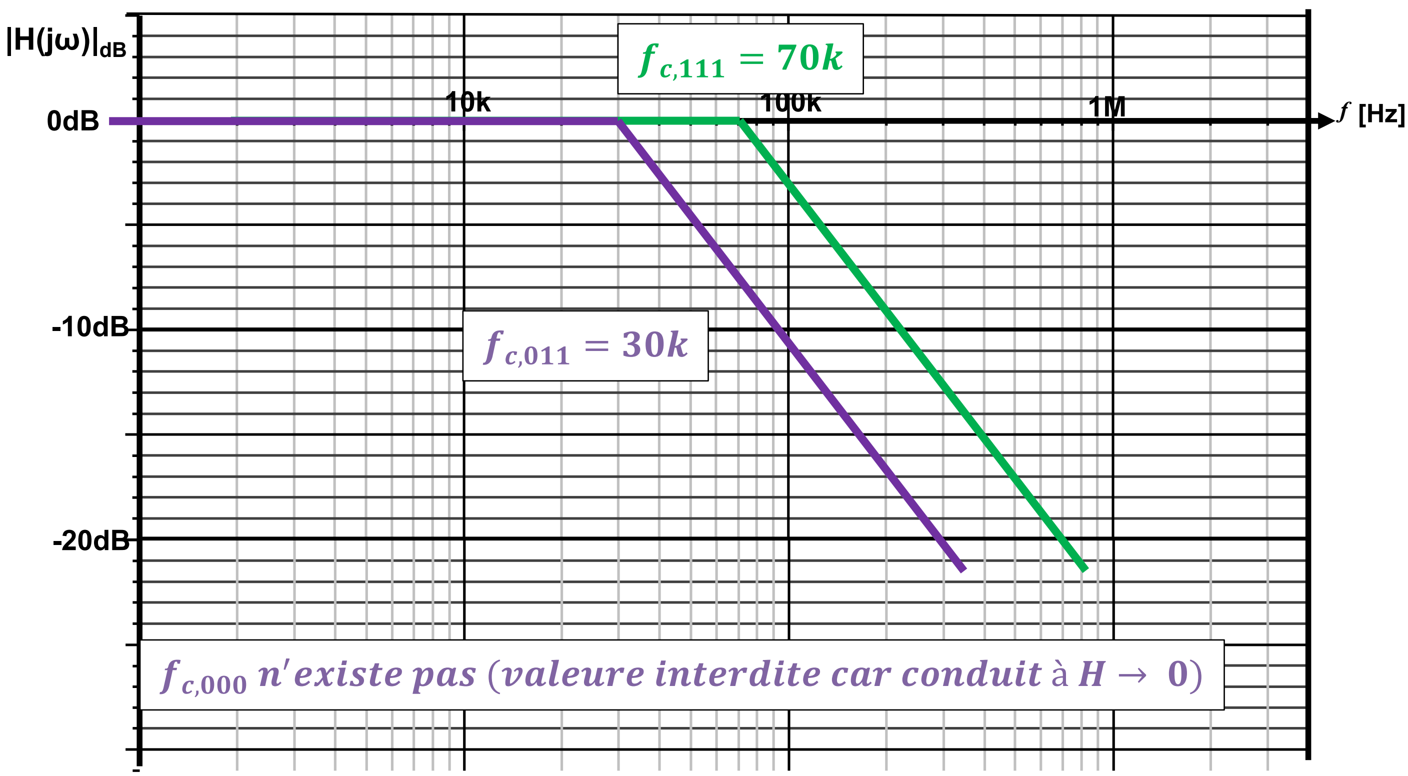
d) V_o = $-Z_c I_{DAC} = -\dfrac{I\left(\sum_{i=0}^{2} b_i 2^i\right)}{j\omega c}$	**d)** V_o = $= -\dfrac{\overbrace{V_{i,DAC}\left(\sum_{i=0}^{2} b_i 2^i\right)}^{k}}{j\omega c 8R}$	**e)** $V_{i,DAC}$ = $\dfrac{V_{in}+V_{out}}{3}$

Rq : si vous ne répondez pas à la question e, considérer que $V_{i,DAC} = \frac{V_{in}+V_o}{2}$ pour la suite.

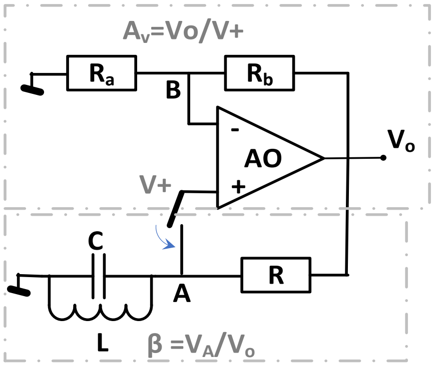
f- Déduire de (d) et (e) la fonction de transfert du filtre programmable **$H_f(j\omega) = V_o / V_{in}$** ainsi que son pôle programmable **f_p**. Calculer **RC** pour que le contrôle digital (1 1 1) donne pôle à **70 kHz**

$H_f(j\omega)$ =	f_p=	RC =
$-\dfrac{1}{1+j\omega\underbrace{\frac{24RC}{k}}_{1/\omega p}}$ avec $k = \left(\sum_{i=0}^{2} b_i 2^i\right)$	$\dfrac{k}{2\pi 24RC}$	$\dfrac{7}{2\pi 24 f_p}$ = **0.66 µs**

g- Tracer ci-dessous les digrammes de **Bode en amplitude de $H_f(j\omega)$** pour (b_2 b_1 b_0) égale à **(1 1 1) ; (0 1 1) ; (0 0 0)** en donnant à chaque fois sur la figure la valeur de la fréquence de coupure.



a. Oscillateur (~ 30 mn):



a. Prévoir théoriquement la fonction de transfert : $\boldsymbol{\beta(i\omega)} = \frac{V_A}{V_o}$

b. **Exprimer la fréquence d'oscillation** en fonction des éléments du circuit et donner la valeur du produit **LC pour** une fréquence d'oscillation **f_o = 1kHz**, en expliquant brièvement la démarche suivie.

c. En déduire le module $|\boldsymbol{\beta(jf_o)}|$ à la fréquence d'oscillation.

d. Donner la condition sur la valeur de $\mathbf{R_a}$ et $\mathbf{R_b}$ pour amorcer l'oscillation.

e. Pour R_a = 10 kΩ et R_b = 20 kΩ et ±Vcc = ±5V, donner approximativement l'amplitude du signal V_o ($\widehat{V_o}(f_o)$), V_B ($\widehat{V_B}(f_o)$) et V_A ($\widehat{V_A}(f_o)$).

a.

$$\boldsymbol{\beta(i\omega)} = \beta(j\omega) = \frac{V_A}{V_o} = \frac{j\omega L}{R(1-\omega^2 LC)+j\omega L} \quad A = \frac{V_o}{V_A} = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

b. Fréquence d'oscillation f_o : $Arg\left(A\beta(j\omega_o)\right) = 90° - \text{Arctg}\left(\frac{\omega LC}{R(1-\omega^2 LC)}\right) = 0$

$$\Rightarrow (1-\omega^2 LC) = 0 \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad \text{LC} = \frac{1}{(2\pi f_o)^2} = \textbf{25 ns}$$

c.

$$|\boldsymbol{\beta(jf_0)}| = \left|\frac{j\omega L}{j\omega L}\right| = 1$$

d. **Condition sur R_a, R_b**

$$|A\boldsymbol{\beta(jf_0)}| = 1 + \frac{R_b}{R_a} \ tjrs > 1 \ donc \ pas \ de \ condition \ sur \ Ra \ et \ Rb$$

e.

$\widehat{V_o}(f_o) = 5\text{V}$	$\widehat{V_B}(f_o) = \frac{R_a}{R_a+R_a}\widehat{V_o}(f_o) = \frac{5}{3} = 1.66\text{V}$	$\widehat{V_A}(f_o) = \widehat{V_o}(f_o) = 5V$