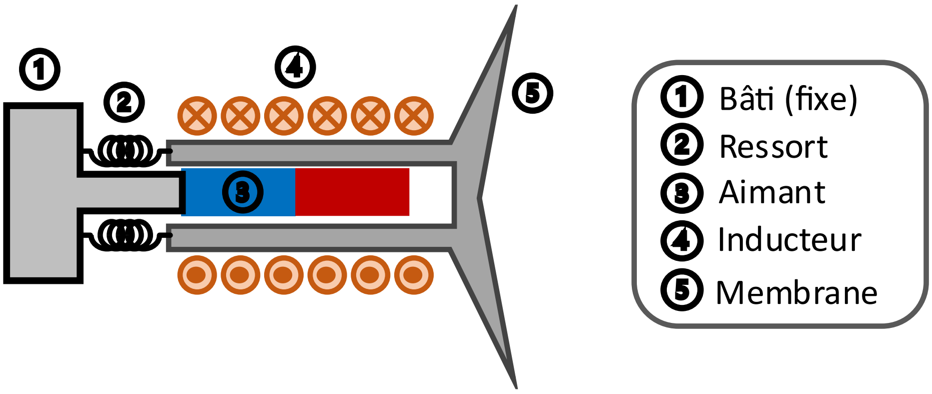
Sciences et technologies de l'électricité

Exercice bonus :

On souhaite étudier le fonctionnement d'un haut-parleur. Celui-ci est constitué d'un circuit électrique avec un inducteur magnétique (inductance L et résistance R) monté sur une pièce mécanique mobile de masse m tenue par un ressort de raideur k et d'un aimant, (voire figure ci-dessous). La pièce mobile peut bouger linéairement sur un axe x.

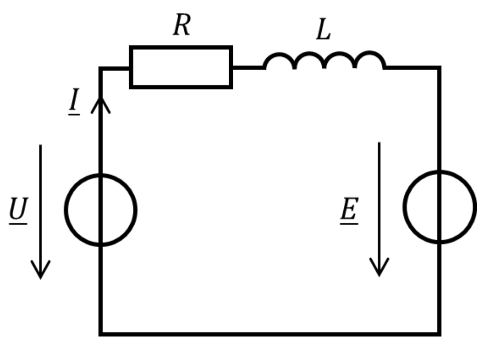


Le principe de fonctionnement est le suivant : une tension correspondant au son que l'on souhaite produire est appliquée aux bornes de l'inductance. Cette tension est modélisée par un signal en régime sinusoïdal permanent à une pulsation ω. Par effet magnétique de l'aimant, l'inducteur se met à bouger à la même fréquence que la tension et le courant, produisant alors une vibration de la membrane du haut-parleur.

Nous modélisons cela en deux parties.

Partie I : circuit électrique

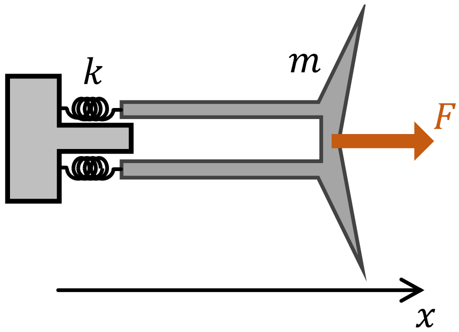
Le circuit est constitué d'une source de tension idéale $\underline{U}_0$, d'une inductance L en série avec sa résistance interne et d'une deuxième source de tension $\underline{E}$ qui représente l'effet de l'aimant sur le circuit.



En appliquant la loi des mailles, exprimer $\underline{U}$ en fonction de $\underline{I}$, R, L et $\underline{E}$.

Partie II : mouvement mécanique

On s'intéresse au mouvement de la partie mobile du haut-parleur, liée à la membrane. On appelle x la position du centre de gravité et v sa vitesse. Une force F est appliquée sur la partie mobile orientée sur l'axe x.



1) A partir du principe fondamental de la dynamique (2ème loi de Newton), montrer que :

$$m\frac{dv}{dt}(t) = F - kx$$

On considère le cas où la force appliquée est sinusoïdale de pulsation ω, impliquant un mouvement sinusoïdal. On définit alors des grandeurs mécaniques complexes sous forme de phaseurs : $\underline{X}$ pour la position $x(t)$, $\underline{V}$ pour la vitesse $v(t)$ et $\underline{F}$ pour la force F.

2) Exprimer $\underline{V}$ en fonction de $\underline{X}$ et de ω.
3) A partir des questions précédentes, montrer que :

$$\underline{F} = \left(jm\omega + \frac{k}{j\omega}\right)\underline{V}$$

Partie III : système total

La combinaison du système électronique et du système mécanique se manifeste par un couplage tel que :

$$\underline{E} = K\,\underline{V}$$
$$\underline{F} = K\underline{I}$$

1) Montrer que :

$$\underline{I} = \frac{1}{K}\left(jm\omega + \frac{k}{j\omega}\right)\underline{V}$$

2) En déduire que :

$$\underline{U} = \left(\frac{R + jL\omega}{K}\left(jm\omega + \frac{k}{j\omega}\right) + K\right)\underline{V}$$

3) La puissance acoustique émise par la membrane vibrante du haut-parleur est proportionnelle à V^2 (de façon similaire à la puissance électrique qui est proportionnelle à I^2). On s'intéresse alors à l'évolution de la vitesse en fonction de la pulsation ω. On définit une fonction de transfert électromécanique $\underline{H}$ telle que :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{V}}{\underline{U}}$$

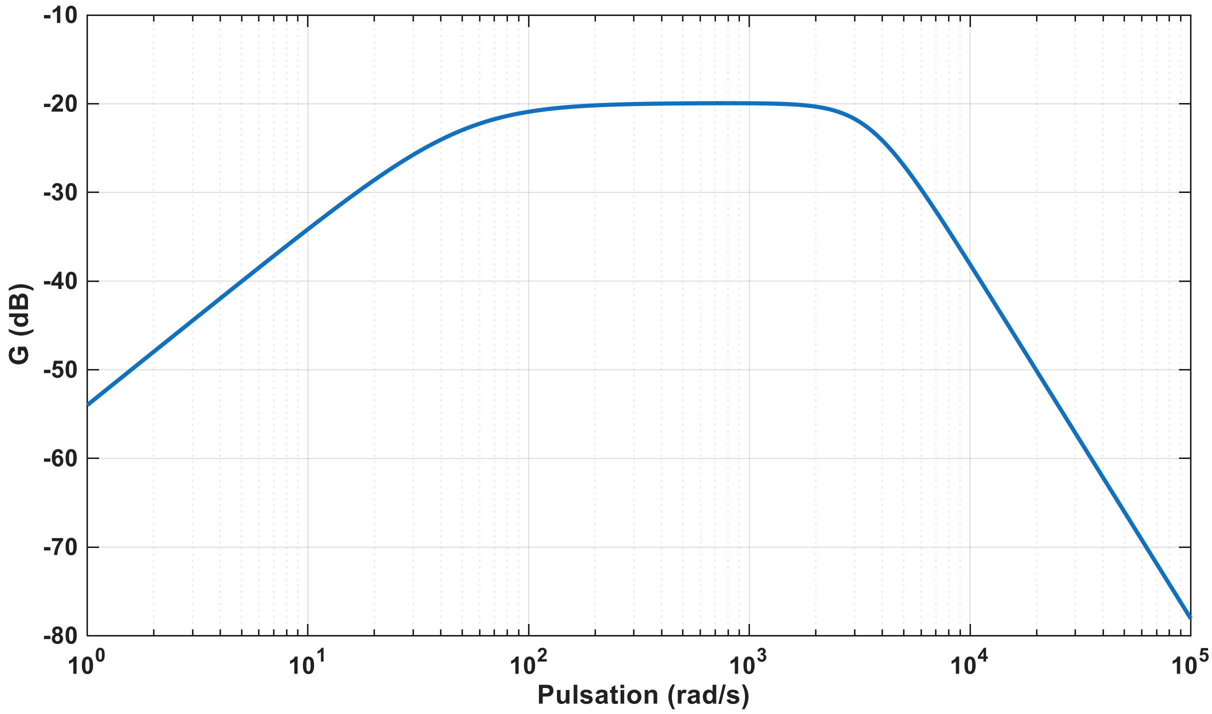
Montrer que :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{K}{kR} \cdot \frac{j\omega}{1 + j\frac{K^2 + kL}{kR}\omega - \frac{m}{k}\omega^2 - j\frac{Lm}{kR}\omega^3}$$

<u>Partie IV : application</u>

On souhaite utiliser des haut-parleurs pour sonoriser des instruments de musique.

Un modèle de haut-parleur a le diagramme de Bode suivant (correspondant à la fonction de transfert $\underline{H}$ pour des valeurs particulières de composants) :



1) De quel type de filtre s'agit-il (passe-bas, passe-haut, passe-bande, coupe-bande) ?

2) On donne les gammes de fréquences sonores correspondant à plusieurs instruments dans le tableau suivant :

Instrument	Guitare basse	Guitare acoustique	Trompette	Saxophone baryton
Gamme de fréquence (Hz)	40 - 400	600 - 800	165 - 1000	70 – 420

En considérant qu'en-dessous de 3 dB par rapport à la valeur maximale du gain les signaux sont considérés comme coupés, pour quel(s) instrument(s) le haut-parleur convient-il ?