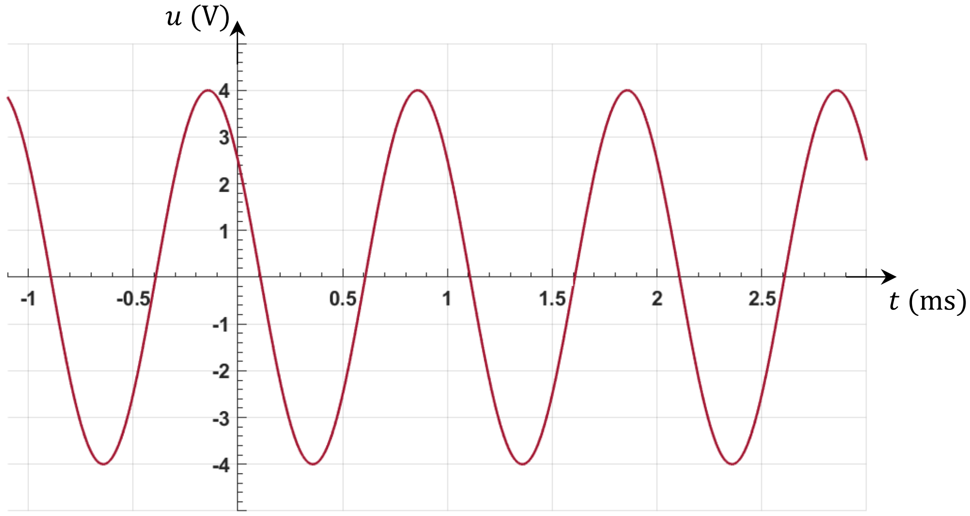
Sciences et technologies de l'électricité – Série 4

Exercice 1 :

On souhaite caractériser une tension sinusoïdale de la forme $u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \varphi)$. Son tracé est le suivant :



Par lecture graphique, donner les caractéristiques du signal dans le tableau ci-dessous :

Amplitude (V)	Valeur efficace (V)	Période (s)	Fréquence (Hz)	Pulsation (rad/s)	Phase (rad)

Exercice 2 :

Supposez 3 dipôles inconnus aux bornes desquels les couples tension / courant suivants sont mesurés :

a) $$\begin{cases} u_a(t) = 1.2\cos(10^3\pi t)\ \text{V} \\ i_a(t) = 0.3\cos\left(10^3\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ \text{A} \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} u_b(t) = 23\cos(50\pi t + 1.4)\ \text{V} \\ i_b(t) = 5\cos(50\pi t - 0.6)\ \text{A} \end{cases}$$

c) $$\begin{cases} u_c(t) = 310\cos(100\pi t + 2.5)\ \text{V} \\ i_c(t) = 14.15\cos(100\pi t + 2.5)\ \text{A} \end{cases}$$

1) Calculer la fréquence f de chacun des signaux.

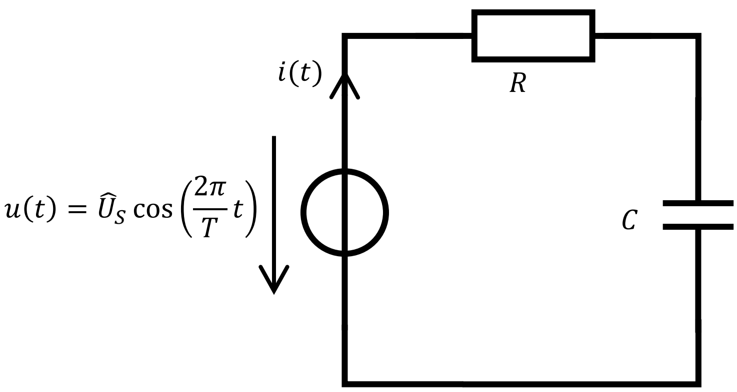
2) Ecrire chacun des signaux sous forme de phaseur instantané, phaseur crête et phaseur efficace.

3) Pour chacun des dipôles, calculer le déphasage ϕ (en radian) de la tension par rapport au courant.

4) Calculer sous forme exponentielle complexe le rapport $\underline{\hat{U}}/\underline{\hat{I}}$ de chacun des dipôles.

Exercice 3 :

On considère le circuit suivant :



1) En utilisant la loi des mailles, établir une équation faisant intervenir $u(t)$, $i(t)$ et la tension du condensateur.

2) Prendre la dérivée de cette équation et montrer que :

$$\frac{du}{dt}(t) = R\frac{di}{dt}(t) + \frac{1}{C}i(t)$$

3) En remplaçant les grandeurs par leurs complexes associés ($\underline{u}(t) = \hat{U}_s e^{j\omega t}, \underline{i}(t) = \hat{I} e^{j(\omega t+\beta)}$) calculer l'amplitude du courant et son déphasage par rapport à la tension en fonction de $\hat{U}_s, R, C, T$.

Exercice 4 :

1) Pour une pulsation ω donnée, donner les expressions littérales des impédances respectives d'une résistance R, d'un condensateur C et d'une inductance L.

2) Expliquer en quoi l'utilisation des phaseurs complexes est utile pour l'analyse des circuits en régime sinusoïdal permanent.

Exercice 5 :

Avec $\underline{Z}_1 = 3 + j2$; $\underline{Z}_2 = 1 - j2$; $\underline{Z}_3 = -2 + j$, calculer les expressions suivantes sous forme algébrique :

1) $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$

2) $\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$

3) $\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$

Exercice 6 :

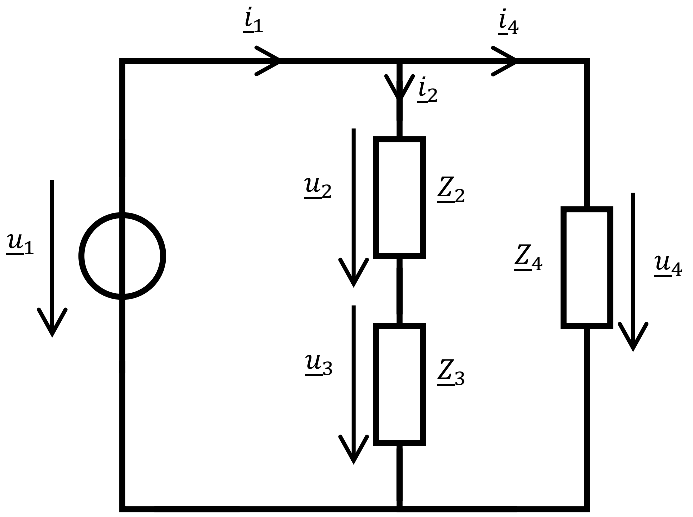
Avec $\underline{Z}_1 = 3e^{j\pi/2}$ $\underline{Z}_2 = 1e^{-j3\pi/4}$; $\underline{Z}_3 = -2e^{j3\pi/2}$, calculer les expressions suivantes sous forme exponentielle :

1) $\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3$

2) $\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$

Exercice 7 :

Dans le circuit suivant, on a $\underline{u}_1(t) = 2e^{j6.28 \cdot 10^5 t}$ V ; $\underline{Z}_2 = 3 \cdot 10^3\ \Omega$; $\underline{Z}_3 = j2 \cdot 10^2\ \Omega$; $\underline{Z}_4 = -j\ 25\ \Omega$



1) Calculer le déphasage entre le courant $\underline{i}_4$ et la tension $\underline{u}_1$.

2) Calculer le déphasage entre la tension $\underline{u}_3$ et la tension $\underline{u}_1$.

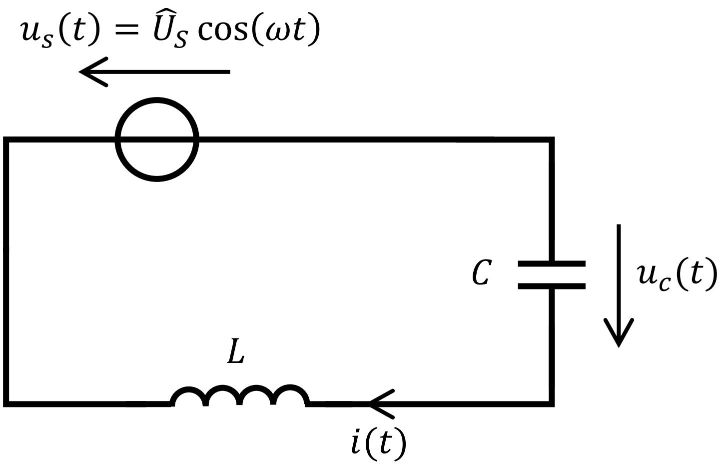
3) Calculer le phaseur efficace du courant $\underline{I}_1$.

4) A quel type de composant $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$, $\underline{Z}_4$ correspondent-elles (R, L ou C) ?

5) Déterminer les valeurs de R, L ou C des trois impédances du circuit.

Exercice 8 :

Soit le circuit RLC série suivant :



1) En appliquant la loi des mailles et la loi caractéristique de l'inductance, écrire une équation différentielle liant u_c, i et u_s.

2) Rappeler la loi caractéristique du condensateur. Utiliser cette loi dans l'équation précédente et établir l'équation différentielle de u_c.

3) Comment résoudre cette équation ?

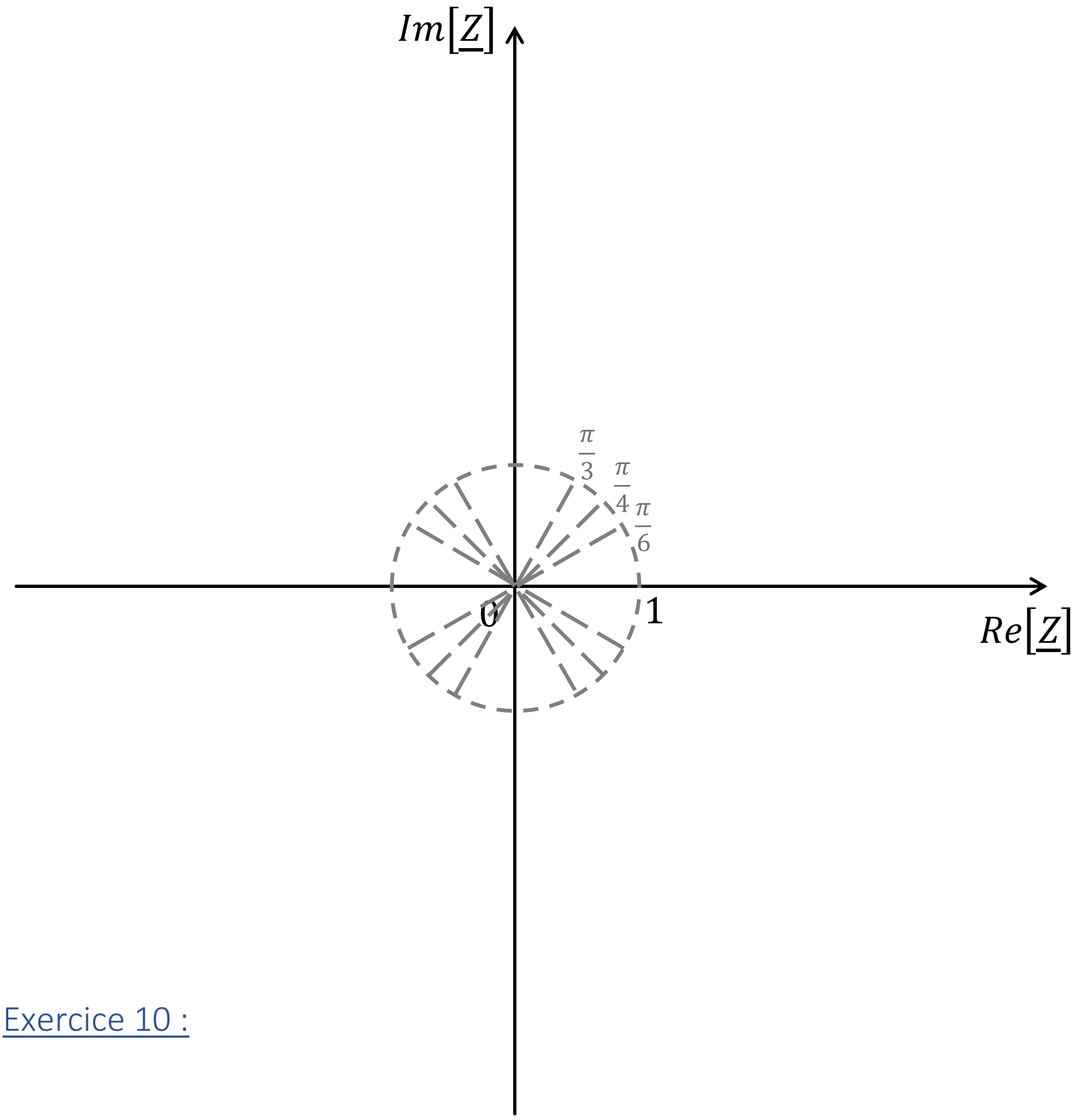
4) Afin de simplifier la résolution de ce problème, on utilise le formalisme complexe.

   a. Redessiner le schéma en remplaçant les grandeurs par leurs phaseurs complexes associés et les composants par leurs impédances correspondantes.
   b. En appliquant le diviseur de tension, montrer que :
   $$\underline{U_c} = \frac{1}{1 - LC\omega^2}\underline{U_s}$$
   c. En déduire $u_c(t)$.
   d. En réinjectant ce résultat dans l'équation différentielle de la question 2), vérifier que la solution trouvée est bien valide.

Exercice 9 :

$$\underline{Z}_1 = 1 + j\sqrt{3}$$
$$\underline{Z}_2 = 3\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$\underline{Z}_3 = 2e^{j\frac{\pi}{6}}$$
$$\underline{Z}_4 = e^{-j\frac{\pi}{3}}$$
$$\underline{Z}_5 = 3e^{j\frac{\pi}{4}}$$

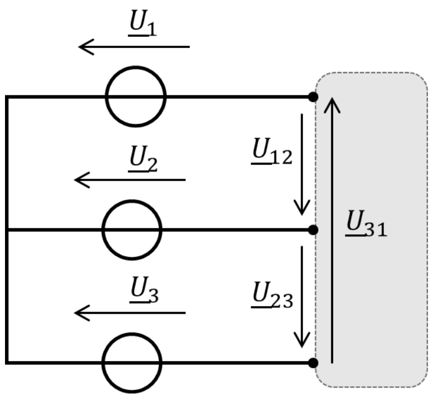
1) Calculer le module et l'argument de chacun des nombres complexes ci-dessus.
2) Placer chacun des nombres complexes sur le plan complexe (graphe ci-dessous).
3) Par construction graphique, placer $\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5$; $\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4$ sur le plan complexe.



Exercice 10 :

Soit le circuit suivant composé de trois sources de tension sinusoïdales telles que :

$$\underline{U_1} = U_0$$
$$\underline{U_2} = U_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$
$$\underline{U_3} = U_0 e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$



1) Placer les trois tensions $\underline{U_1}$, $\underline{U_2}$ et $\underline{U_3}$ sur le plan complexe (graphe fourni à la fin de l'exercice).

2) En appliquant la loi des mailles, exprimer $\underline{U_{12}}$ en fonction de $\underline{U_1}$ et de $\underline{U_2}$. De même pour $\underline{U_{23}}$ en fonction de $\underline{U_2}$ et $\underline{U_3}$; et pour $\underline{U_{31}}$ en fonction de $\underline{U_3}$ et $\underline{U_1}$.

3) A partir du résultat précédent, écrire les tensions $\underline{U_{12}}$, $\underline{U_{23}}$ et $\underline{U_{31}}$ sous forme exponentielle.

4) En utilisant le tracé de la question 1, retrouver le résultat précédent par construction graphique de $\underline{U_{12}}$, $\underline{U_{23}}$ et $\underline{U_{31}}$.