EE-106 Automne 2025

Dr. Christian Lafforgue / Photonic Systems Laboratory

Sciences et technologies de l'électricité – Série 6

Exercice 1 :

On pose $u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \alpha),\ i(t) = \hat{I}\cos(\omega t + \beta)$ et $\phi = \alpha - \beta$

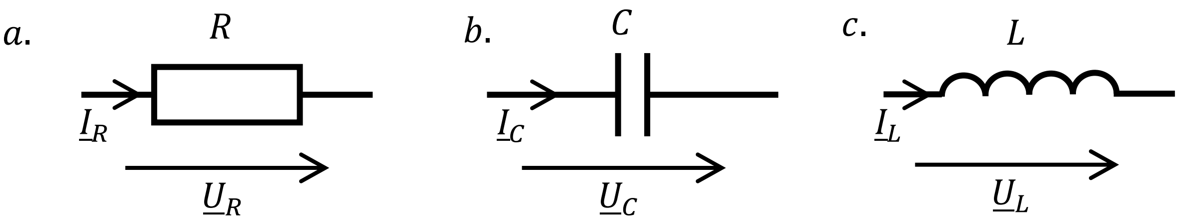
1) En appelant U et I les valeurs efficaces du courant et de la tension respectivement, montrer que la puissance peut s'écrire :
$$p(t) = UI \cdot \cos(\phi) + UI \cdot \cos(2\omega t + 2\alpha - \phi)$$

2) Déterminer la valeur moyenne, la pulsation et l'amplitude des oscillations de la puissance.

3) Rappeler les définitions de la puissance active P et de la puissance réactive Q en fonction de U, I et ϕ.

4) Rappeler la définition de la puissance complexe $\underline{S}$ en fonction de P et Q. Montrer alors que :
$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^*$$

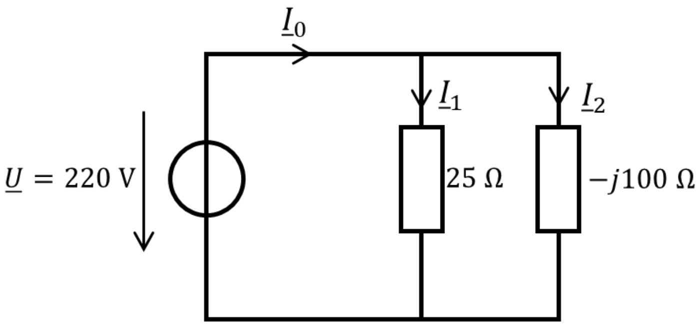
Exercice 2 :



1) Rappeler la relation entre puissance complexe, courant efficace et impédance. Même question avec la tension efficace.

2) Pour les 3 cas ci-dessus, exprimer la puissance complexe, la puissance active et la puissance réactive en fonction du courant efficace puis en fonction de la tension efficace.

Exercice 3 :



1) Pour le circuit ci-dessus, calculer les puissances actives, réactives et apparentes de chacune des deux impédances.

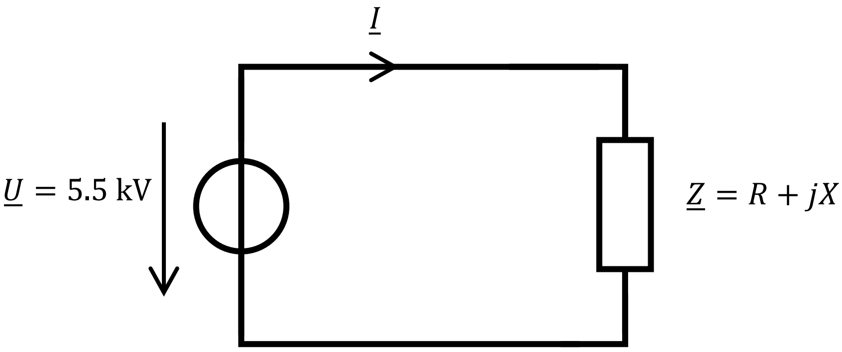
2) En utilisant la loi des nœuds, montrer que la puissance complexe $\underline{S}$ de la source de tension est égale à la somme des puissances complexes de chaque impédance.

3) En déduire les puissances actives, réactives et apparentes au niveau de la source ainsi que le facteur de puissance correspondant.

Exercice 4 :

Une usine est alimentée par le réseau 5.5 kV, 50 Hz. Elle consomme une puissance active de 120 kW et a un facteur de puissance de 0,85.

On modélise l'installation par une impédance $\underline{Z} = R + jX$.



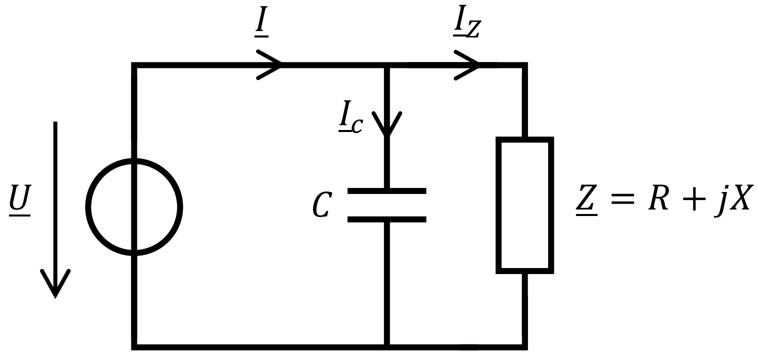
1) A partir des données de l'énoncé, calculer I.

2) A partir de la réponse précédente et de la puissance active, montrer que $R \simeq 182\ \Omega$.

3) On fait l'hypothèse que le déphasage ϕ de $\underline{U}$ par rapport à $\underline{I}$ est positif. A partir du facteur de puissance, déterminer ϕ puis la puissance réactive associée à $\underline{Z}$.

4) Exprimer la puissance réactive en fonction de X et de I. En déduire que $X \simeq 113\ \Omega$.

5) On souhaite annuler la puissance réactive causée par l'usine. Pour cela, on place un condensateur aux bornes de l'installation, comme représenté ci-dessous :



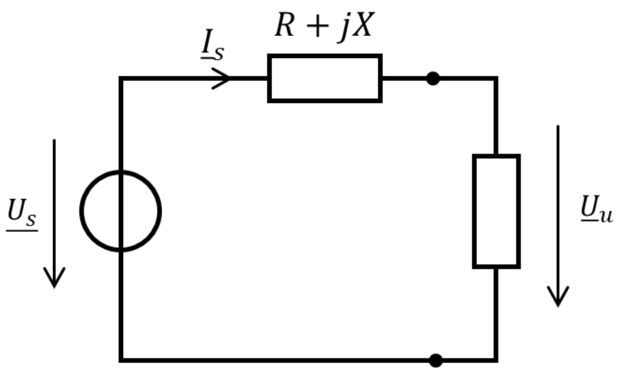
En utilisant la loi des nœuds, exprimer sous forme algébrique la puissance complexe de l'ensemble formé de l'usine et du condensateur en fonction de U, R, X, C et ω.
En déduire l'expression de la puissance réactive totale et montrer que $C \simeq 7.84$ µF permet d'annuler la puissance réactive.
La puissance active est-elle modifiée par l'ajout du condensateur ?

6) Exprimer $\underline{I}$ sous forme algébrique en fonction des grandeurs du circuit.

7) Dans le cas où la puissance réactive est annulée par le condensateur, calculer la valeur de I et la comparer à la valeur trouvée à la question 1). Quel impact cela a-t-il sur le réseau de distribution arrivant à l'usine ? (aide : penser à l'effet Joule)

Exercice 5 :

Un utilisateur est branché sur un réseau composé d'une source de tension $\underline{U_s}$ de 12.5 kV à 50 Hz et d'une impédance en série $R + jX$ telle que $R = 2.4\ \Omega$ et $X = 15\ \Omega$.



On mesure les puissances active et réactive au niveau de la source de tension et on obtient :

$$P_s = 3\ \text{MW}$$
$$Q_s = 2\ \text{Mvar}$$

1) Calculer le déphasage entre $\underline{I}_s$ et $\underline{U}_s$.

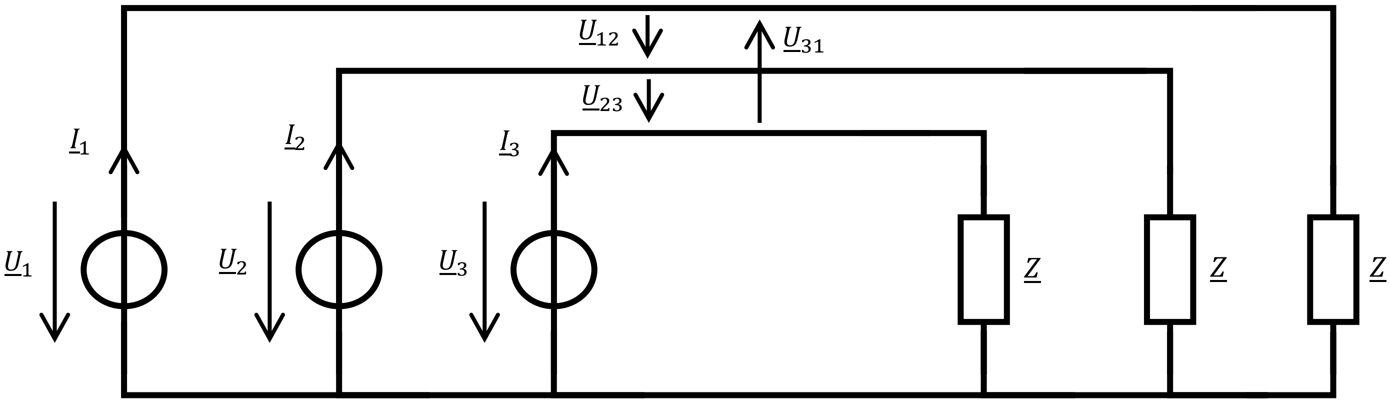
2) Exprimer la puissance apparente S_s de la source de tension en fonction de U_s et I_s, puis en fonction de P_s et Q_s. Calculer S_s.

3) On cherche à déterminer les puissances active P_u et réactive Q_u de l'utilisateur.
   a. Exprimer P_s en fonction de P_u, R et I_s
   b. Exprimer Q_s en fonction de Q_u, X et I_s
   c. A partir des résultats précédents et de la question 2, exprimer P_u et Q_u en fonction de P_s, Q_s, U_s, R et X.
   d. Calculer P_u et Q_u.

4) Calculer la tension efficace de l'utilisateur U_u.

Exercice 6 :

On considère le système triphasé suivant :



$$\underline{U}_1 = U \qquad \underline{I}_1 = Ie^{-j\phi}$$
$$\underline{U}_2 = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}} \qquad \underline{I}_2 = Ie^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\phi\right)}$$
$$\underline{U}_3 = Ue^{-j\frac{4\pi}{3}} \qquad \underline{I}_3 = Ie^{-j\left(\frac{4\pi}{3}+\phi\right)}$$

1) Montrer que :

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3}\underline{U}_1 e^{j\frac{\pi}{6}}$$

2) A partir des phaseurs de tension et courant donnés, exprimer les tensions et courants instantanés, puis les puissances instantanées $p_1(t)$, $p_2(t)$, $p_3(t)$ aux bornes de chaque impédance.

3) Mettre chaque puissance instantanée sous la forme d'une composante pulsée plus une composante alternative. Pour cela, utiliser les identités trigonométriques suivantes :

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

4) La puissance totale $p(t)$ est la somme des 3 puissances individuelles $p_1(t),\ p_2(t),\ p_3(t)$. Démontrer la formule suivante :

$$p(t) = 3UI\cos(\phi)$$

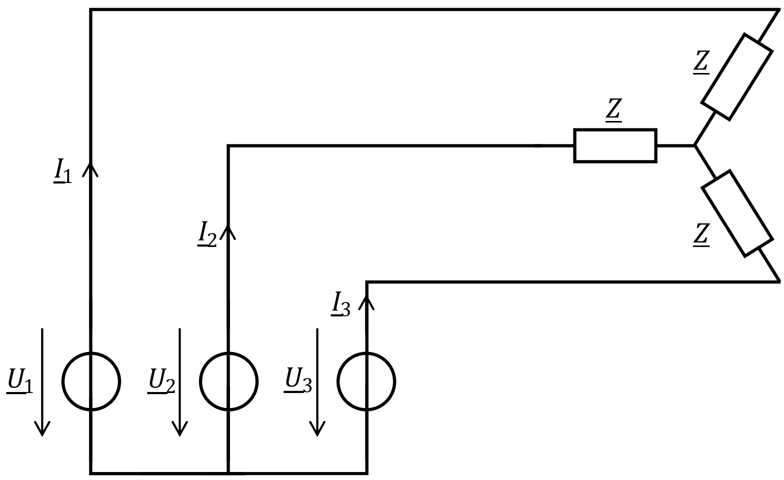
Aide : utiliser les identités trigonométriques de $\cos(a-b)$ et $\sin(a-b)$

Exercice 7 :

On étudie les deux couplages de charge triphasée équilibrée : couplage en étoile et couplage en triangle. La charge est branchée à une réseau triphasé symétrique direct d'ordre 1 avec une tension de phase de U =230 V : $\underline{U_1} = U$; $\underline{U_2} = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}}$; $\underline{U_3} = Ue^{-j\frac{4\pi}{3}}$

I. **Couplage étoile**

Le schéma électrique correspondant est le suivant :



1) Exprimer les courants $\underline{I_1}, \underline{I_2}, \underline{I_3}$ en fonction des tensions $\underline{U_1}, \underline{U_2}, \underline{U_3}$ et des impédances.

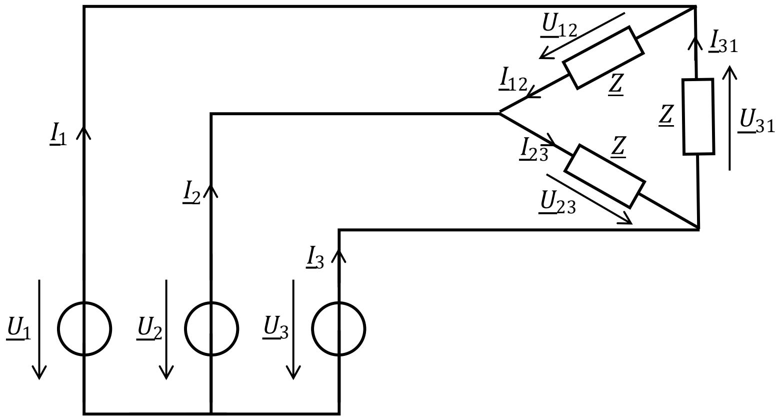
2) En déduire $\underline{I_1}, \underline{I_2}, \underline{I_3}$ en fonction de U et de $\underline{Z}$.

3) Exprimer le courant efficace I de chaque ligne en fonction de U et de $\underline{Z}$.

4) On pose $\underline{Z} = R + jX$. Exprimer la puissance active totale consommée par la charge triphasée en fonction de U et de R.

II. Couplage triangle

Le schéma électrique correspondant est le suivant :



1) Exprimer les courants $\underline{I}_{12}, \underline{I}_{23}, \underline{I}_{31}$ en fonction des tensions $\underline{U}_{12}, \underline{U}_{23}, \underline{U}_{31}$ et des impédances.

2) Exprimer les tensions $\underline{U}_{12}, \underline{U}_{23}, \underline{U}_{31}$ en fonction de U.

3) En déduire $\underline{I}_{12}, \underline{I}_{23}, \underline{I}_{31}$ en fonction de U et de $\underline{Z}$.

4) Exprimer le courant efficace I_T de chaque impédance en fonction de U et de $\underline{Z}$.

5) Exprimer $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ en fonction de $\underline{I}_{12}, \underline{I}_{23}, \underline{I}_{31}$.

6) En déduire $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ en fonction de U et de $\underline{Z}$.

7) Exprimer le courant efficace I de chaque ligne en fonction de U et de $\underline{Z}$.

8) On pose $\underline{Z} = R + jX$. Exprimer la puissance active totale consommée par la charge triphasée en fonction de U et de R.

III. Applications

1) On considère un système de chauffage triphasé. Dans ce cas, l'impédance $\underline{Z}$ est supposée purement résistive. Le système est couplé en étoile et sa puissance consommée totale est de 10 kW.
   a. Calculer le courant efficace I et la résistance R de chaque phase du chauffage.

   b. On considère le même chauffage mais cette fois branché en triangle. Que vaut la puissance consommée dans ce cas ?

2) On considère maintenant un moteur triphasé branché sur un réseau dont le courant de chaque ligne ne doit pas dépasser 10 A, auquel cas les systèmes de sécurité s'activent et le courant se coupe. On modélise chaque phase du moteur par une impédance telle que $|\underline{Z}| = 25\ \Omega$. Quel(s) schéma(s) de couplage peut-on utiliser pour le moteur lors du démarrage.