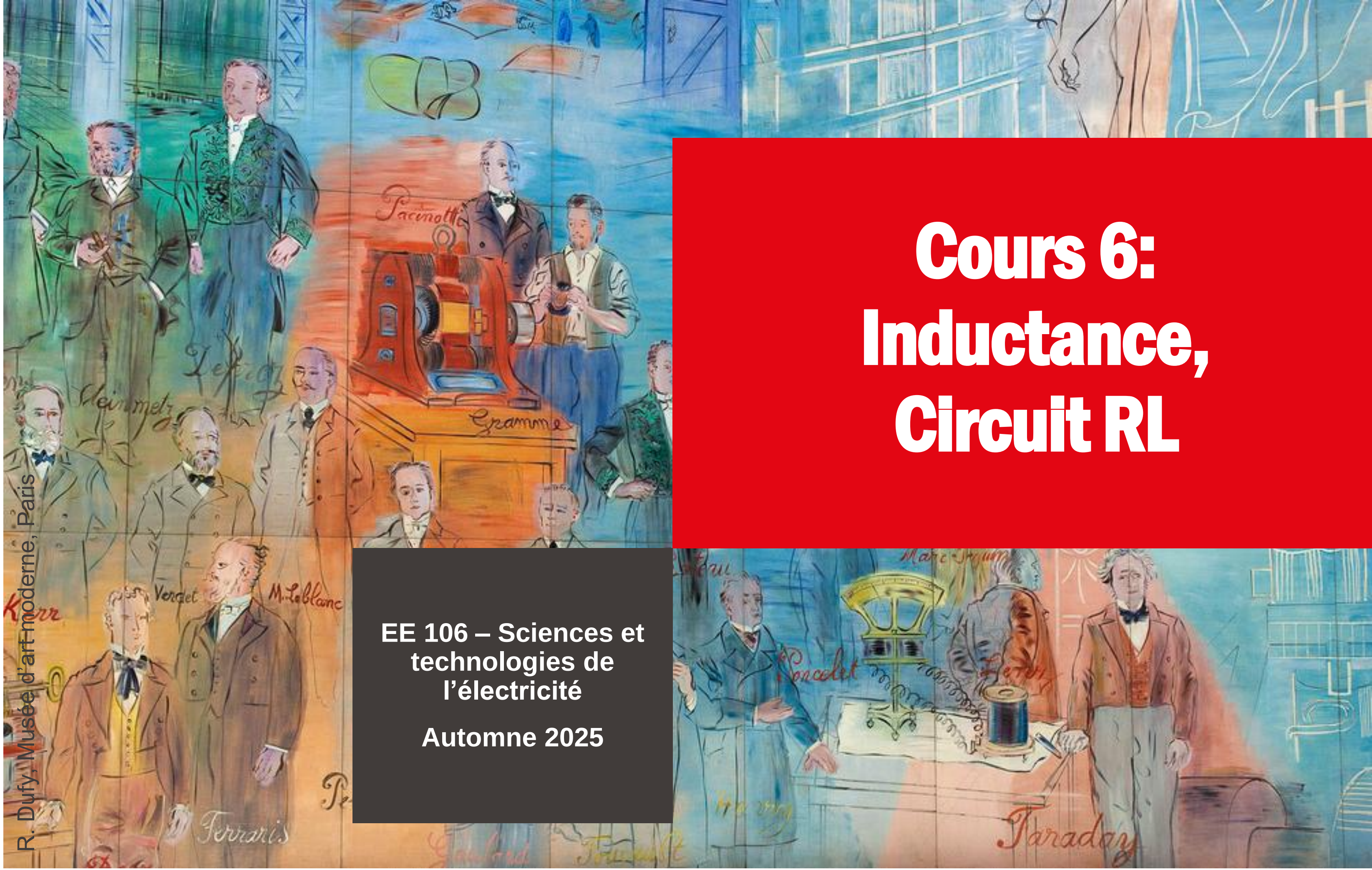
EPFL



R. Dufy, Musée d'art moderne, Paris

Cours 6: Inductance, Circuit RL

EE 106 – Sciences et technologies de l'électricité

Automne 2025

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

Dr. Christian Lafforgue – christian.lafforgue@epfl.ch

Rappels

- Rappels – Condensateur

Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Condensateur	C (capacité)	farad (F)

- Un condensateur est un dipôle qui accumule de l'énergie électrostatique en condensant des charges proportionnellement à la tension:

$$Q = CU$$

- Le condensateur est caractérisé par sa **capacité**:

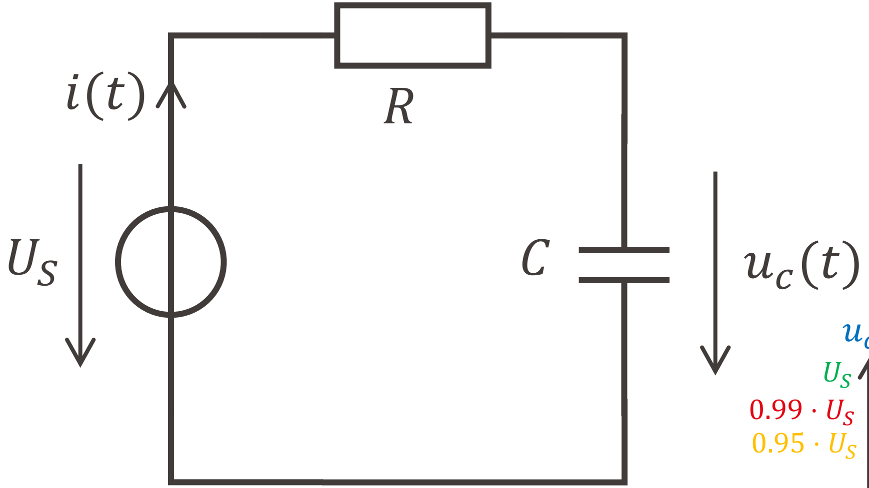
$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

- L'énergie accumulée pour une tension U est:

$$W_c = \frac{1}{2} C U^2$$

- Rappels – Charge d'un condensateur

C. Lafforgue

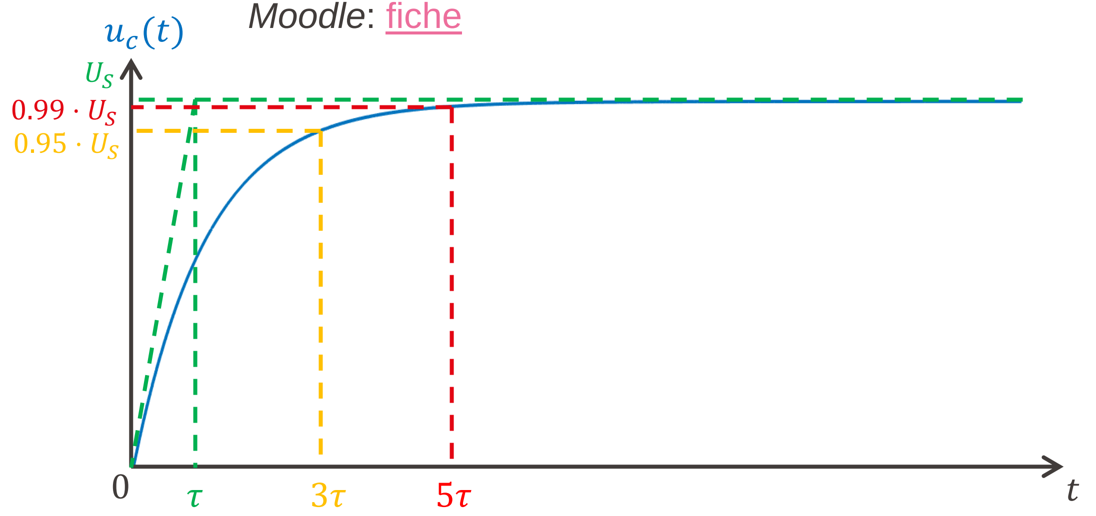


Condition initiale:
$u_c(0) = 0 \text{ V}$

$$\boxed{\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{1}{RC}U_S}$$

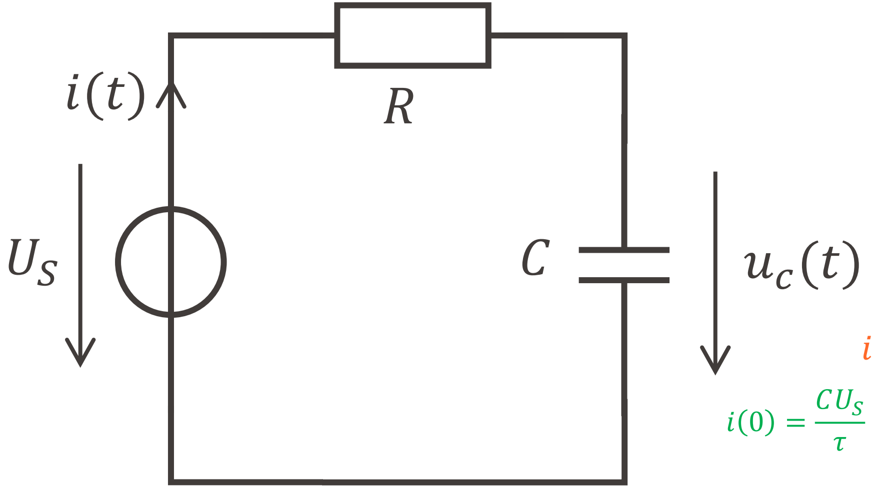
$$\boxed{u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Voire fiche détaillée sur la résolution d'équations différentielles pour les circuits électriques sur Moodle: fiche



- Rappels – Charge d'un condensateur

C. Lafforgue



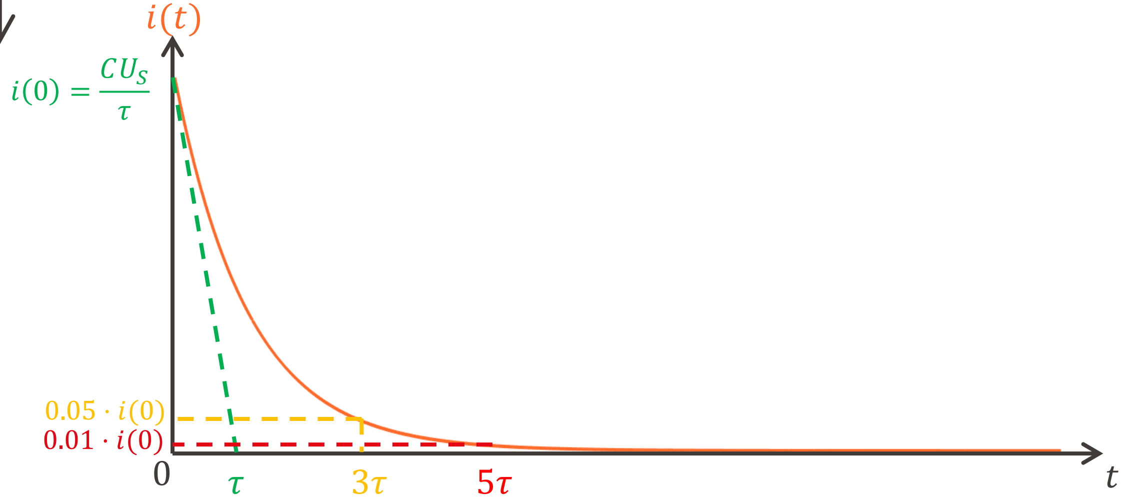
$$\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{1}{RC}U_S$$

$$u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

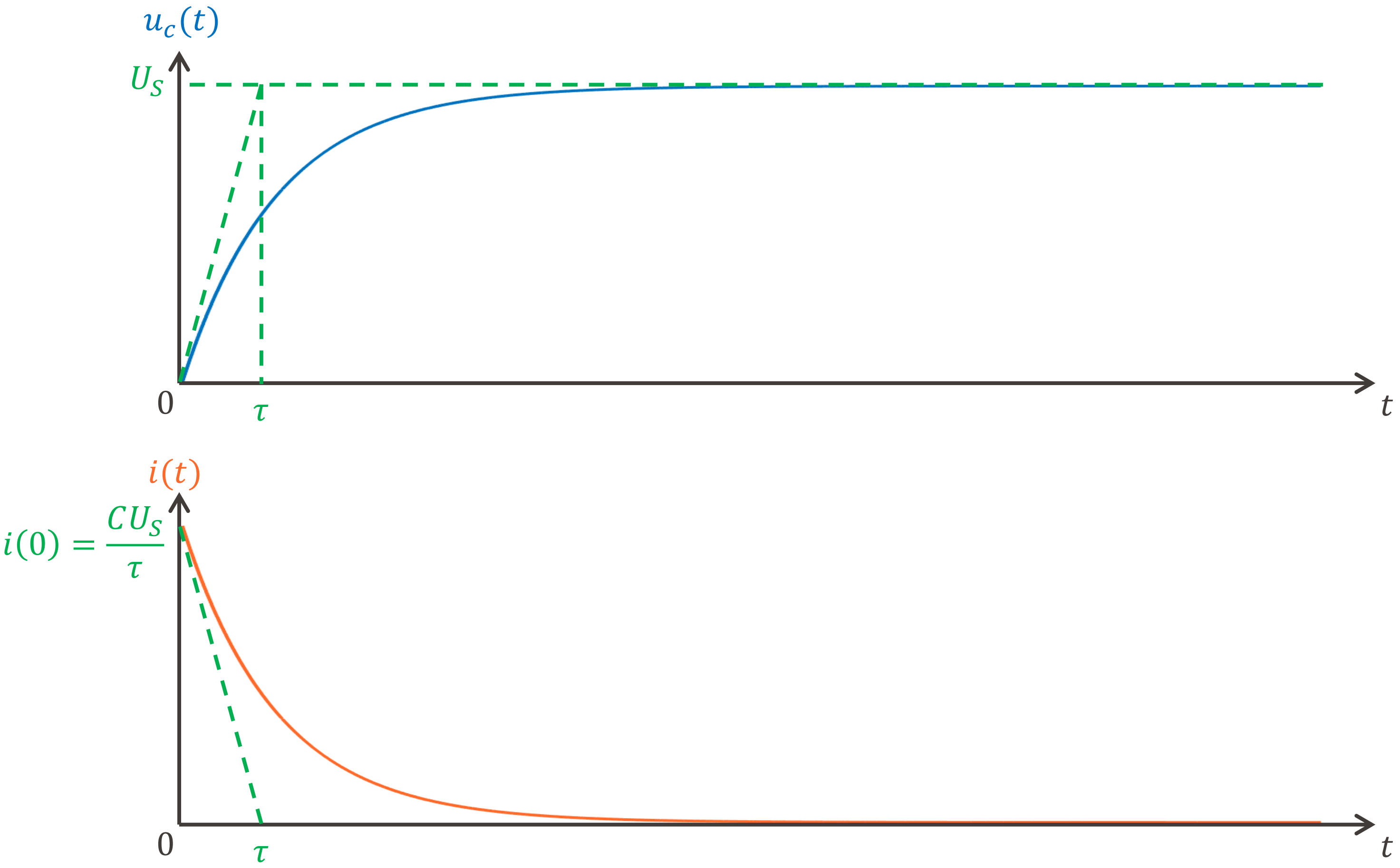
$$i_c(t) = \frac{CU_S}{\tau}e^{-t/\tau}$$

Condition initiale:

$$u_c(0) = 0\ \mathrm{V}$$

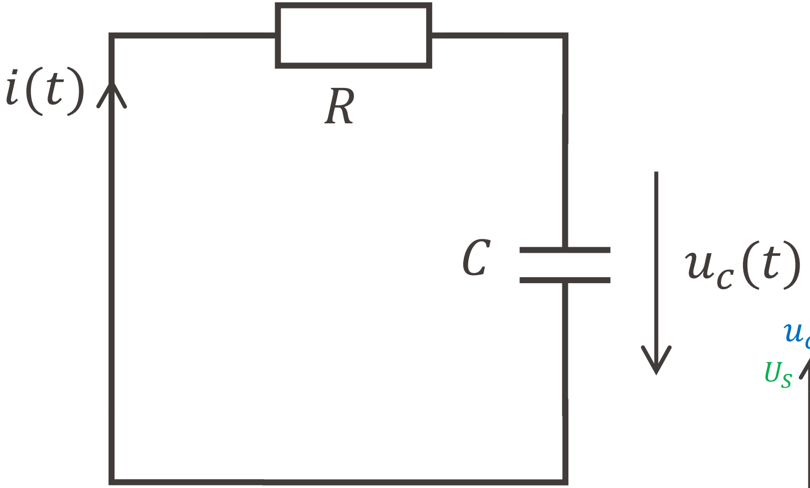


- Rappels – Charge d'un condensateur



- Rappels – Décharge d'un condensateur

C. Lafforgue

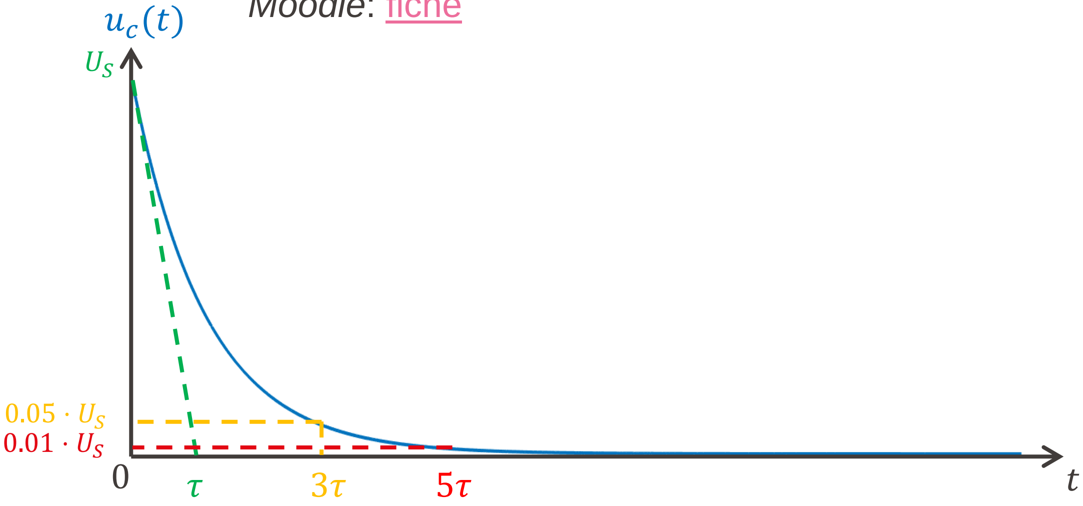


$$\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = 0$$

$$u_c(t) = U_S e^{-t/\tau}$$

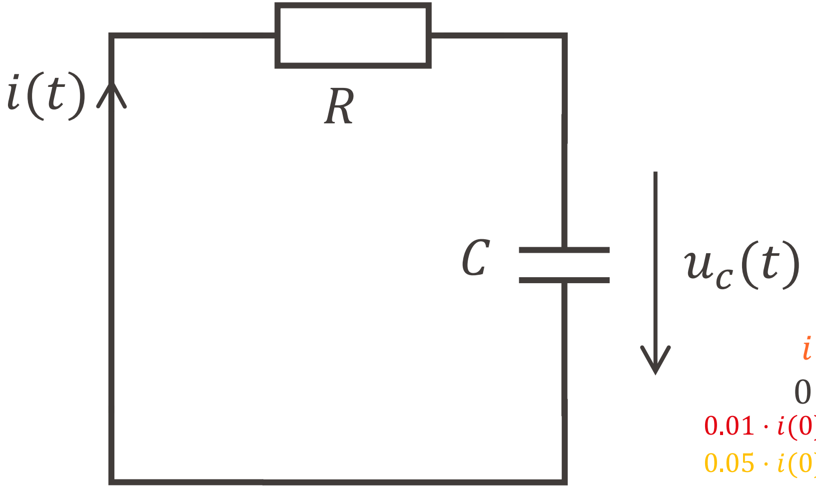
Condition initiale:
$u_c(0) = U_S$

Voire fiche détaillée sur la résolution d'équations différentielles pour les circuits électriques sur Moodle: fiche



- Rappels – Décharge d'un condensateur

C. Lafforgue

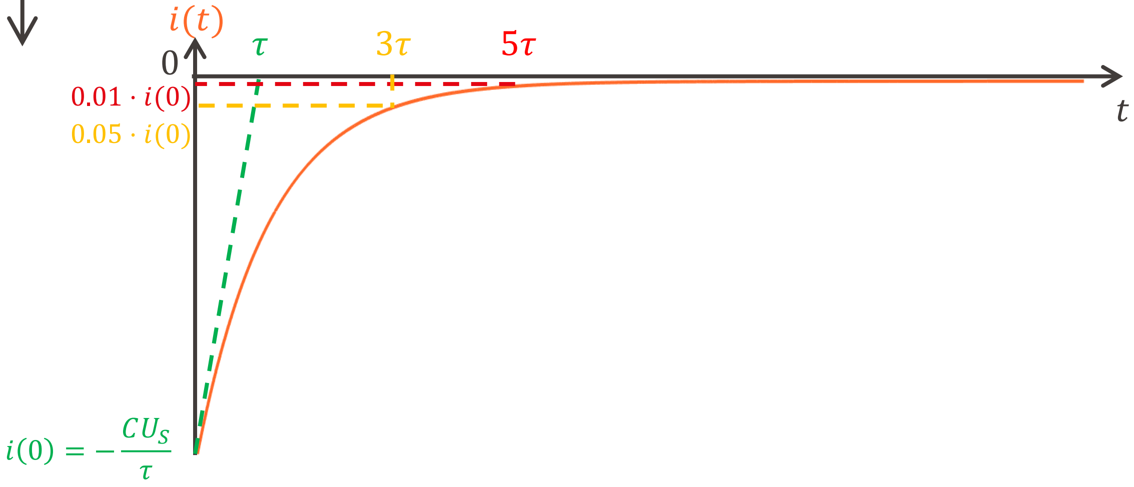


Condition initiale:
$u_c(0) = U_S$

$$\boxed{\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = 0}$$

$$\boxed{u_c(t) = U_S e^{-t/\tau}}$$

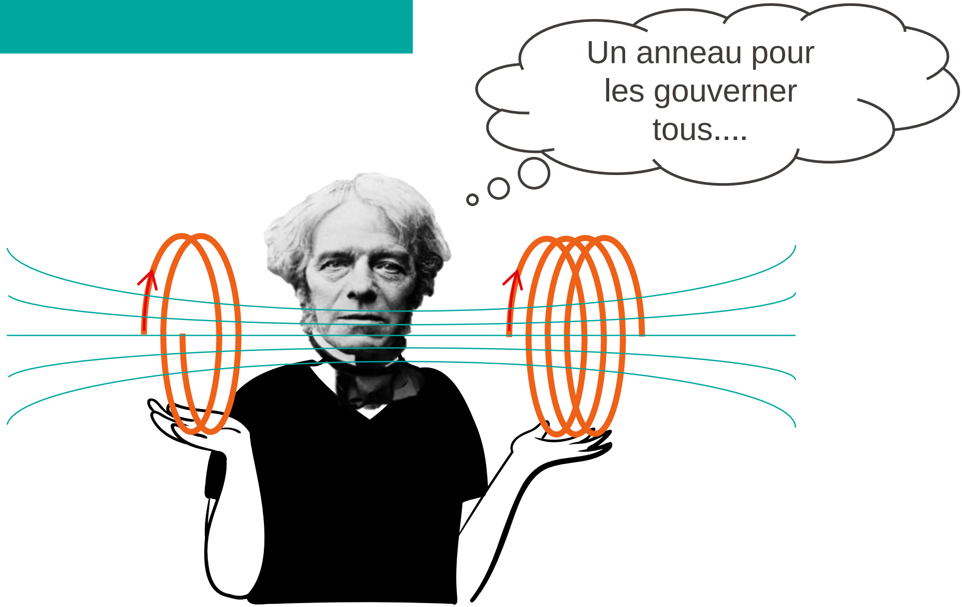
$$\boxed{i(t) = -\frac{CU_S}{\tau}e^{-t/\tau}}$$



Objectifs

- Décrire le comportement d'une inductance
- Déterminer la relation courant-tension d'une inductance
- Etudier un circuit en régime transitoire

Les inductances



C. Lafforgue

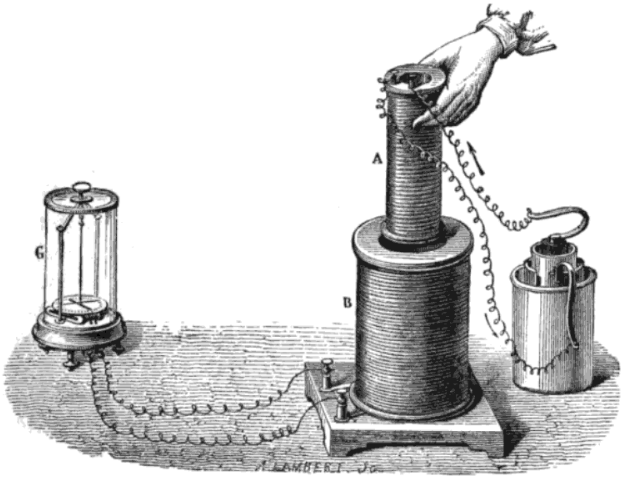
L'inductance

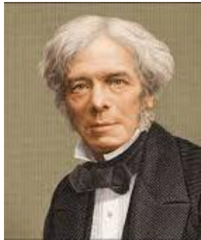
Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Inductance, bobine	L (inductance)	henry (H)

- L'inductance est un composant de base utilisé pour:
  - Le stockage d'énergie
  - Le filtrage de signaux parasites
  - La protection de systèmes électriques sensibles
  - …
- C'est un dipôle passif

L'induction magnétique

- 1831: Michael Faraday découvre l'induction magnétique
- Il enroule deux conducteurs sur un barreau de fer: lorsqu'un des conducteurs est traversé par un courant, un courant apparait momentanément dans le deuxième conducteur

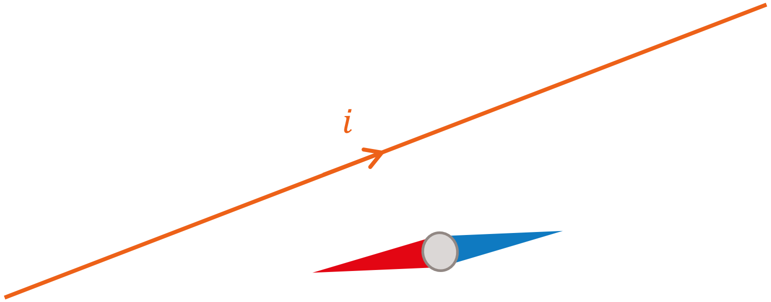




Michael Faraday
1791-1867
Physicien anglais

L'induction magnétique

- Pour expliquer le résultat de Michael Faraday, il faut parler d'**électromagnétisme**
- L'expérience de H. C. Ørsted:
  - Un courant circulant dans un fil fait bouger des aimants!
  - Il y a donc une relation entre l'électricité et le magnétisme!



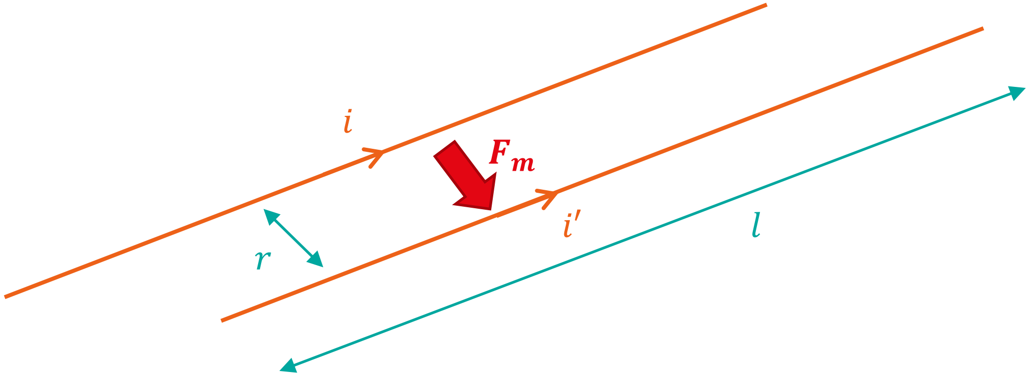
Voire vidéo de l'expérience d'Ørsted sur Moodle: [vidéo]

Hans Christian Ørsted
1777-1851
Physicien danois

L'induction magnétique

- Des charges en mouvements génèrent un champ magnétique
  - Courant dans un conducteur → bobines de fil
  - Électrons et protons à l'échelle atomique → aimants permanents

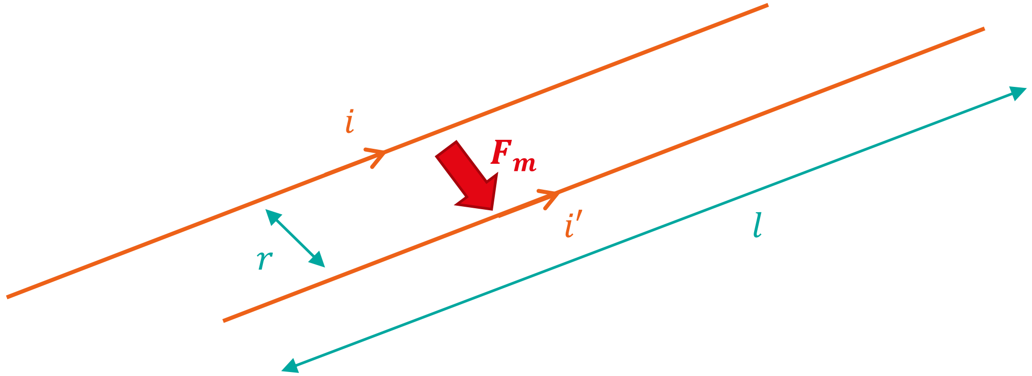
- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'



André-Marie Ampère
1775-1836
Physicien français

L'induction magnétique

- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'



  - La force dépend des courants, de la géométrie et du milieu

$$\boxed{|\boldsymbol{F_m}| = \frac{\boldsymbol{\mu i i' l}}{\boldsymbol{2\pi r}}}$$

L'induction magnétique

- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'
  - La force dépend des courants, de la géométrie et du milieu

$$\boxed{\left|\boldsymbol{F_m}\right| = \frac{\boldsymbol{\mu i i' l}}{\boldsymbol{2\pi r}}}$$

  - μ est la perméabilité magnétique du milieu, exprimée en H/m
  - Similairement à la perméabilité diélectrique, elle s'écrit:

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

  - μ_0 est la perméabilité magnétique du vide ($\simeq 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$)
  - μ_r est la perméabilité relative du milieu (sans unité)

L'induction magnétique

- Les interactions magnétiques donnent lieu à une force
  - Expérience d'Ampère: deux conducteurs parallèles de longueur l, séparés par une distance r, chacun traversé par un courant i et i'
  - La force dépend des courants, de la géométrie et du milieu

$$\boxed{|\boldsymbol{F_m}| = \frac{\boldsymbol{\mu i i' l}}{\boldsymbol{2\pi r}}}$$

L'induction magnétique

- Le champ d'induction magnétique caractérise l'interaction d'un courant i avec un autre courant i' parcourant un conducteur de longueur l

Perméabilité magnétique

courant

$$\boxed{\left|\vec{B}\right| = \frac{F_m}{i'l} = \frac{\mu i}{2\pi r}}$$

Unité: tesla (T)

Champ d'induction magnétique

distance

L'induction magnétique

C. Lafforgue

- Le champ d'induction magnétique caractérise l'interaction d'un courant i avec un autre courant i' parcourant un conducteur de longueur l

Perméabilité magnétique

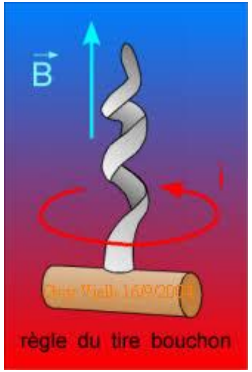
courant

$$\boxed{\left|\vec{B}\right| = \frac{F_m}{i'l} = \frac{\mu i}{2\pi r}}$$

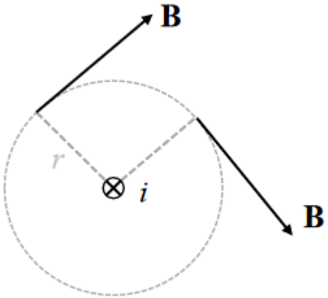
Unité: tesla (T)

Champ d'induction magnétique

distance



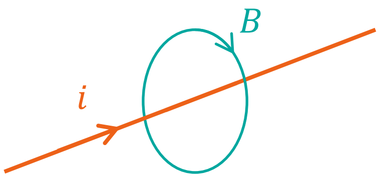
- Les lignes de champ tournent autour du conducteur
  - Sens défini par la règle du « tire-bouchon »

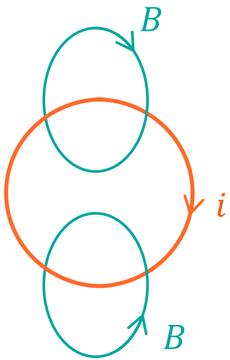


L’induction magnétique – Le solénoïde

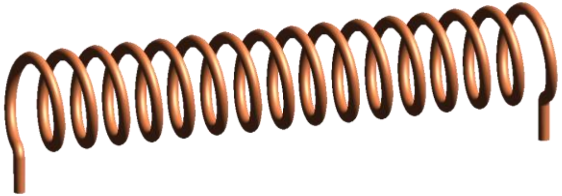
C. Lafforgue

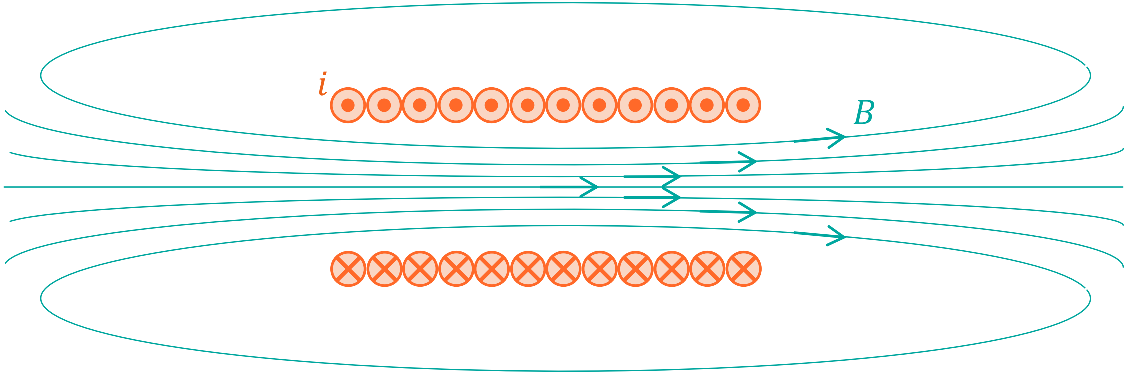
- Un fil a un champ qui « tourne » autour de lui
- Que se passe-t-il pour d’autres formes?





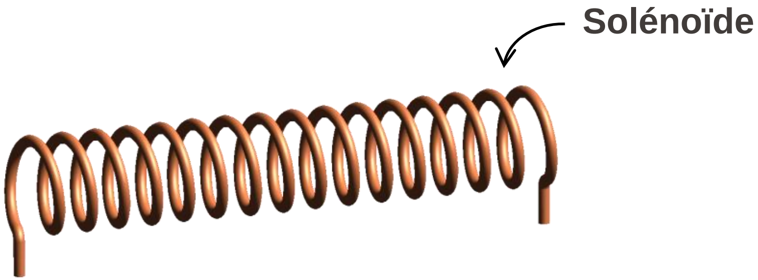
Solénoïde

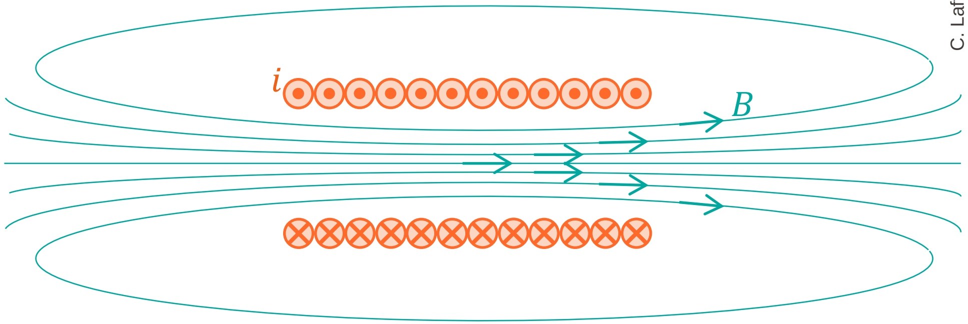




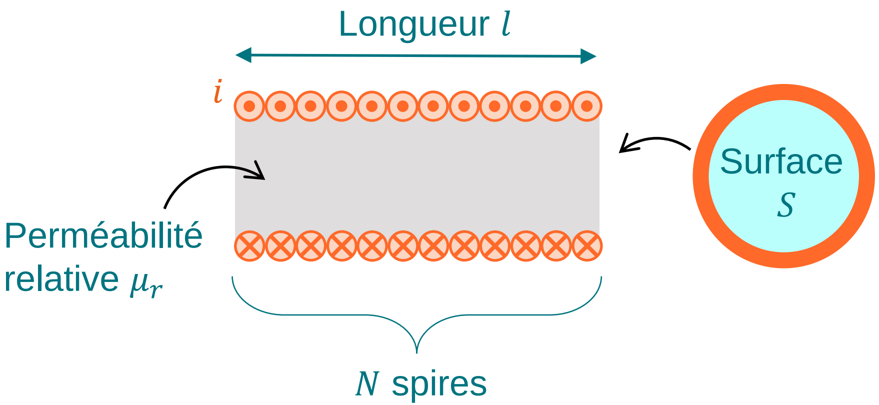
L'induction magnétique – Le solénoïde

C. Lafforgue



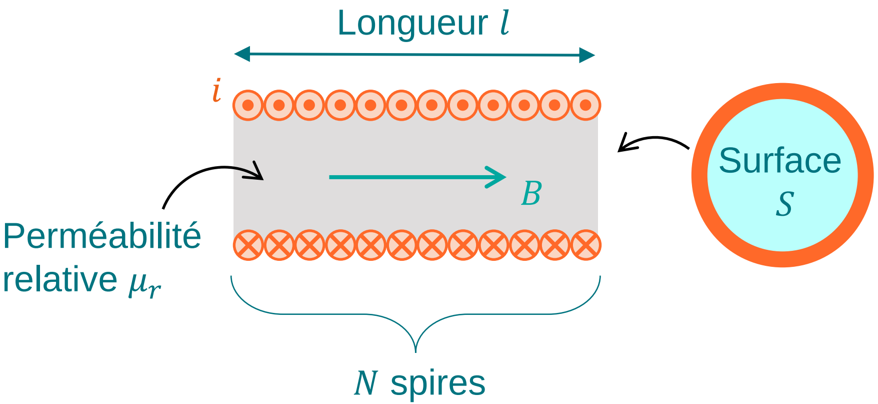


- Un solénoïde a des lignes de champ quasi-rectilignes
- Il est caractérisé par:
  - Sa longueur l
  - Son nombre de spire N
  - Sa surface (d'une spire) S
  - Le matériau de son cœur



L'induction magnétique – Le solénoïde

C. Lafforgue



Champ d'induction magnétique:

$$\boxed{B = \frac{\mu N i}{l}}$$

Unité: tesla (T)

Flux magnétique total:

$$\phi_t = NBS$$
$$\phi_t = Li$$

Unité: weber (Wb)

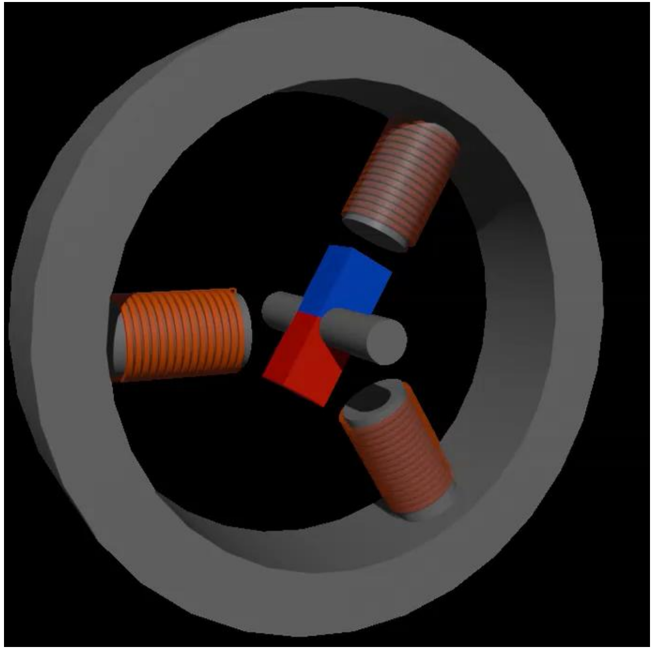
Inductance propre:

$$\boxed{L = \frac{\mu N^2 S}{l}}$$

Unité: henry (H)

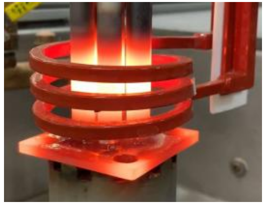
L'induction magnétique – Le solénoïde

- Applications:
  - Machines électriques (moteurs, alternateurs)



L’induction magnétique – Le solénoïde

- Applications:
  - Machines électriques (moteurs, alternateurs)
  - Communications (antennes)
  - Gestion de l’électricité (transformateurs, alimentations à découpage…)
  - Métallurgie (brasage)
  - …



Points clés

- Une inductance est un dipôle qui accumule de l'énergie magnétique en créant un flux lié au courant:

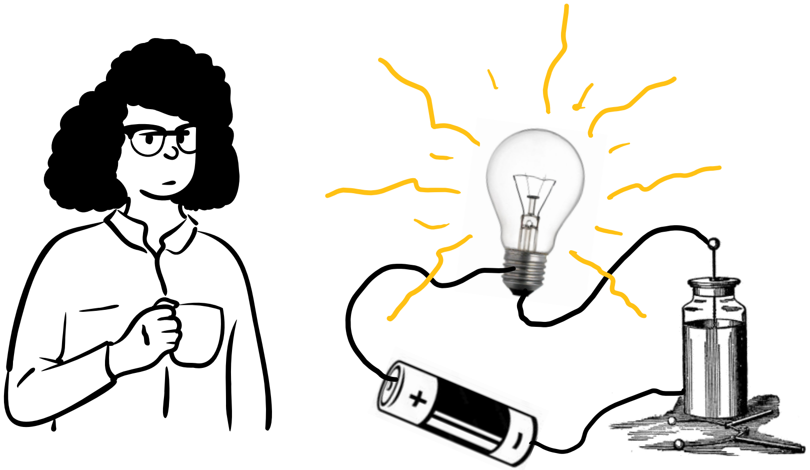
$$\boxed{\phi_t = Li}$$

- La bobine (solénoïde) est caractérisée par sn inductance propre:

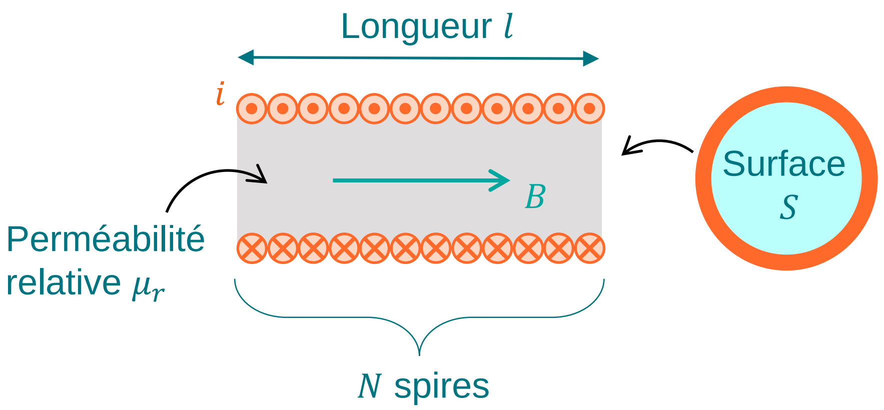
$$\boxed{L = \frac{\mu N^2 S}{l}}$$

- En régime statique, l'inductance se comporte comme un fil

Comportement dynamique



L'induction magnétique – Le solénoïde

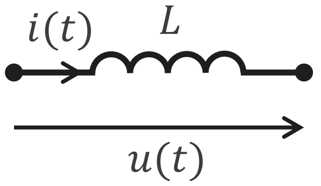


- De façon complémentaire au condensateur, les variations de flux magnétique créent une tension aux bornes de l'inductance (aussi appelée force électromotrice): c'est la **loi de Lenz**
- On en déduit:

$$u(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$

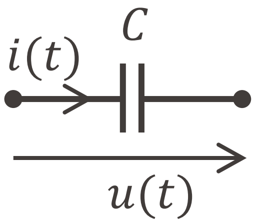
C. Lafforgue

L'inductance



$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt}(t)}$$

Le condensateur

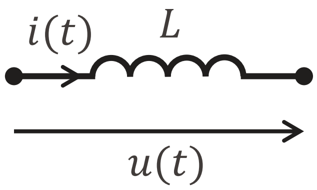


$$\boxed{i(t) = C\frac{du}{dt}(t)}$$

L'inductance a un comportement complémentaire à celui du condensateur

Par le même résonnement que pour le condensateur**, le courant parcourant une inductance ne peut pas avoir de discontinuité**

L'inductance



$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt}(t)}$$

- En régime statique: $\frac{di}{dt} = 0$
- Donc $u(t) = 0$
- **L'inductance se comporte comme un fil en régime statique**

L'inductance – Energie stockée

- On peut calculer l'énergie en intégrant la puissance:

$$W_L(T) = \int_{-\infty}^{T} u(t)i(t)dt$$

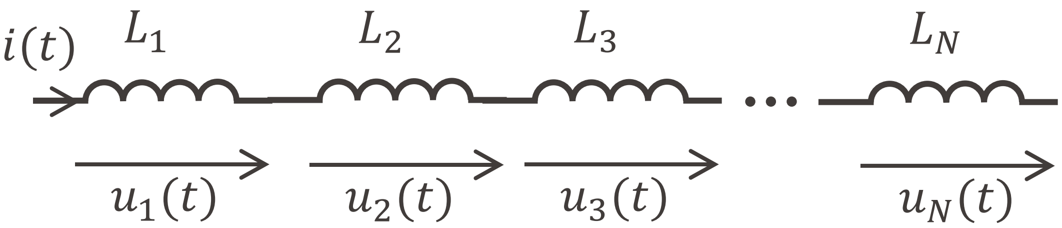
$$W_L(T) = L \int_{-\infty}^{T} i(t)\frac{di}{dt}(t)dt$$

$$\boxed{W_L(T) = \frac{1}{2}LI^2}$$

- L'inductance stocke de l'énergie magnétique

Agencement d'inductances

inductances en série



Points clés

- La tension dépend des variations de courant:

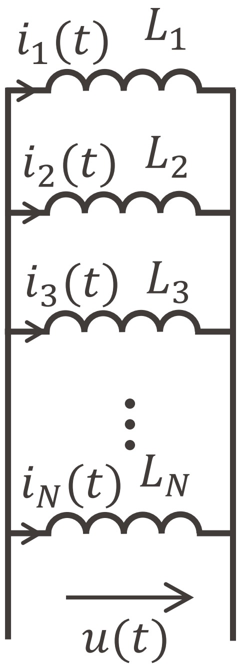
$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt}(t)}$$

- L'énergie accumulée pour un courant I est:

$$\boxed{W_L = \frac{1}{2}LI^2}$$

Agencement d'inductances

Inductances en parallèle

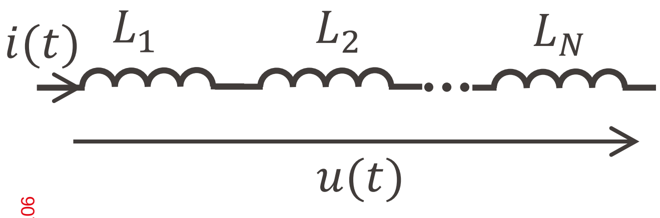


Points clés

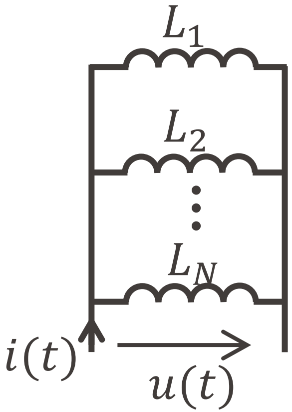
- Les circuits avec inductances ont un comportement dynamique (dépend du temps)

$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt}(t)}$$

- Des inductances en série s’ajoutent
  - Des inductances en série ont une inductance équivalente plus grande
- Pour des inductances en parallèle, les inverses des inductances s’ajoutent
  - Des inductances en parallèle ont une inductance équivalente plus petite



$$\boxed{L_{eq} = \sum_{n=1}^{N} L_n}$$

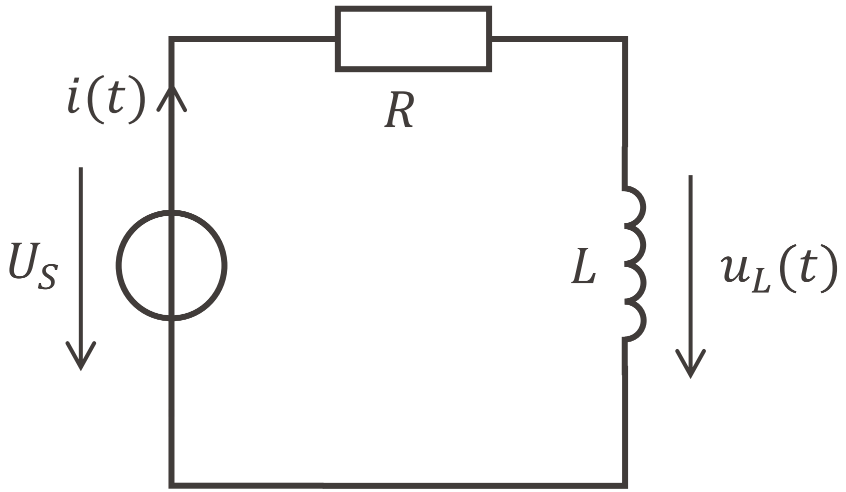


$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{L_n}}$$

C. Lafforgue

Circuit RL

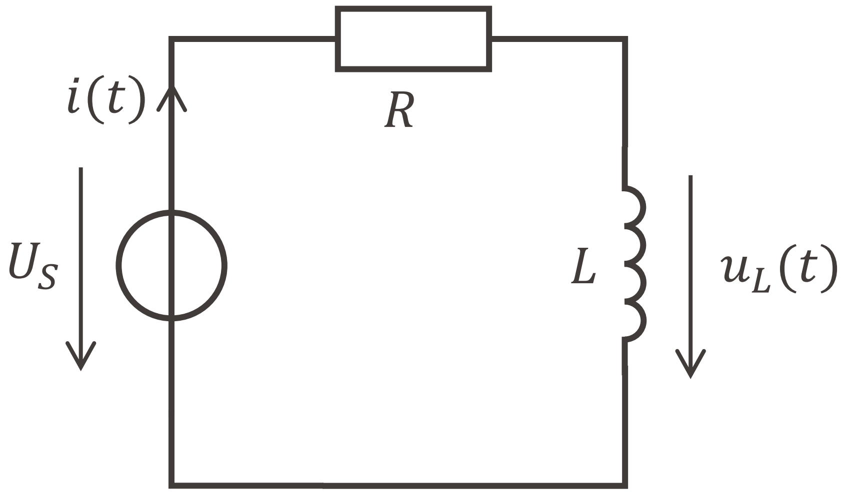
- On modélise un circuit dépendant du temps t:



C. Lafforgue

Circuit RL

- On modélise un circuit dépendant du temps t:



Loi des mailles:

$$U_S = Ri(t) + u_L(t)$$

Relation caractéristique de l'inductance

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$

Donc on obtient:

$$U_S = L\frac{di}{dt}(t) + Ri(t)$$

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L}U_S}$$

Circuit RL

- On modélise un circuit dépendant du temps t:

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L} i(t) = \frac{1}{L} U_S}$$

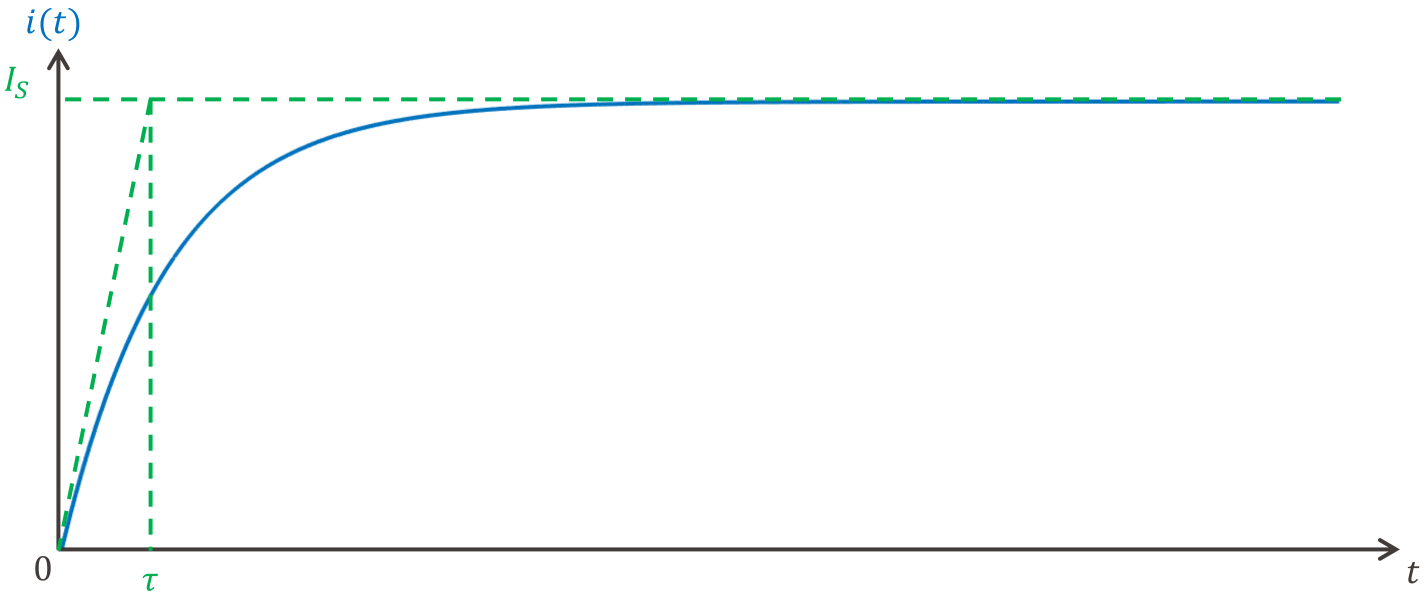
Circuit RL

- On modélise un circuit dépendant du temps t:

$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L} i(t) = \frac{1}{L} U_S}$$

Circuit RL

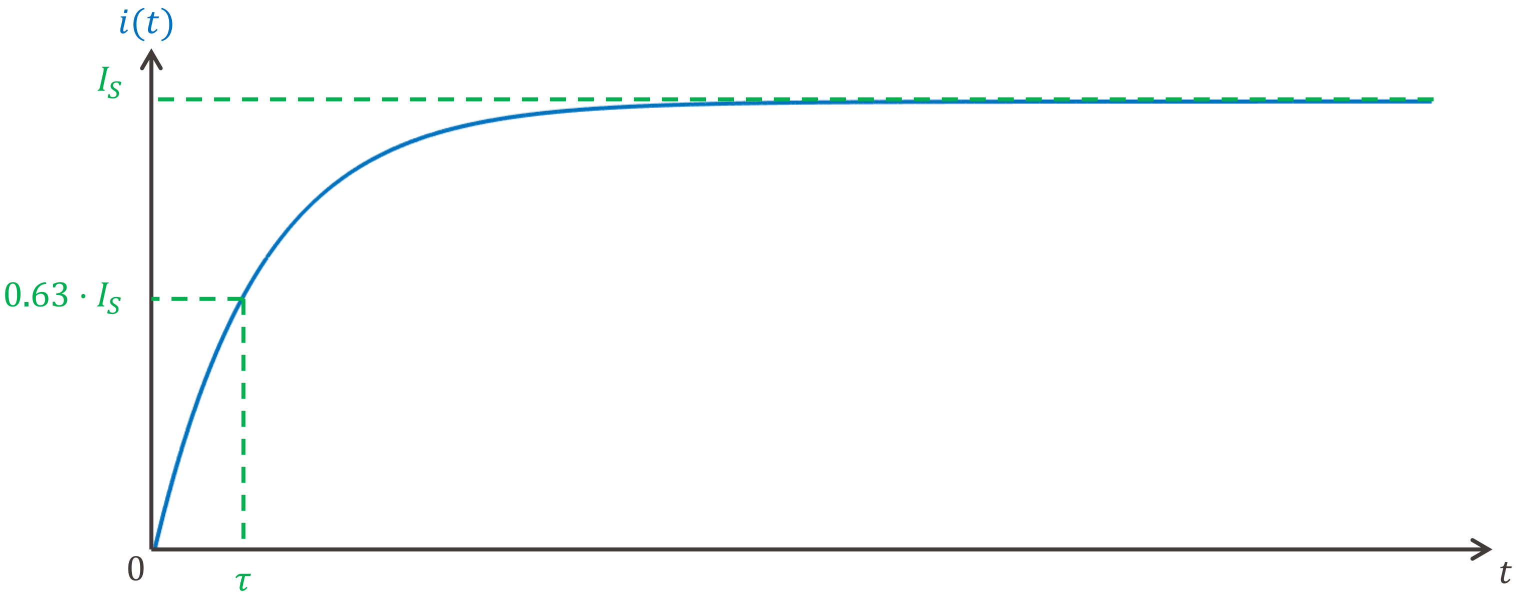
$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



Circuit RL

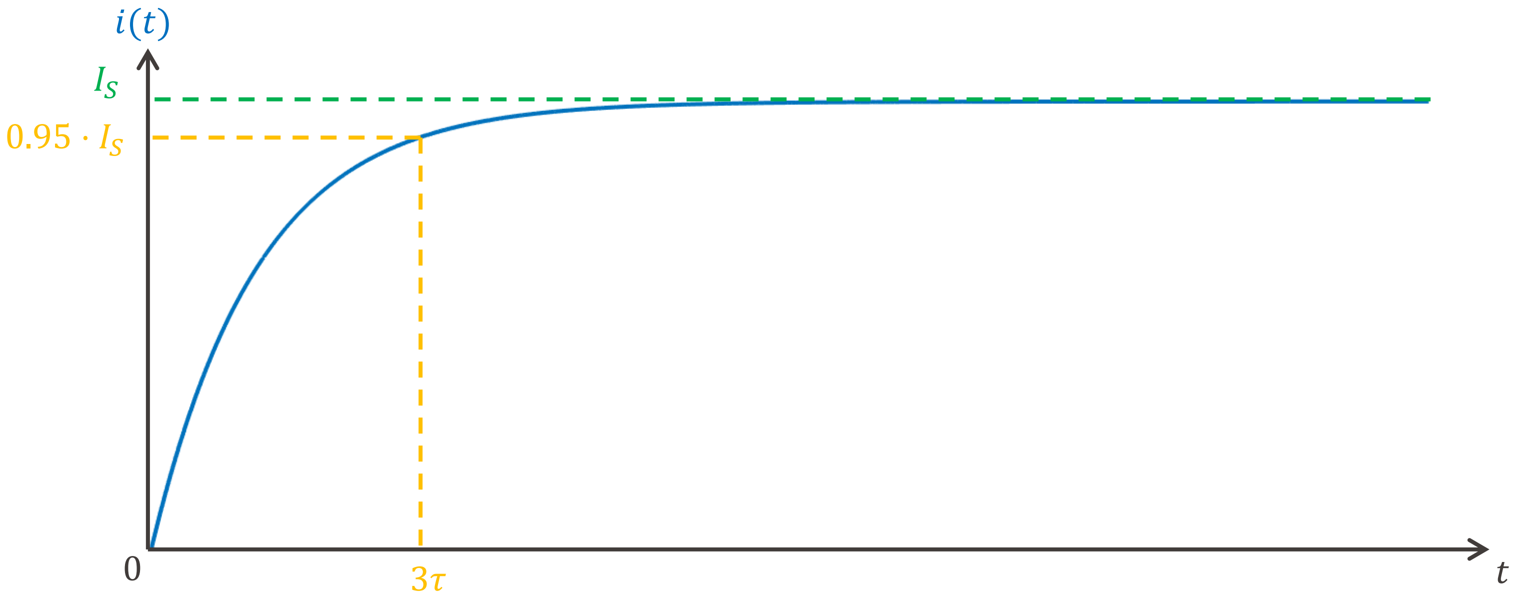
C. Lafforgue

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



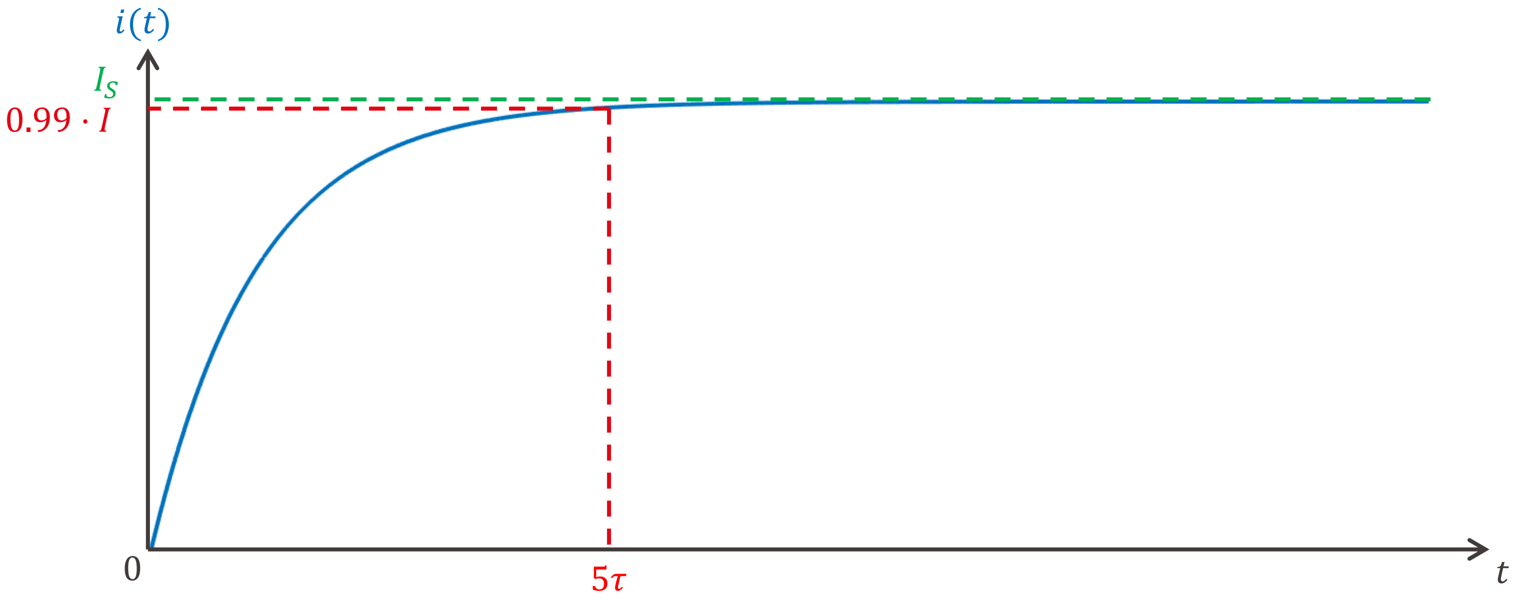
Circuit RL

$$i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



Circuit RL

$$i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



Points clés

- Dans un circuit RL, les grandeurs électriques de l'inductance évoluent avec une constante de temps donnée par:

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

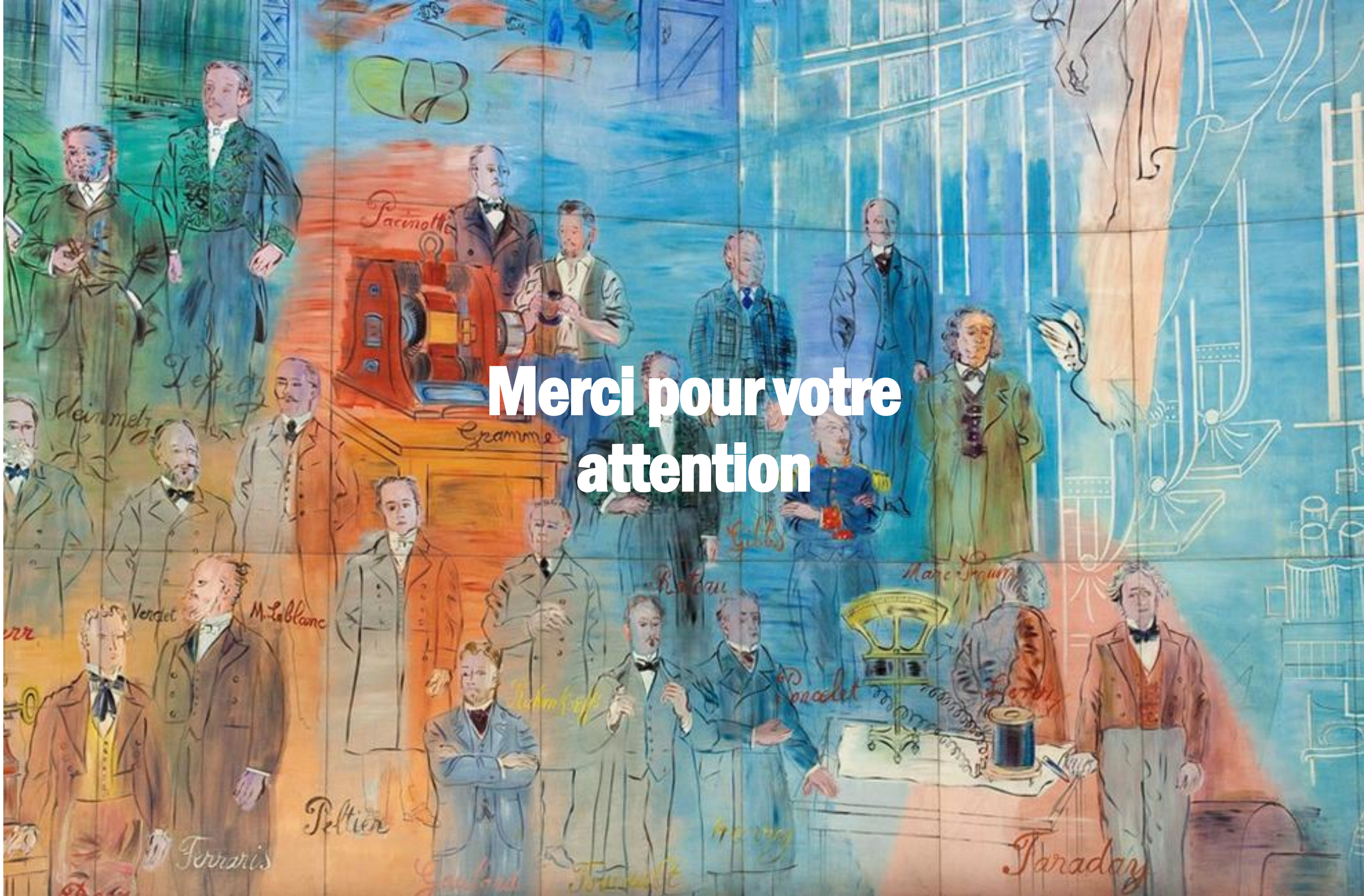
- La solution transitoire d'un circuit RL est de type exponentiel.

- Une condition initiale est nécessaire pour définir la solution du problème.

- Dans un circuit RL série, le régime transitoire du courant est de la forme:

$$\boxed{i_L(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Merci pour votre attention



R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d’art moderne, Paris