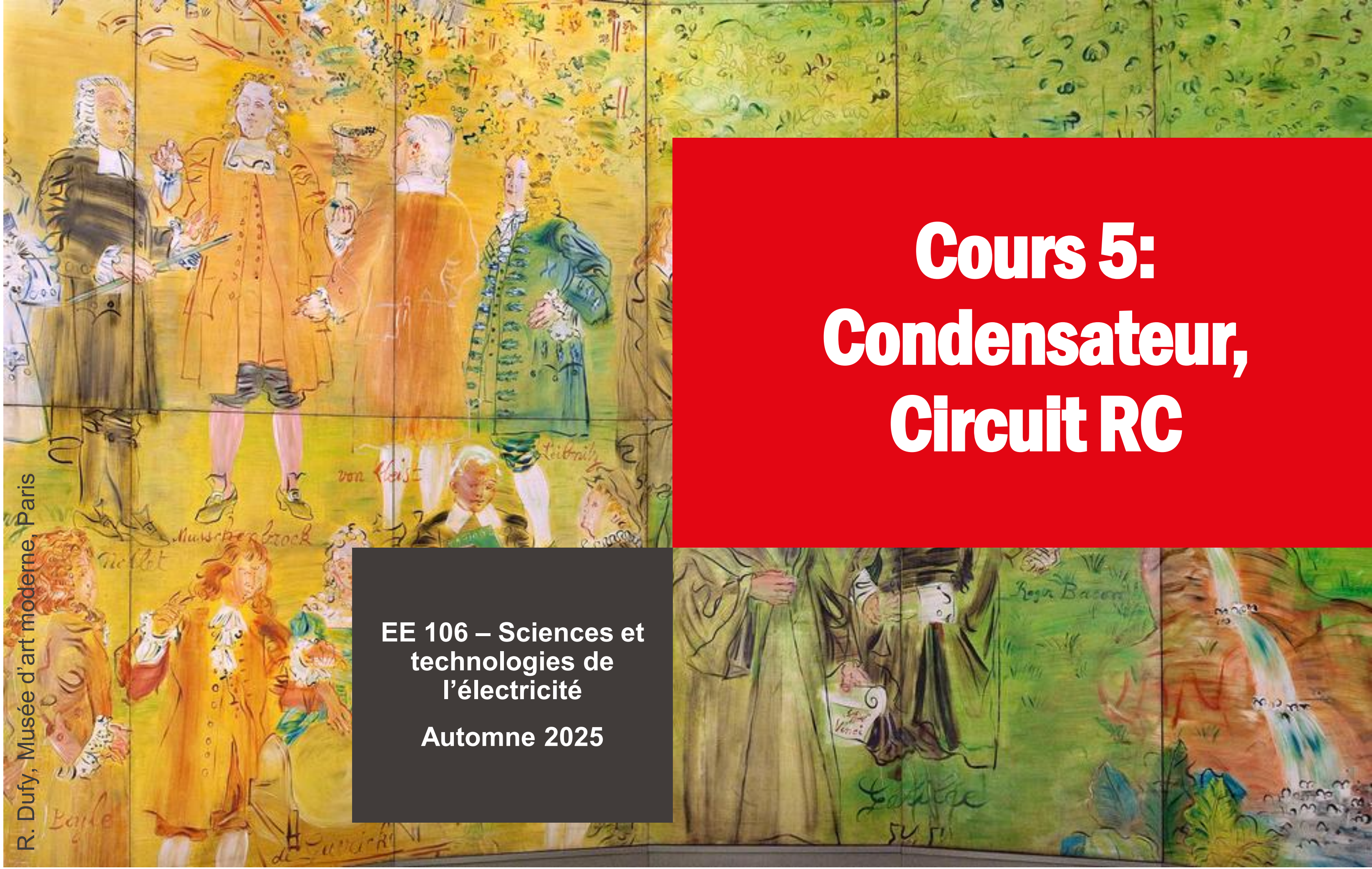
EPFL



R. Dufy, Musée d'art moderne, Paris

Cours 5: Condensateur, Circuit RC

EE 106 – Sciences et technologies de l'électricité

Automne 2025

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

Dr. Christian Lafforgue – christian.lafforgue@epfl.ch

Objectifs

- Décrire le comportement d’un condensateur plan
- Déterminer la relation courant-tension d’un condensateur
- Etudier un circuit en régime transitoire

Les condensateurs

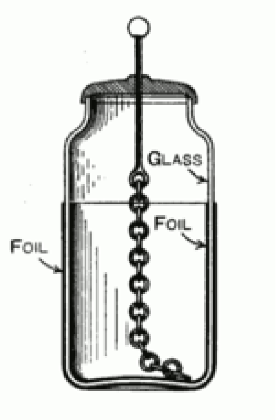
Le condensateur

Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Condensateur	C (capacité)	farad (F)

- Le condensateur est un composant de base utilisé pour:
  - Le stockage d'énergie
  - Le filtrage de signaux parasites
  - La protection de systèmes électriques sensibles
  - …
- C'est un dipôle passif

Le condensateur

- 1745: Ewald Georg von Kleist et Pieter van Musschenbroek inventent la **bouteille de Leyde,** ancêtre du condensateur
- Deux conducteurs sont séparés par une paroi de verre (isolant)
- La bouteille de Leyde est utilisée pour faire des décharges électriques après lui avoir appliqué une tension électrique



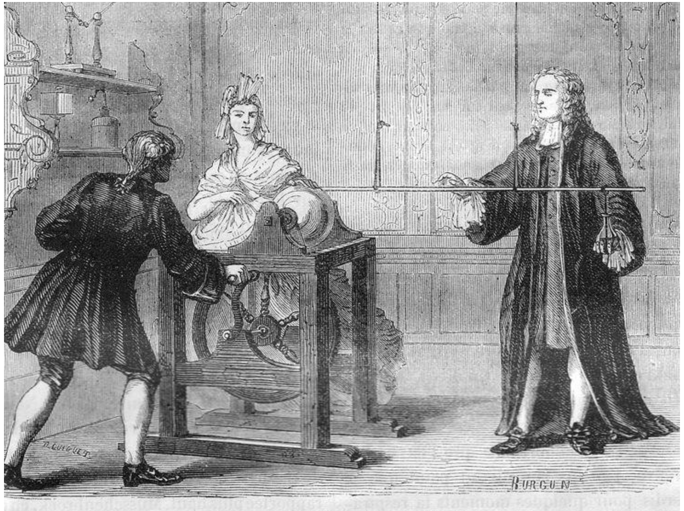
Pieter van Musschenbroek
1692-1761
Physicien néerlandais

Ewald Georg von Kleist
1700-1748
Physicien allemand

C. Lafforgue

Le condensateur

- 1745: Ewald Georg von Kleist et Pieter van Musschenbroek inventent la **bouteille de Leyde,** ancêtre du condensateur
- Deux conducteurs sont séparés par une paroi de verre (isolant)
- La bouteille de Leyde est utilisée pour faire des décharges électriques après lui avoir appliqué une tension électrique



Pieter van Musschenbroek
1692-1761
Physicien néerlandais

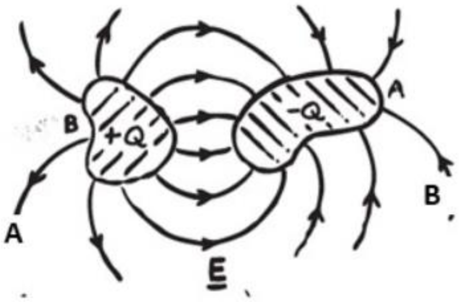
Ewald Georg von Kleist
1700-1748
Physicien allemand

Le condensateur généralisé

C. Lafforgue

- On considère deux surfaces conductrices
  - De forme quelconque
  - Isolées l'une de l'autre, fixes dans l'espace

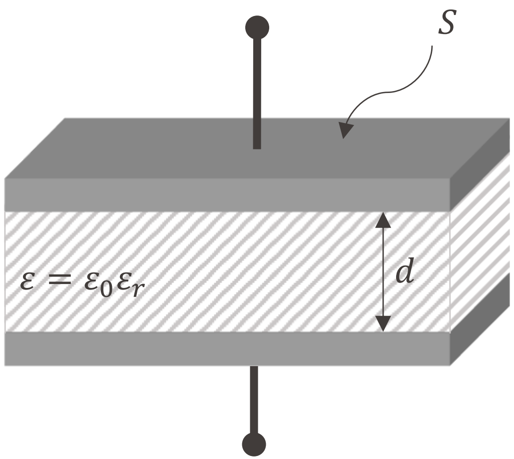
- Les deux surfaces sont chargées, chacune avec une charge opposée
  - Une surface a une charge $+Q$, l'autre a une charge $-Q$
  - La séparation de charge a lieu lorsqu'une source de tension est connectée au condensateur



Le condensateur plan

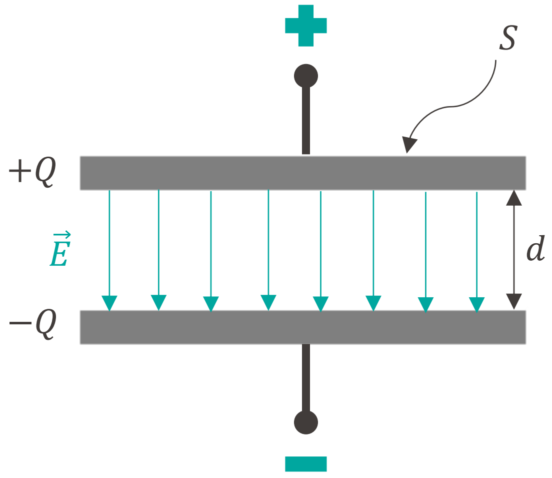
- Lorsque les deux surfaces chargées sont des plaques parallèles, on parle de **condensateur plan**

- Le condensateur est caractérisé par:
  - Une surface S
  - Une séparation d
  - Une permittivité diélectrique $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

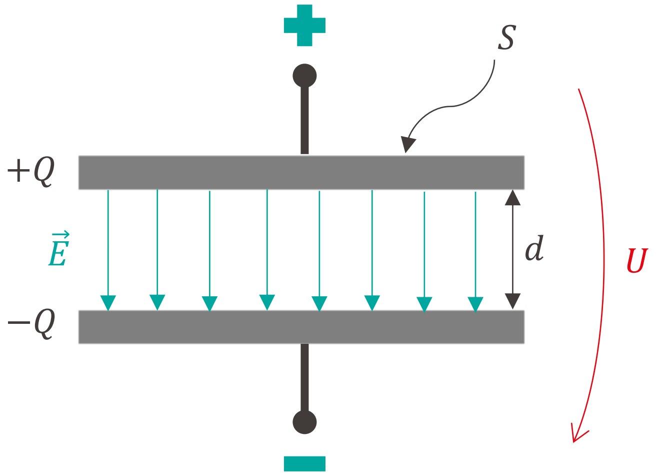


Le condensateur plan idéal

- On considère les plaques du condensateur « infiniment » grandes (les côtés des plaques sont très grands comparés à d)
  - Les effets de bords peuvent être négligés
  - Le champ électrique entre les plaques est homogène



Le condensateur plan idéal

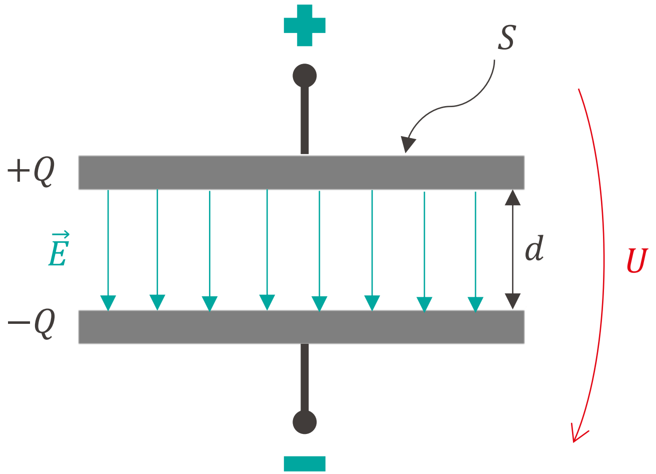


- $\|\vec{E}\| = \frac{U}{d}$
- On peut aussi montrer que:
$$\|\vec{E}\| = \frac{Q}{\varepsilon S}$$
- On en déduit:
$$Q = \frac{\varepsilon S}{d} U$$
- On définit ainsi **la capacité** du condensateur plan:

$$\boxed{\begin{aligned} Q &= CU \\ C &= \frac{\varepsilon S}{d} \end{aligned}}$$

Unité: farad (F)

Le condensateur plan idéal

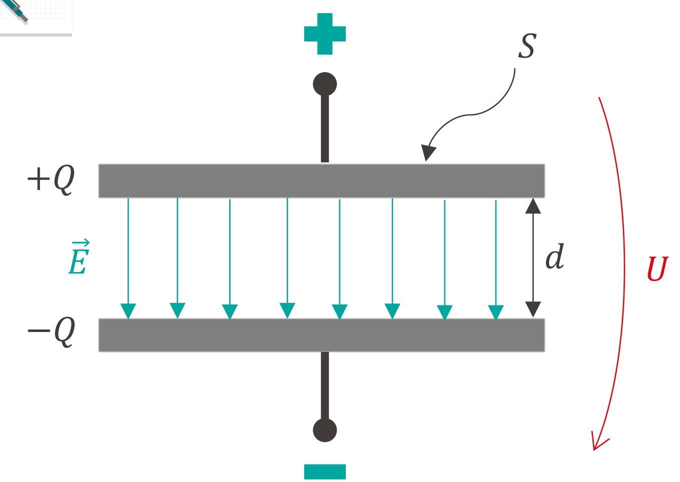


Ordre de grandeur de la capacité?

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

Le condensateur plan idéal

C. Lafforgue



Ordre de grandeur de la capacité?

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

Energie accumulée dans un condensateur

- Lorsqu'il est connecté à une source de tension, le condensateur accumule des charges ⇒ il accumule de l'énergie électrostatique
  - Une fois chargé, la charge est fixe: $Q = \mathrm{cste}$.
  - $i(t) = \frac{dq}{dt}$ donc dans un condensateur chargé, le courant est nul

Un condensateur chargé est équivalent à un circuit ouvert

Autrement dit, en régime statique, un condensateur se comporte comme un circuit ouvert.

En régime statique:

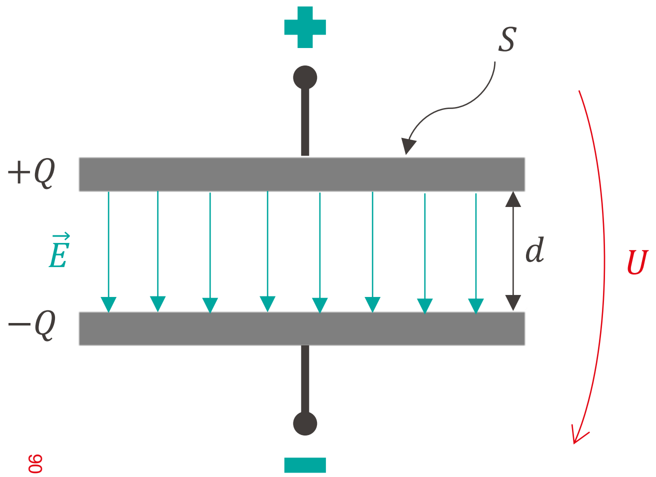
Energie accumulée dans un condensateur

C. Lafforgue

- Un condensateur chargé peut écouler ses charges en le branchant à un autre dipôle passif, par exemple une résistance
  - Le condensateur libère de l’énergie stockée en se déchargeant
  - L’énergie emmagasinée est égale au travail fourni pour se charger

Energie accumulée dans un condensateur

- Un condensateur chargé peut écouler ses charges en le branchant à un autre dipôle passif, par exemple une résistance
  - Le condensateur libère de l'énergie stockée en se déchargeant
  - L'énergie emmagasinée est égale au travail fourni pour se charger



$$W_c = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$\boxed{W_c = \frac{1}{2}CU^2}$$

Points clés

- Un condensateur est un dipôle qui accumule de l'énergie électrostatique en condensant des charges proportionnellement à la tension:

$$\boxed{Q = CU}$$

- Le condensateur est caractérisé par sa **capacité**:

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon S}{d}}$$

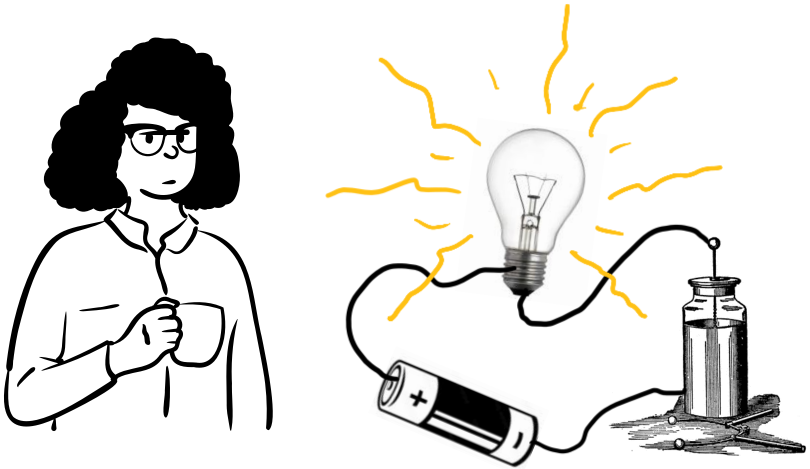
- L'énergie accumulée pour une tension U est:

$$\boxed{W_c = \frac{1}{2} C U^2}$$

- En régime statique, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert

C. Lafforgue

Comportement dynamique



Courant traversant un condensateur

- On a vu qu'en régime continu $I = 0$ et que le condensateur chargé se comporte comme un circuit ouvert

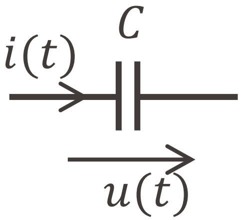
- Que se passe-t-il **pendant** la charge du condensateur?

Courant traversant un condensateur

- On a vu qu'en régime continu $I = 0$ et que le condensateur chargé se comporte comme un circuit ouvert

- Que se passe-t-il **pendant** la charge du condensateur?

$$\boxed{i(t) = C\frac{du}{dt}(t)}$$

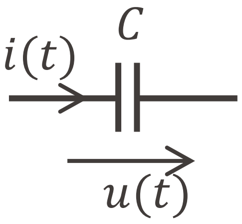


- Un courant transitoire peut exister!

Courant traversant un condensateur

- Que se passe-t-il **pendant** la charge du condensateur?

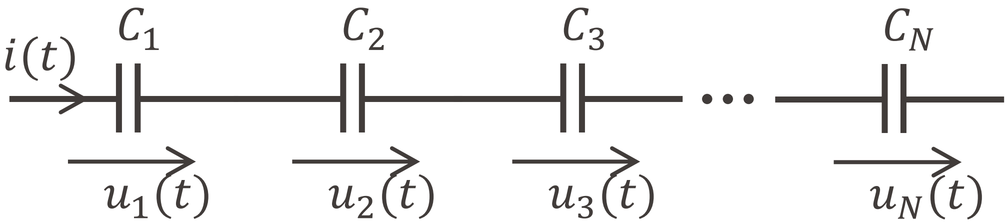
$$\boxed{i(t) = C\frac{du}{dt}(t)}$$



- **Remarque:** le courant ne peut pas être infini, donc **la tension aux bornes du condensateur est continue.**

Agencement de condensateurs

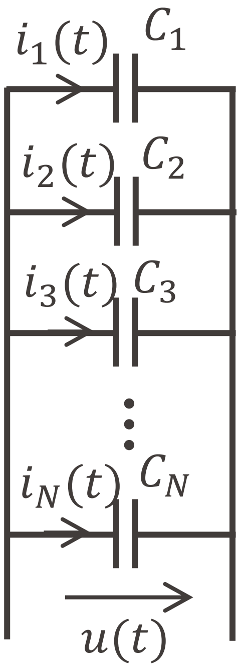
Condensateurs en série



Agencement de condensateurs

C. Lafforgue

Condensateurs en parallèle

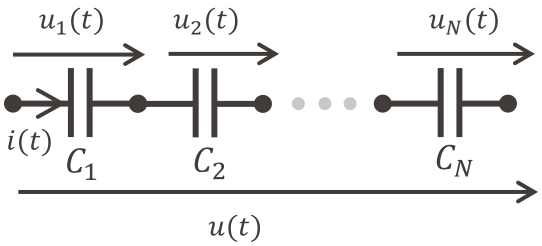


Points clés

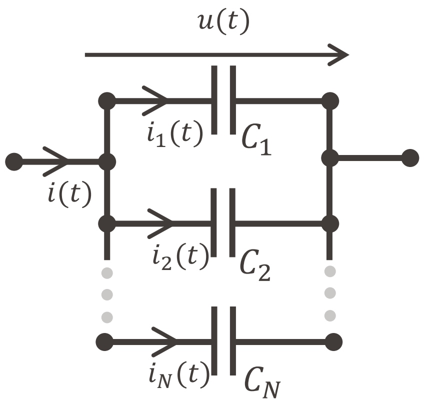
- Les circuits avec condensateurs ont un comportement dynamique (dépend du temps)

$$\boxed{i(t) = C\frac{du}{dt}}$$

- Des condensateurs en parallèle s'ajoutent
  - Des résistances en parallèle ont une capacité équivalente plus grande
- Pour des condensateurs en série, les inverses des capacités s'ajoutent
  - Des condensateurs en série ont une capacité équivalente plus petite



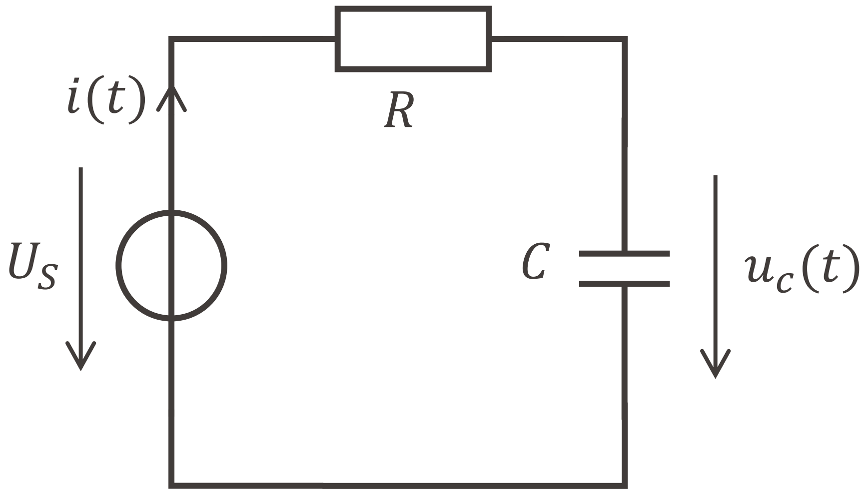
$$\boxed{\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{C_n}}$$



$$\boxed{C_{\text{eq}} = \sum_{k=1}^{N} C_n}$$

Circuit RC

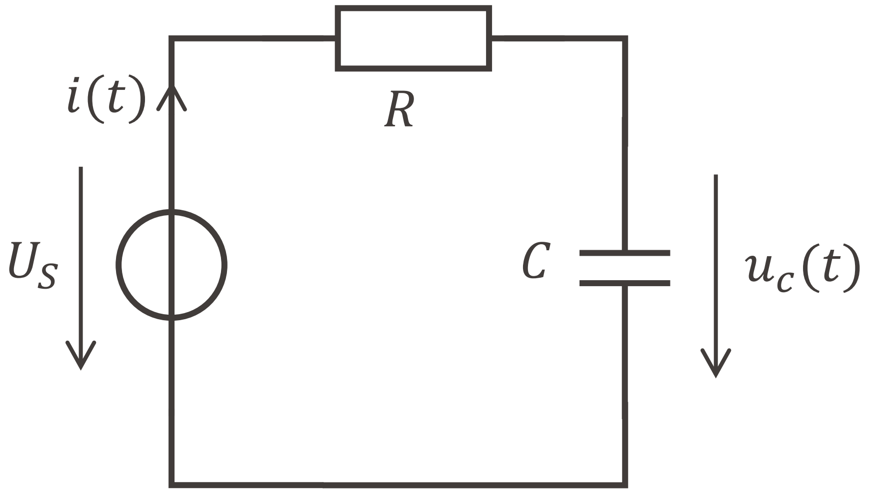
- On modélise un circuit dépendant du temps t:



C. Lafforgue

Circuit RC

- On modélise un circuit dépendant du temps t:



Loi des mailles:

$$U_S = Ri(t) + u_c(t)$$

Relation caractéristique du condensateur::

$$i(t) = \frac{Cdu_c}{dt}(t)$$

Donc on obtient:

$$U_S = RC\frac{du_c}{dt} + u_c(t)$$

$$\boxed{\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{1}{RC}U_S}$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

- Définition de la fonction exponentielle: solution de l'équation différentielle

$$\frac{dg}{dz}(z) = g(z)$$

- La fonction exponentielle s'écrit $g(z) = e^z$
- Propriété:
  - Si $h(z) = Ae^{kz}$ alors $\frac{dh}{dz}(z) = kAe^{kz} = k \cdot h(z)$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

C. Lafforgue

- On souhaite déterminer une fonction $x(t)$ régie par une équation différentielle linéaire d'ordre 1:

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- Ici, τ est une constante de temps (nécessaire pour que l'équation soit physiquement correcte)
- X_0 est une constante, correspondant à la source dans notre cas

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 1. On résout l'équation homogène:

$$\frac{dx_h}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x_h(t) = 0$$

- Les solutions d'une telle équation sont des fonctions exponentielles:

$$x_h(t) = Ae^{-t/\tau}$$

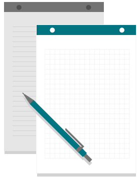
Point sur les équations différentielles d'ordre 1

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 1. On résout l'équation homogène:

$$\frac{dx_h}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x_h(t) = 0$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1



$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 1. On résout l'équation homogène:

$$\frac{dx_h}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x_h(t) = 0$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 2. On cherche une solution particulière. L'équation accepte une solution sous la forme d'une constante ($\frac{dx_p}{dt} = 0$):

$$x_p = X_0$$

C. Lafforgue

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

C. Lafforgue

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 3. On additionne la solution de l'équation homogène associée et la solution particulière:

$$\boxed{x(t) = Ae^{-t/\tau} + X_0}$$

Point sur les équations différentielles d'ordre 1

$$\frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = \frac{1}{\tau}X_0$$

- 3. On additionne la solution de l'équation homogène associée et la solution particulière:

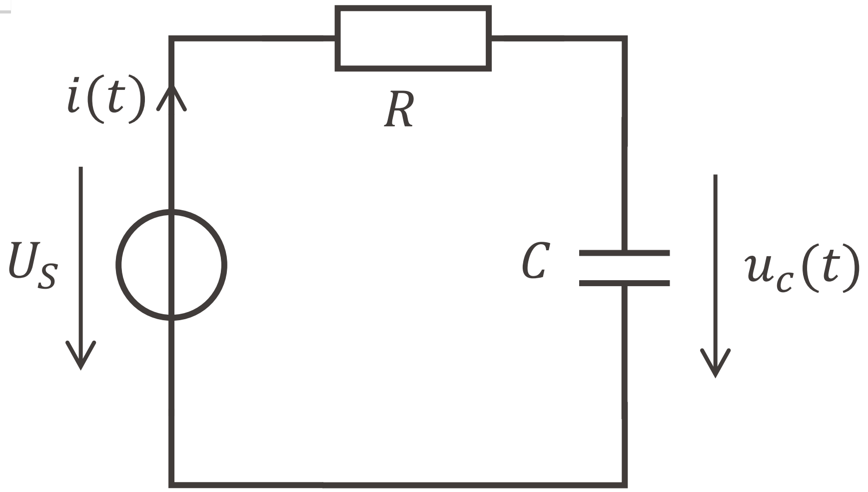
$$\boxed{x(t) = Ae^{-t/\tau} + X_0}$$

- On obtient une famille de solutions. Le comportement total est déterminé par **la condition initiale**.

Circuit RC – charge du condensateur

C. Lafforgue

- On modélise un circuit dépendant du temps t:



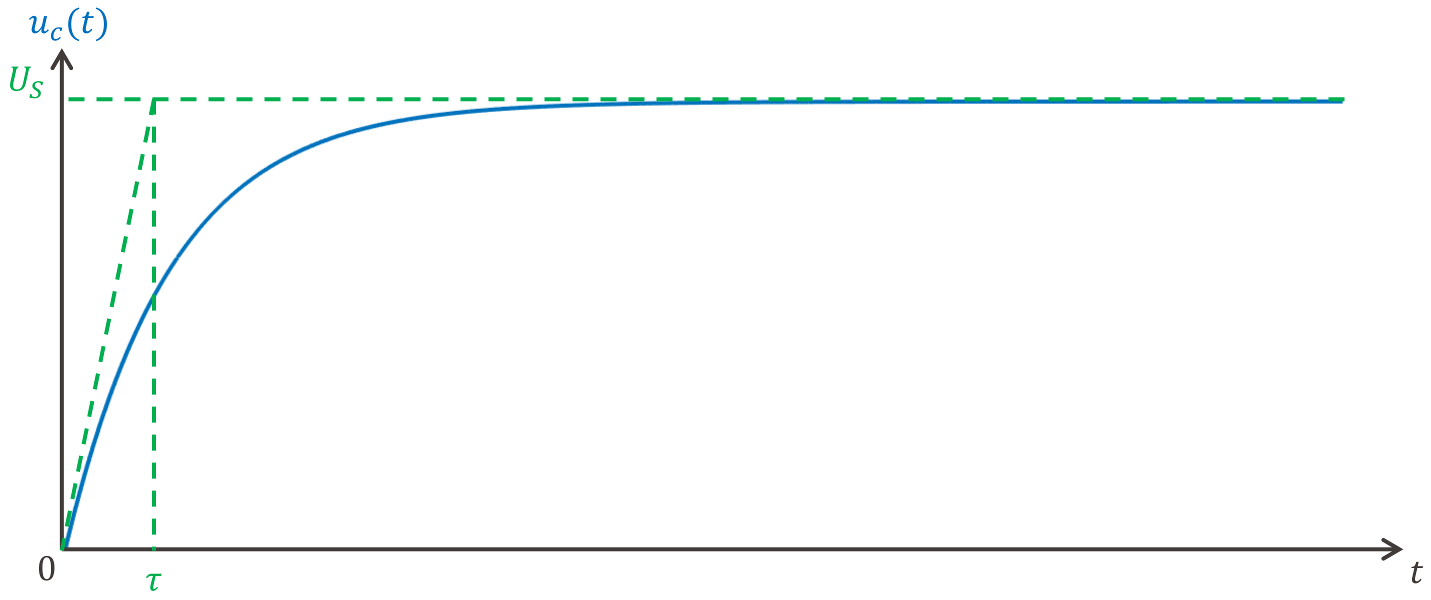
Condition initiale:
$u_c(0) = 0\ \mathrm{V}$

$$\boxed{\frac{du_c}{dt}(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{1}{RC}U_S}$$

$$\boxed{u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

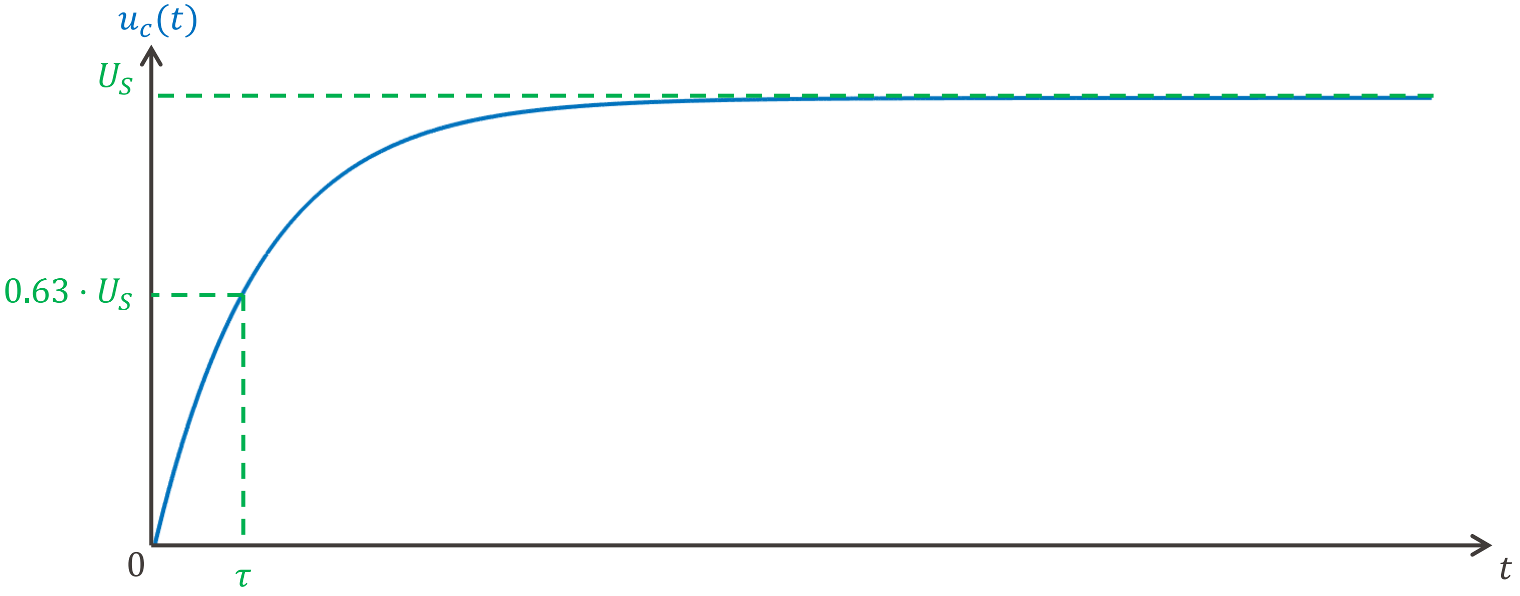
Circuit RC – charge du condensateur

$$\boxed{u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



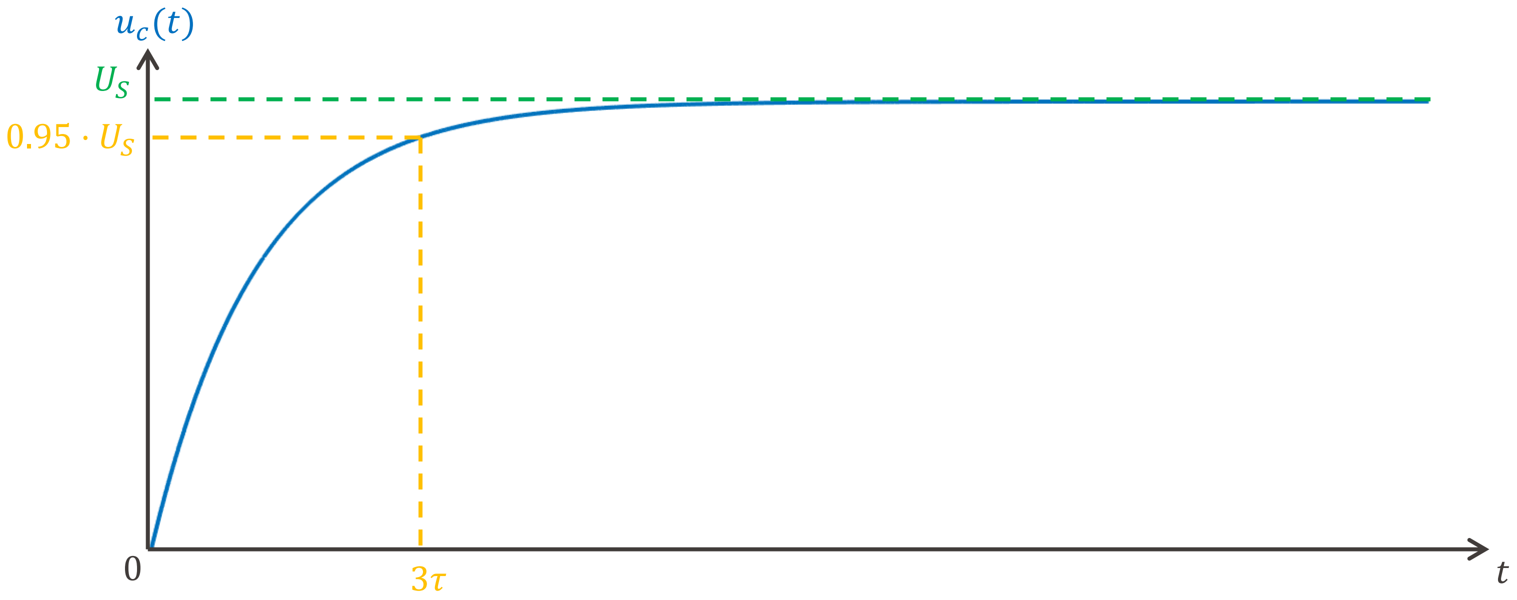
Circuit RC – charge du condensateur

$$\boxed{u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



Circuit RC – charge du condensateur

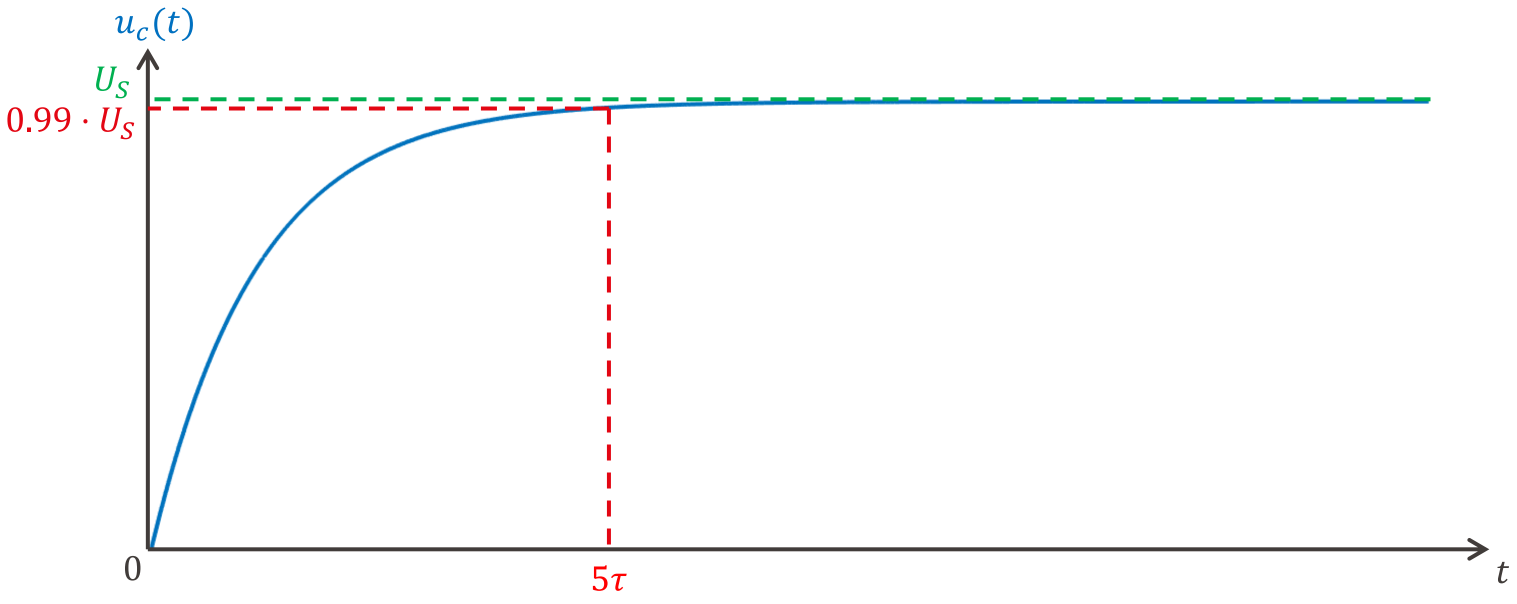
$$\boxed{u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



Circuit RC

C. Lafforgue

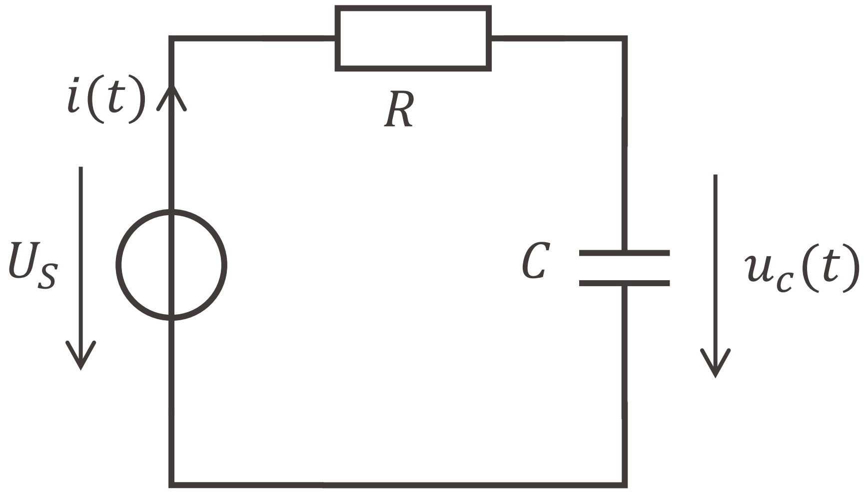
$$\boxed{u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



C. Lafforgue

Circuit RC – charge du condensateur

- On modélise un circuit dépendant du temps t:



Condition initiale:
$u_c(0) = 0 \text{ V}$

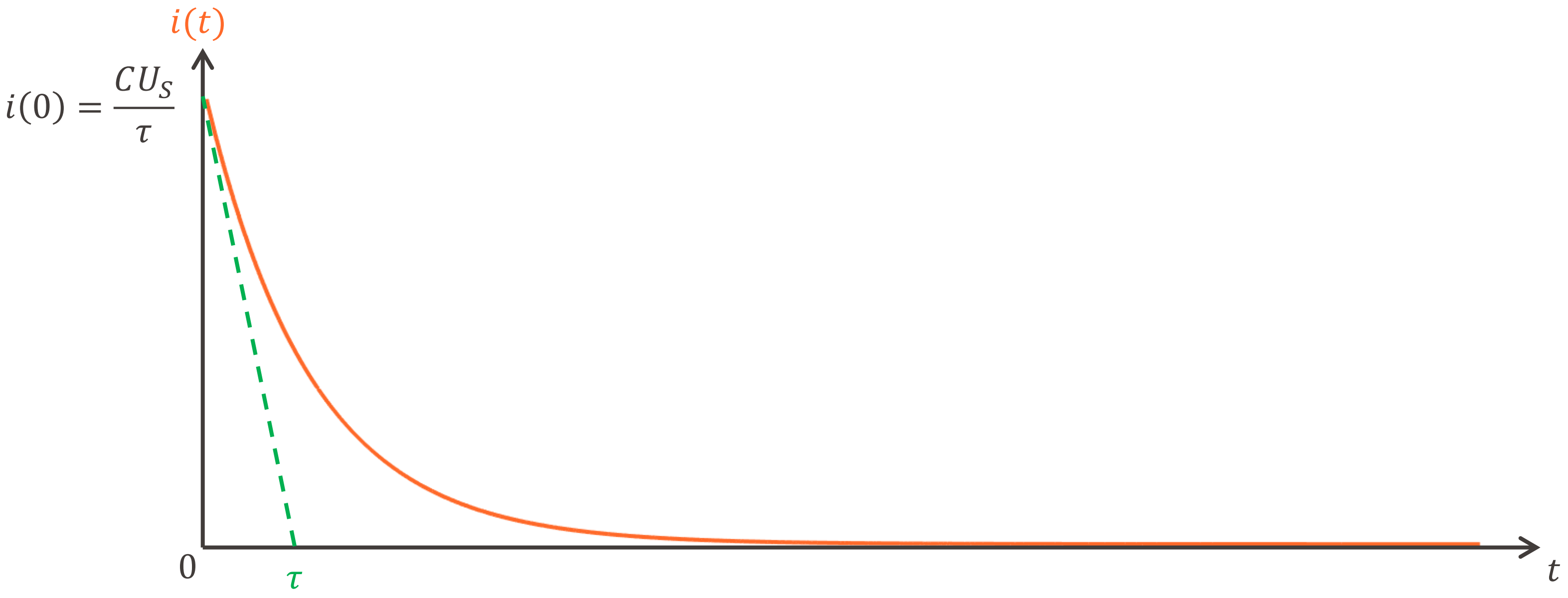
$$u_c(t) = U_S\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Circuit RC – charge du condensateur

C. Lafforgue

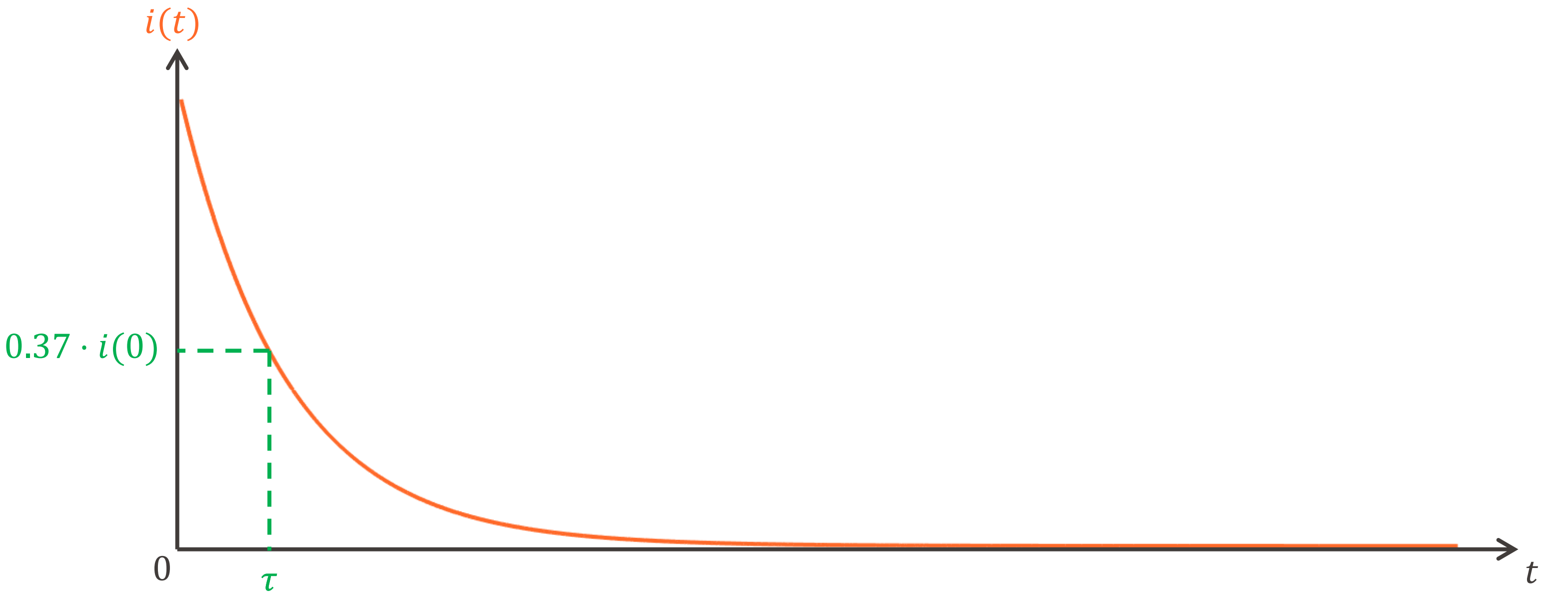
$$\boxed{i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}}$$



Circuit RC – charge du condensateur

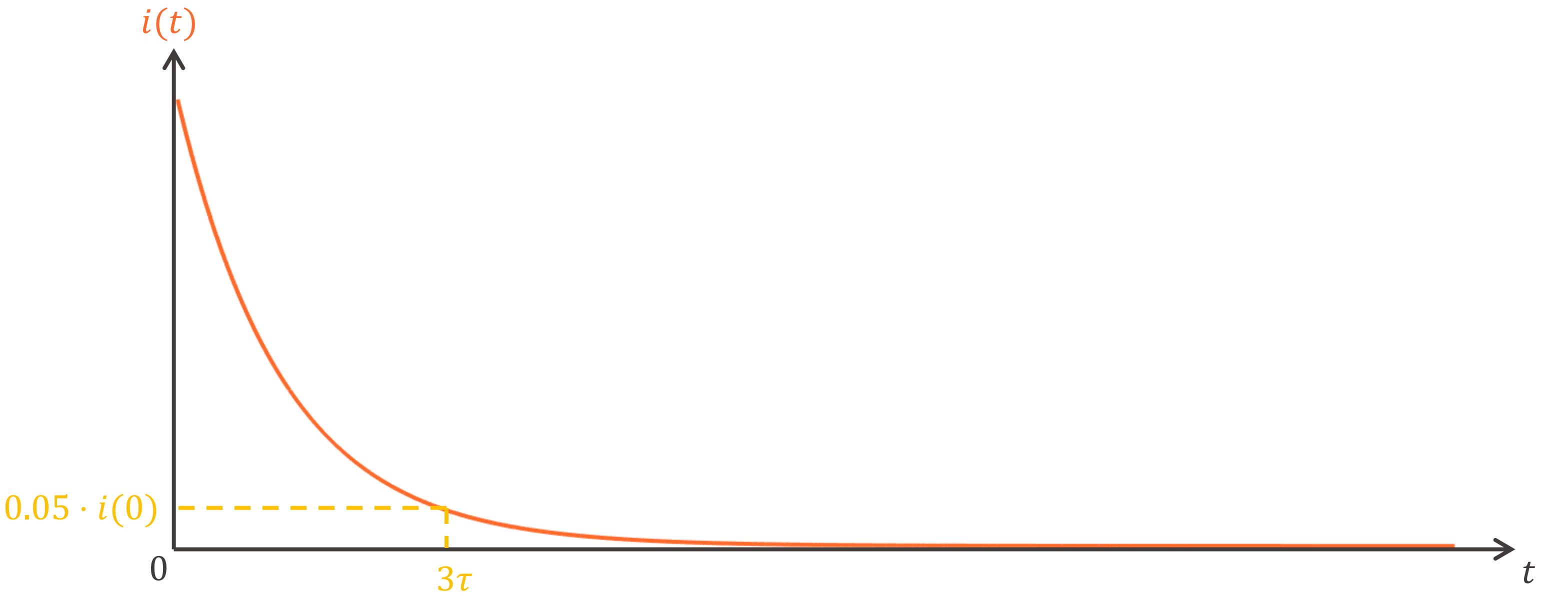
C. Lafforgue

$$\boxed{i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}}$$



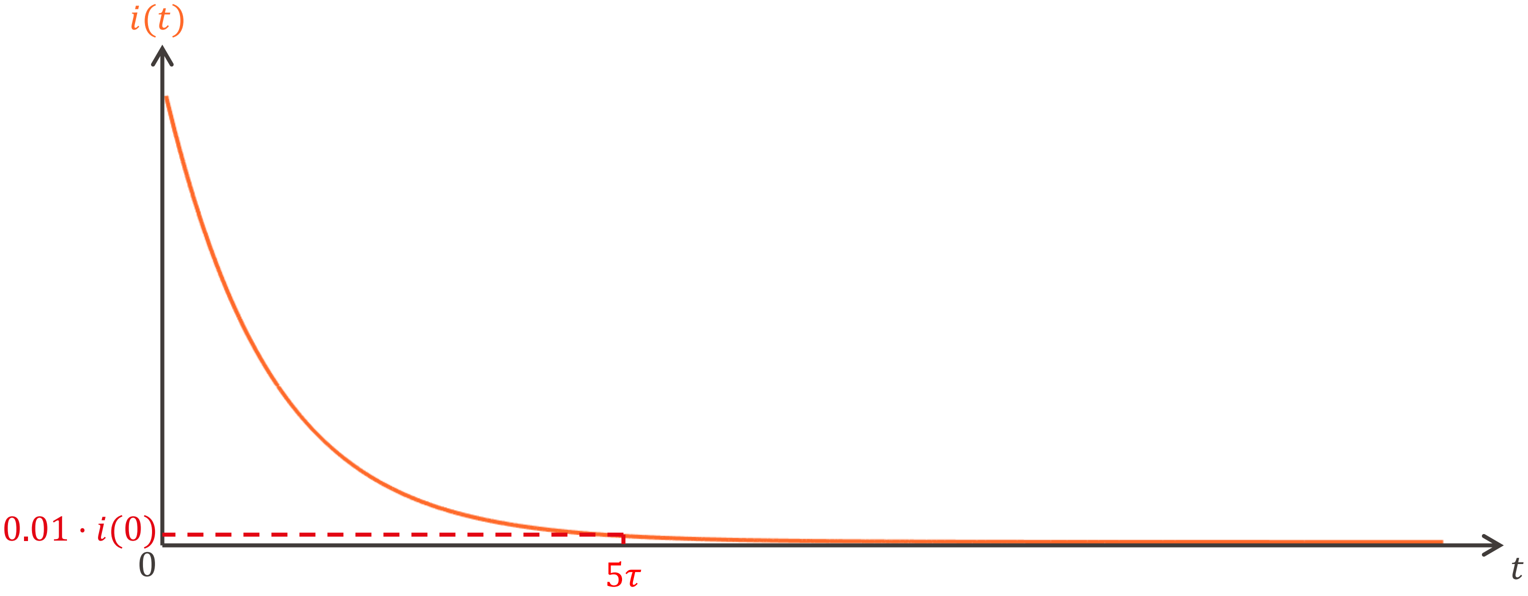
Circuit RC – charge du condensateur

$$\boxed{i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}}$$



Circuit RC – charge du condensateur

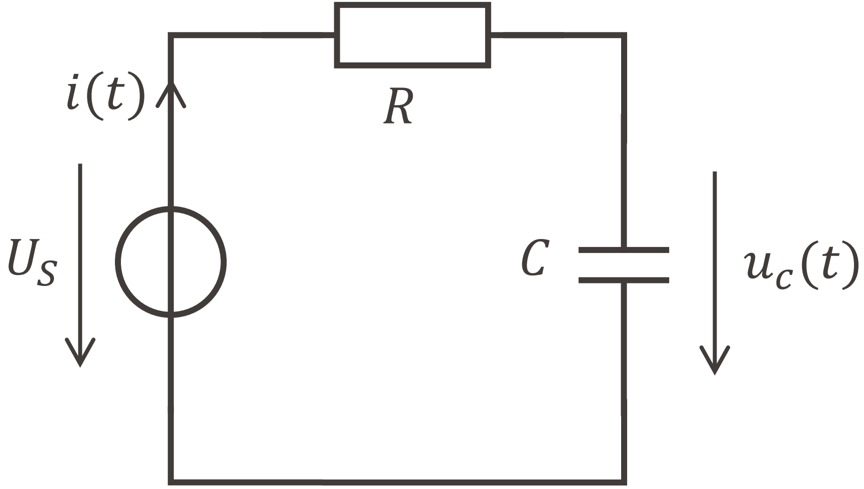
$$\boxed{i(t) = \frac{CU_S}{\tau} e^{-t/\tau}}$$

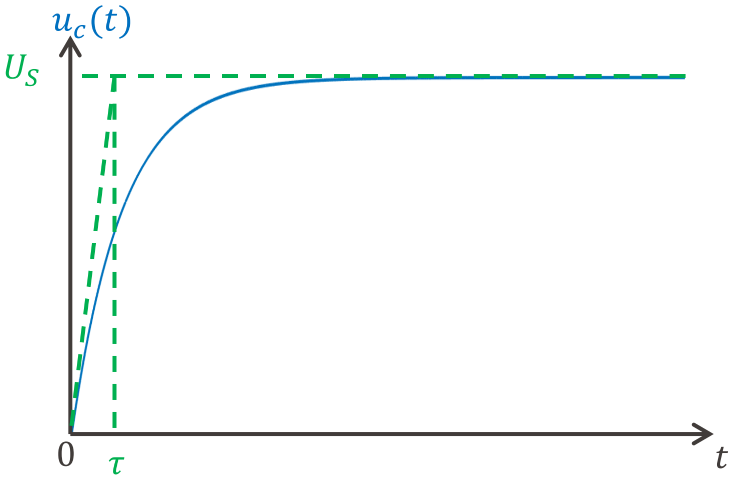


Circuit RC – charge du condensateur

C. Lafforgue

- Lorsque l'on alimente le circuit avec une source de tension, le condensateur se charge
  - La tension du condensateur tend vers une constante
  - Le condensateur est considéré chargé après 5τ (99% de la valeur finale)
  - Le courant tend vers 0 A, correspondant au régime statique

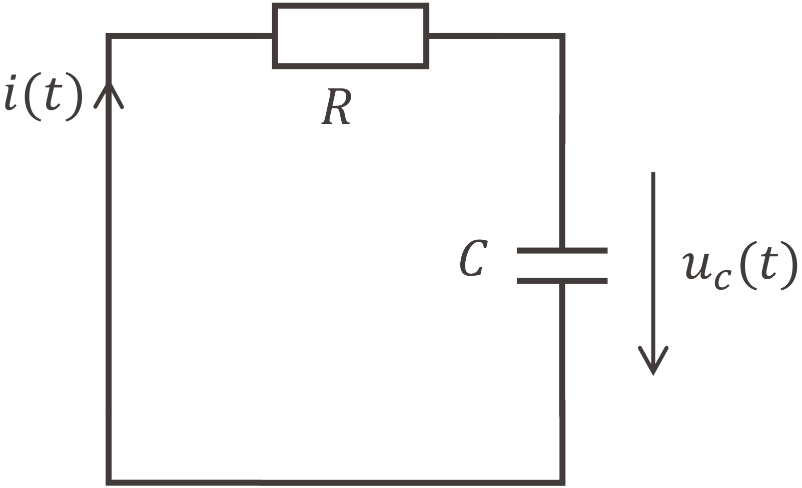




C. Lafforgue

Circuit RC – décharge du condensateur

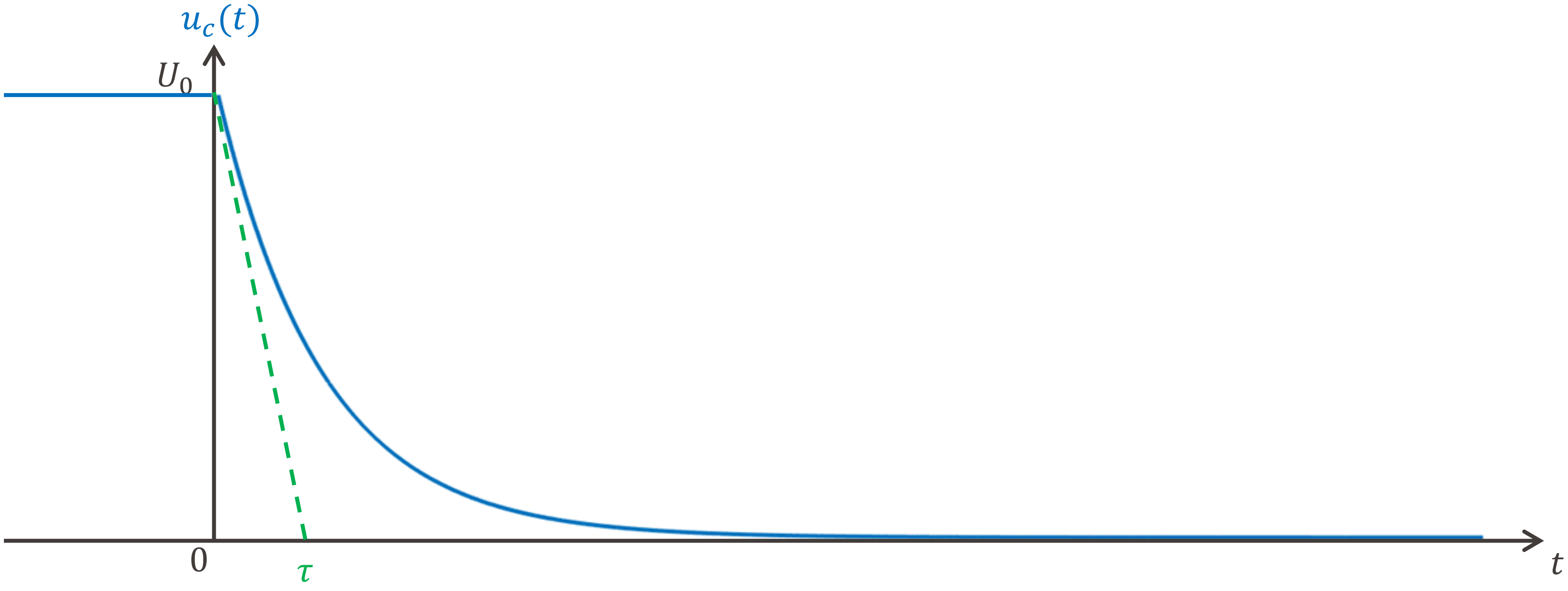
- On modélise un circuit dépendant du temps t:



Condition initiale:
$u_c(0) = U_0$

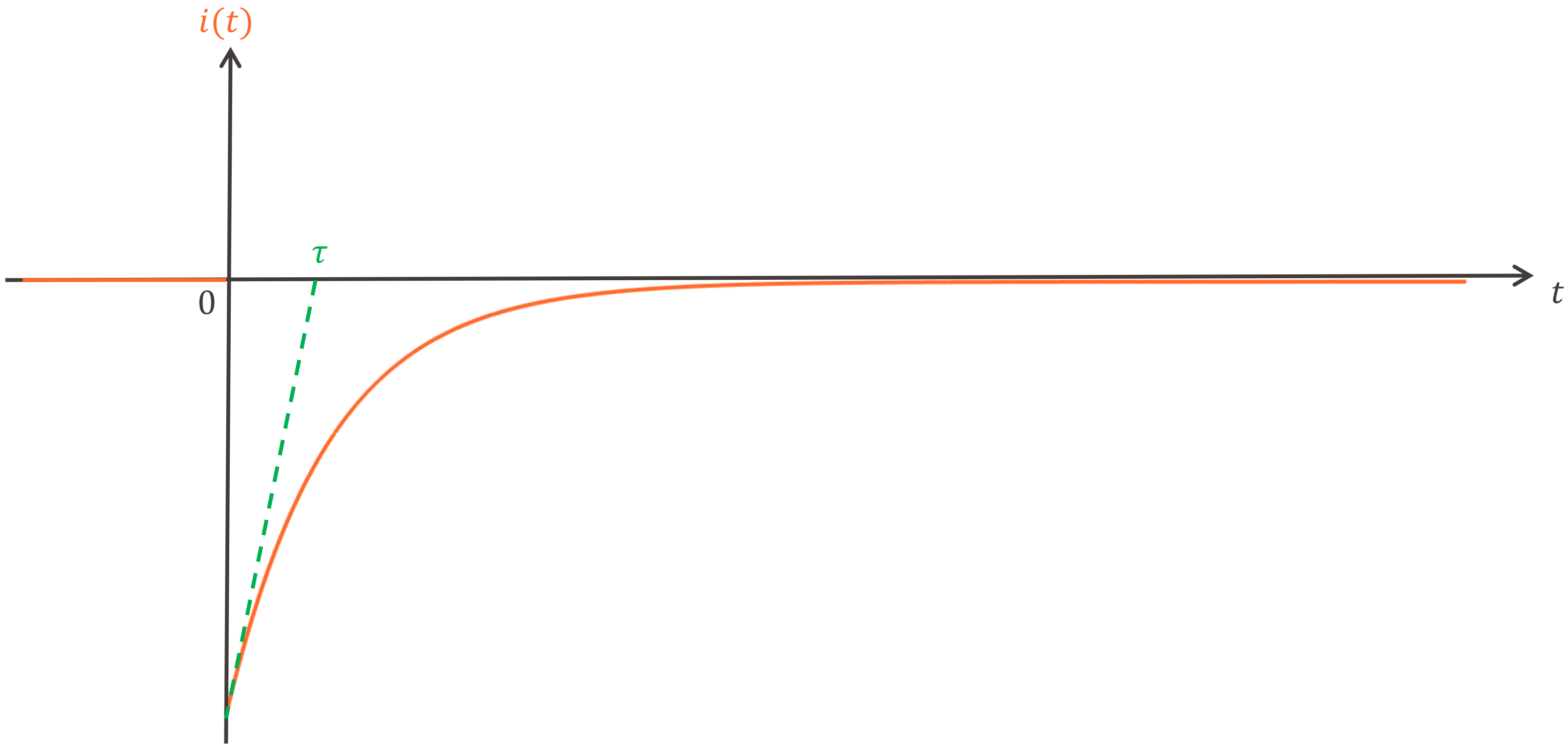
Circuit RC – décharge du condensateur

$$\boxed{u_c(t) = U_0 e^{-t/\tau}}$$

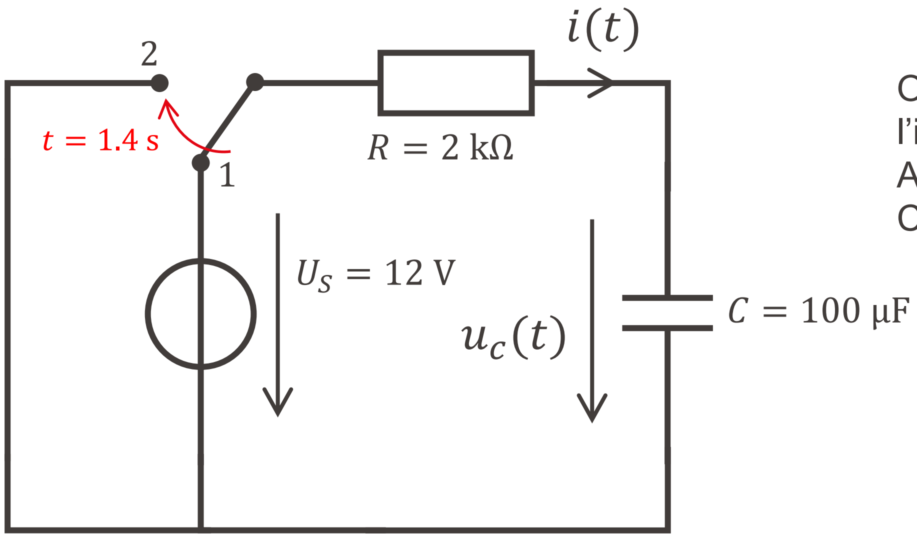


Circuit RC – décharge du condensateur

$$i(t) = -\frac{CU_0}{\tau}e^{-t/\tau}$$



Circuit RC – exemple



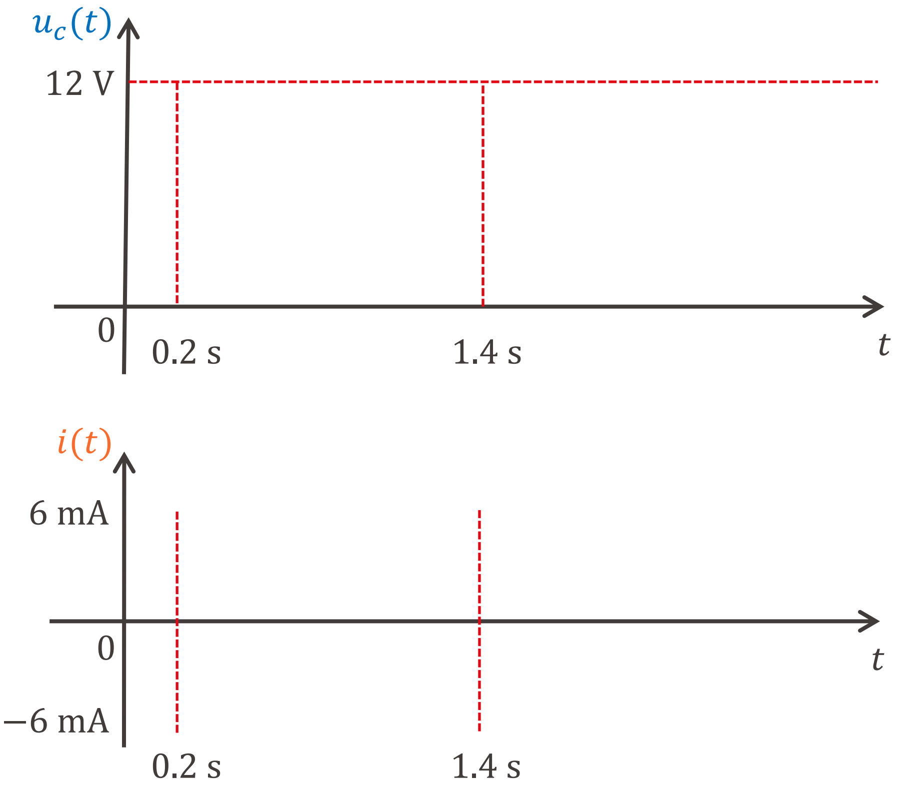
On considère le condensateur initialement déchargé et l'interrupteur est en position 1.
A $t = 1.4$ s, on bascule l'interrupteur en position 2.
Calculons $u_c(t)$ et $i(t)$

Circuit RC – exemple

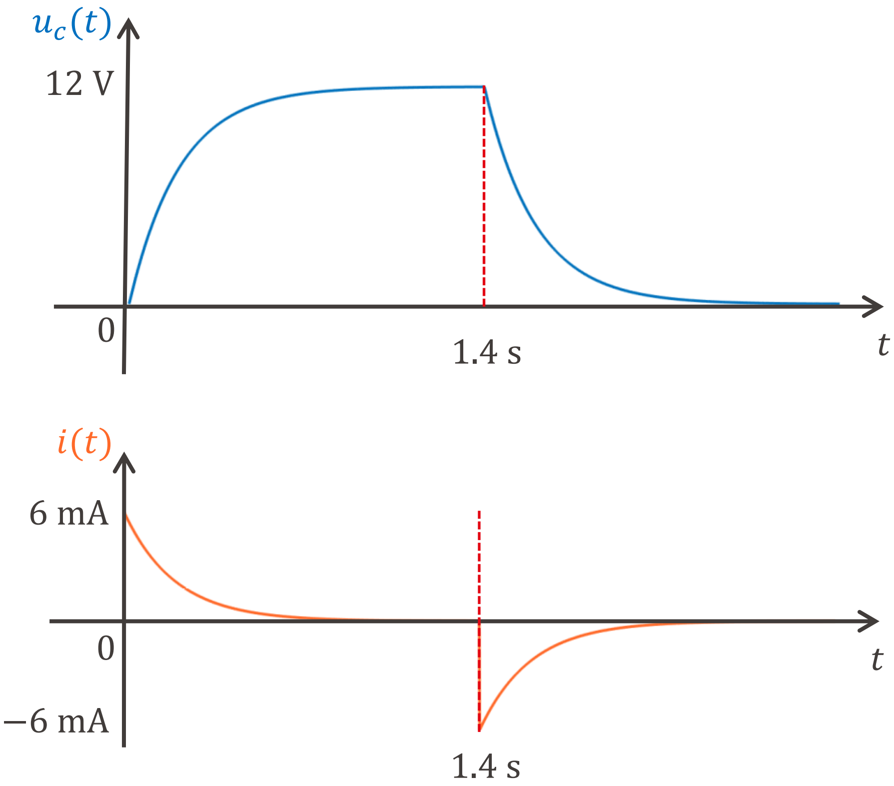
Circuit RC – exemple

Circuit RC – exemple

Circuit RC – exemple



Circuit RC – exemple



Points clés

- Un condensateur est un dipôle qui accumule de l'énergie électrostatique en condensant des charges proportionnellement à la tension:

$$\boxed{Q = CU}$$

- Le condensateur est caractérisé par sa **capacité**:

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon S}{d}}$$

- L'énergie accumulée pour une tension U est:

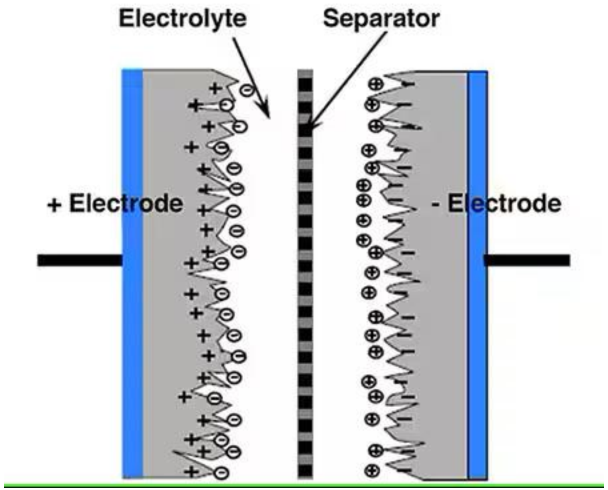
$$\boxed{W_c = \frac{1}{2} C U^2}$$

- En régime statique, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert

Pour aller plus loin

- Aujourd'hui, il existe des condensateurs particuliers utilisés pour des applications nécessitant de fortes densités de puissance et d'énergie
  - Recharge rapide de véhicules électriques
  - Démarrage de moteurs
  - …
- Il s'agit des supercondensateurs
  - Délivrent plus de courant que les condensateurs conventionnels
  - Plus grande durée de vie que les batteries
  - Charges/décharges rapides comparativement aux batteries
- Ils ont des capacités entre le F et le kF!

Pour aller plus loin



C. Lafforgue

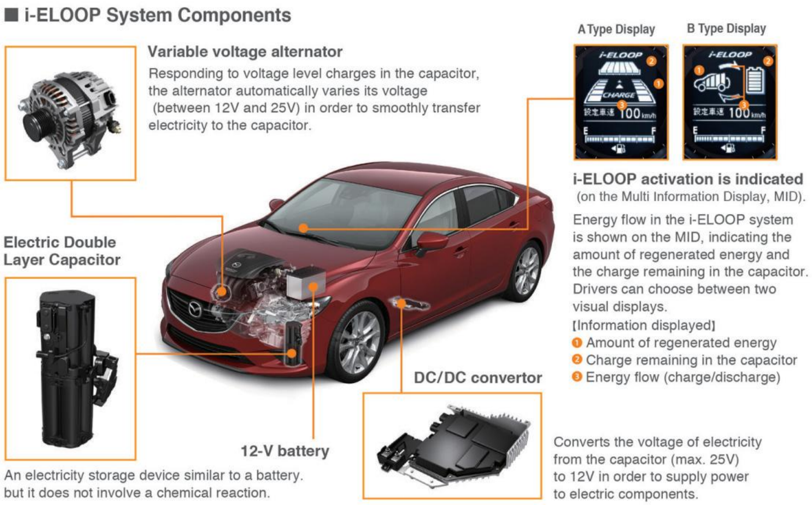
Pour aller plus loin

- Utilisés pour des recharges rapides
  - Exemple: système de recharge rapide pour bus électriques TOSA à Genève

C. Lafforgue

Pour aller plus loin

- Utilisés pour récupérer de l’énergie lors de freinages
  - Exemple: système de récupération pour fonctions « start & stop » (i-ELOOP Mazda)
  - Exemple: alimentation ponctuelle d’excavatrice (6120B H FS Cat)



Merci pour votre attention

R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d'art moderne, Paris