

Information, Calcul et Communication

Module 3 : Systèmes

Information, Calcul et Communication

Sécurité des systèmes informatiques

Ph. Janson & J.-C. Chappelier

Motivation

L'univers numérique doit être sécurisé au même titre que le monde physique



Les affaires se traitent de plus en plus en ligne

...



... donc de plus en d'argent et de pouvoir passent par Internet



... donc criminalité et conflits politiques se déroulent de plus en plus en ligne

... car ils suivent toujours argent et pouvoir



Principes de base



- ▶ **La sécurité totale n'existe pas** plus dans le monde informatique que dans le monde physique
- ▶ Dans les deux cas elle est
 - ▶ Une course aux armements entre mécanismes d'attaque et de défense
 - ▶ Un **compromis** entre le **risque** d'une attaque et le **prix** de la défense
- ▶ Comme dans toute situation de défense, les attaques visent les **maillons faibles**
 - ▶ Généralement entre le siège et l'écran (utilisateurs ou opérateurs des systèmes informatiques)
- ▶ **L'éducation** des utilisateurs et des opérateurs est donc essentielle
 - ☞ C'est le but de ces deux leçons !

Objectifs de ces deux leçons

Comment sécuriser le monde numérique ?

- ▶ En quoi et comment les systèmes informatiques et leur contenu sont **menacés** et **menacent** indirectement les individus dans leur sphère privée ?
- ▶ Quels sont les principes de base à respecter et les **mécanismes** fondamentaux à déployer pour **protéger** l'information, les systèmes qui la traitent, et les réseaux qui la transportent ?
- ▶ Quels sont les moyens techniques utilisés (**cryptographie**) pour garantir *confidentialité*, *intégrité* des données et *responsabilité* des utilisateurs ?
- ▶ Quelles sont les principales **règles de bonne conduite** des utilisateurs et administrateurs de systèmes informatiques pour se protéger contre les hackers et leurs maliciels ?

Les menaces : 1. leurs objectifs

Objectifs des menaces sur les systèmes d'information :

- ▶ les **informations**
 - ▶ les **applications** qui les gèrent
 - ▶ les **logiciels** qui les hébergent
 - ▶ les **ordinateurs** qui les exécutent
 - ▶ les **réseaux** qui les relient
 - ▶ les **bâtiments** qui les renferment
- ☞ et au travers de tout cela : les **personnes** concernées (utilisateurs)

Les menaces : 2. leur nature



Nature des menaces :

- ▶ le **vol** d'informations
- ▶ la **manipulation** d'informations
- ▶ la **destruction** d'informations
- ▶ le **démenti**
- ▶ l'**usurpation d'identité**
- ▶ le **contournement** des défenses



Les menaces : 3. leurs sources

Sources des menaces :

- ▶ **Environnementales** : catastrophes naturelles

Note : des accidents de nature *environnementale* sont souvent source d'abus de nature *humaine* et d'attaques de nature *technique*.

- ▶ **Humaines**

- ▶ internes :

- ▶ erreurs

- ▶ abus de privilèges

- ▶ externes :

- ▶ manipulation sociales (abus de confiance, mensonge, tromperie, corruption, etc.)

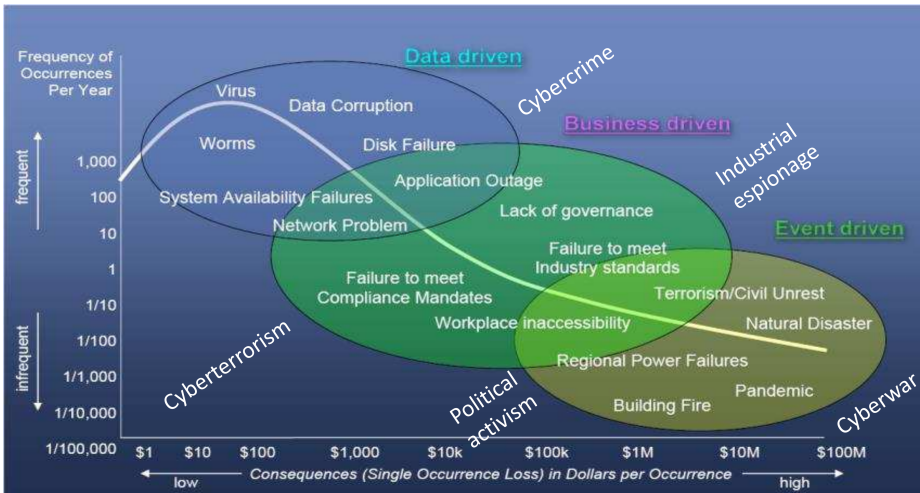
- ▶ attaques physiques (espionnage, vol, sabotage, destruction, etc.)

- ▶ **Techniques**

- ▶ attaques informatiques (par des humains) :
exploitations de vulnérabilités logicielles

- ▶ maliciels (logiciels malveillants : virus, vers, chevaux de Troie, etc.)

Les menaces : 4. ampleur...



Reprinted by courtesy of International Business Machines Corporation,
© (2008-2009) International Business Machines Corporation

Source: IBM Security Technology Outlook 2008

Les menaces : 4. ampleur... ..et relativité

- ▶ Coût annuel de la cybercriminalité : $0.5 \text{ à } 1.5 \cdot 10^{12}$ \$ (2016, suivant les sources)
 - ▶ Nombre de vulnérabilités logicielles > 60 K (IBM)
 - ▶ Nombre de maliciels identifiés > 150 M (Webroot.com, 2016)
 - ▶ Nombre de sites web infectés > 1.3 M (Dasient.com, 2010)
 - ▶ Taux de spam 50-60% (statista.com)
 - ▶ Plus gros vol de données : $3 \cdot 10^9$ utilisateurs (Yahoo, 2013)
 - ▶ 15'833 téléphones portables perdus dans le métro londonien en 2013
(source : McAfee à partir de données de Transport for London)
 - ▶ statistiques en temps réel sur les attaques en cours :
<https://cybermap.kaspersky.com/>
<https://threatmap.checkpoint.com/ThreatPortal/livemap.html>
<http://www.digitalattackmap.com/>
- ☞ aussi impressionnants que soient ces chiffres absolus, ils indiquent un **équilibre relatif entre coût des risques et prix des défenses**

Les défenses



Les menaces étaient :

- ▶ le *vol* d'informations
- ▶ la *manipulation* d'informations
- ▶ la *destruction* d'informations
- ▶ le *démenti*
- ▶ l'*usurpation d'identité*
- ▶ le *contournement* des défenses

les combattre exige :

- ▶ **confidentialité** des informations
- ▶ vérification de l'**intégrité** des informations
- ▶ **disponibilité** des informations
- ▶ **responsabilisation** des utilisateurs
- ▶ **authentification** des utilisateurs/des processus
- ▶ hiérarchisation des **autorisations** des utilisateurs/des processus

☞ L'ultime objectif : contrôler qui a quel droit

Destruction : équilibre menace/défense

Destruction

- ▶ Menace : la perte ou l'indisponibilité des données
- ▶ Défense : la réplication des données
 - ☞ maintenir plusieurs copies (cohérentes !) des données

Équilibre menace/défense : **taux de réplication** :

- ▶ Tenir une seule autre copie sur une autre machine
 - ▶ Bien si la machine originelle tombe en panne
 - ▶ Pas suffisant si la machine originelle et la réplique tombent en panne/sont détruites
- ▶ Tenir *deux* copies sur d'autres machines
 - ▶ Bien si...
 - ▶ mais insuffisant si...
- ▶ ...

Destruction : degré de défense

1. taux de réplication

mais aussi :

2. Localisation des répliques : à coté/à distance (quelle distance ?)

3. Mise à jour des répliques : à chaque fois/par heure/par jour/...

☞ Choix du niveau de défense approprié (coût : argent, temps, pénibilité) adapté au risque de menace

Exemples extrêmes :

▶ N répliques lointaines mises à jour à chaque modification

▶ 1 réplique sur un disque à coté sauvegardé tous les soirs

Buts de la cryptographie (1)

Les menaces étaient :

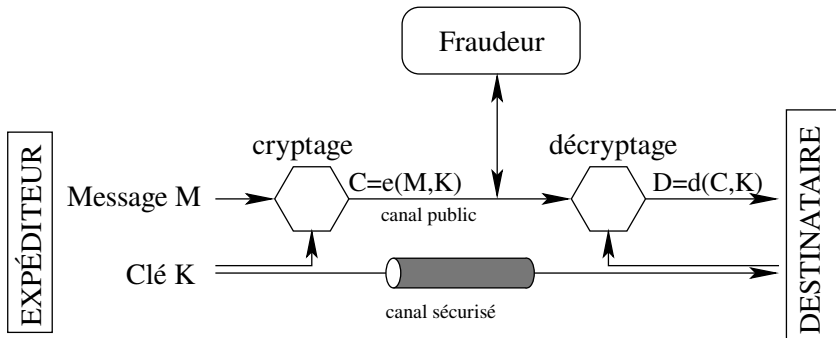
- ▶ le *vol* d'informations
- ▶ la *manipulation* d'informations
- ▶ la *destruction* d'informations
- ▶ le *démenti*
- ▶ l'*usurpation d'identité*
- ▶ le *contournement* des défenses

les combattre exige :

- ▶ **confidentialité** des informations
- ▶ vérification de l'**intégrité** des informations
- ▶ *disponibilité* des informations
- ▶ **responsabilisation** des utilisateurs
- ▶ *authentification* des utilisateurs/des processus
- ▶ hiérarchisation des *autorizations* des utilisateurs/des processus

☞ Confidentialité, intégrité et responsabilité via la **cryptographie**

Cadre général (1)



$C = e(M, K)$ = message M chiffré avec la clé K

$e(M, K)$ = fonction de chiffrage

$d(C, K)$ = fonction de déchiffrage

$d(e(M, K), K) = M$

Buts de la cryptographie (2)

Confidentialité : protection des messages contre la lecture non autorisée :
impossible d'obtenir le message M à partir de $C = e(M, K)$ sans K

Intégrité :
impossible de substituer un autre message à la place de C

Responsabilité :
impossible d'attribuer un autre auteur à C (et donc à M)

☞ Le chiffrement devrait être universel, surtout à l'heure du « cloud » !

Cadre général (2)

Hypothèses :

- ▶ les algorithmes de chiffrement/déchiffrement sont connus de tous
- ▶ le fraudeur peut intercepter $C = e(M, K)$
- ▶ le fraudeur ne connaît pas la clé K

Niveaux d'attaque (« *cryptanalyse* » ; par difficulté décroissante) :

- ▶ trouver M ou K sachant seulement $C (= e(M, K))$;
- ▶ trouver K connaissant (M, C) pour certains M connus ;
- ▶ trouver K en pouvant connaître (M, C) pour des M choisis.

Chiffrage symétrique/asymétrique



Il y a deux grandes familles de crypto-systèmes :

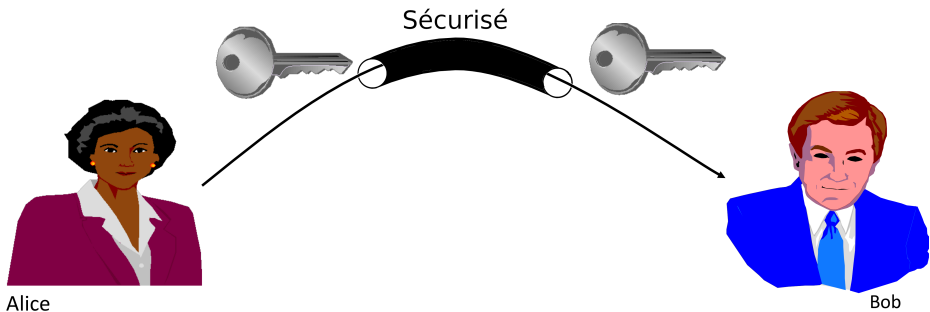
	Symétrique à clés secrètes	Asymétrique à clés publiques
Exemples :	One-time pad DES AES	RSA Diffie-Hellman courbes elliptiques
Confidentialité :	oui	oui
Intégrité :	oui	oui
Responsabilité :	non	oui

Note : on peut utiliser les deux en même temps (p.ex. envoi d'une clé privée d'un système symétrique par chiffrage asymétrique)

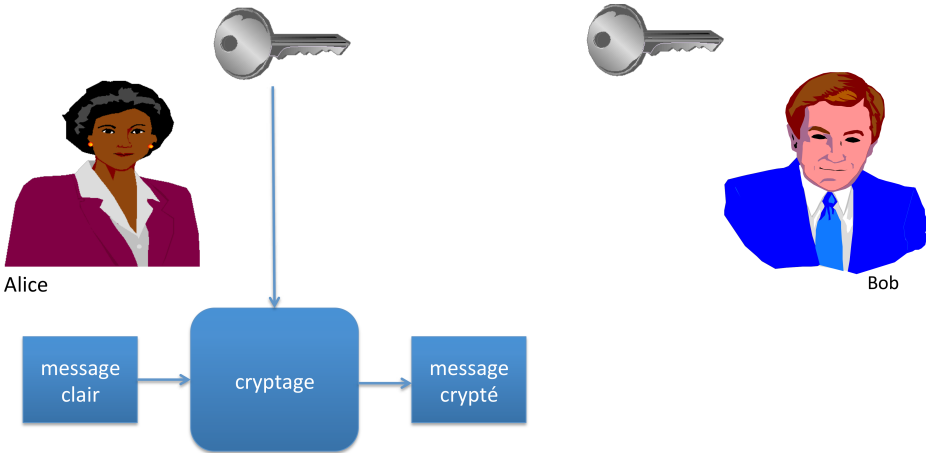
Chiffrement symétrique

- ▶ Il n'y a qu'une seule clé
- ▶ La clé est échangée entre les partenaires, à l'avance, via un canal sécurisé
- ▶ Le message est chiffré et déchiffré avec la même clé

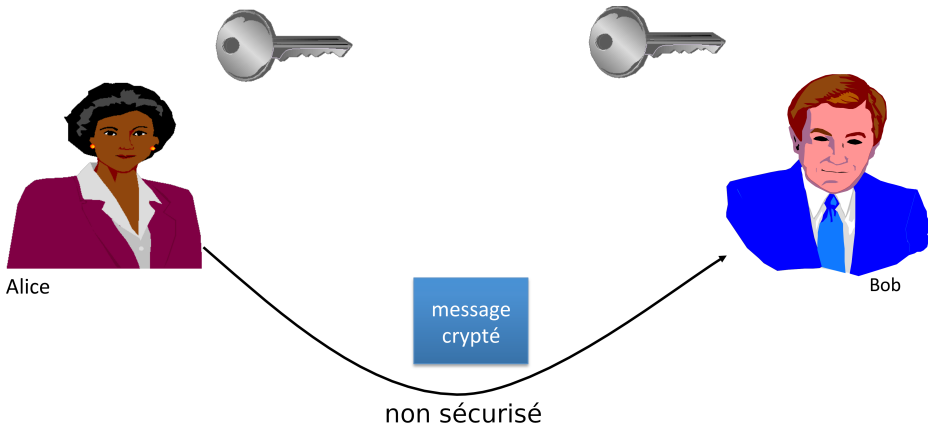
Chiffrement symétrique



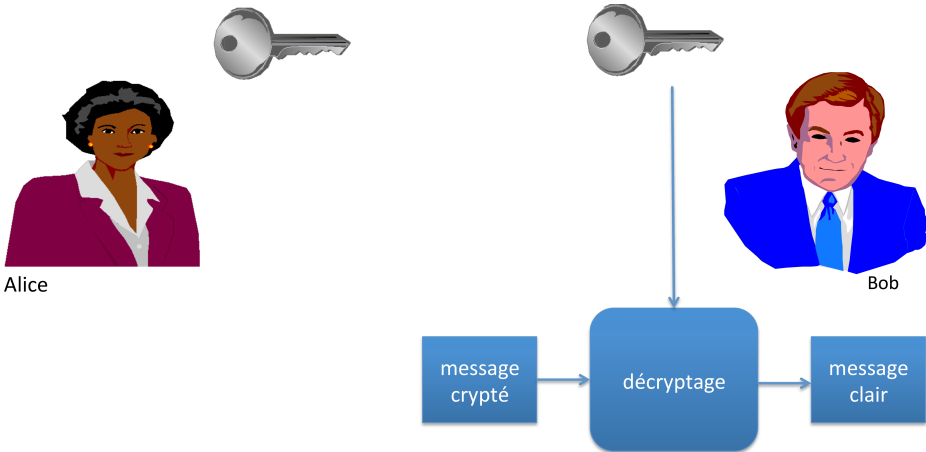
Chiffrage symétrique



Chiffrement symétrique



Chiffrement symétrique



Confidentialité parfaite



Un crypto-système est dit **parfait** si :
lorsque seulement le cryptogramme C est observé,
 C ne donne aucune information sur M
c.-à-d. si M et C sont *indépendants* (au sens probabiliste).

Est-ce possible ?

Oui si :

1. il y a au moins autant de clés que de messages
2. l'entropie des clés est supérieure ou égale à celle des messages

Exemple : « One-time pad »

« One-time pad »



Messages, clés, cryptogrammes = séquences binaires de longueur n

clé : $K = k_1 k_2 \dots k_n$ = séquence aléatoire de n bits :

$$p(k_i = 0) = 0.5$$

Chiffrage/déchiffrage :

$$c_i = m_i \oplus k_i$$

(\oplus = XOR ; c.-à-d. addition binaire bit à bit, sans retenue)

$$\begin{aligned} p(c_i = 0) &= p(m_i = 0 \text{ et } k_i = 0) + p(m_i = 1 \text{ et } k_i = 1) \\ &= 0.5 \times p(m_i = 0) + 0.5 \times p(m_i = 1) \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

« One-time pad » : exemple

On veut envoyer $M = 01101001$

On choisit comme clé (hasard) : $K = 11001110$

On envoie :

$$\begin{array}{r} 01101001 \quad (M) \\ \oplus \quad 11001110 \quad (K) \\ \hline 10100111 \quad (C) \end{array}$$

Déchiffrage :

$$\begin{array}{r} 10100111 \quad (C) \\ \oplus \quad 11001110 \quad (K) \\ \hline 01101001 \quad (D = M) \end{array}$$

Confidentialité parfaite (2)

Pour un crypto-système parfait :

- ▶ il faut au moins autant de clés que de messages ;
- ▶ l'entropie des clés doit être supérieure ou égale à celle des messages.

Les **deux** aspects doivent être vérifiés.

- ☞ Conséquence : pour un système parfait, il faut des clés **suffisamment complexes** !

Système parfait \neq système *pratique* (où la clé doit être assez simple et facilement réutilisable)

Sécurité algorithmique



sécurité parfaite :

les données observables (C) ne contiennent pas assez d'information pour craquer le code (M ou K)

sécurité algorithmique (par complexité) :

*les données observables permettent en théorie de craquer le code, **mais** calculer M ou K à partir de C est **difficile***

- ☞ utiliser des problèmes au moins aussi difficiles que tous ceux de NP (théorie de la complexité)

Fonctions à « sens unique »

Fonctions à sens unique :

f est facile à calculer, mais f^{-1} est difficile (au sens algorithmique).

Utilisation en cryptographie :

▶ fonction de chiffrement : $C = e(M, K) = e_K(M)$

▶ fonction de déchiffrement : $M = d(C, K) = e_K^{-1}(C)$

de sorte que e_K soit à « sens unique ».

☞ le calcul $C \mapsto M$ sera trop difficile à faire en pratique (sans K).

Exemple : DES

Principe de DES

Exemple de fonction à sens unique en cryptographie symétrique : DES

Problème NP-complet : résolution de systèmes d'équations non-linéaires dans $GF(2)$ ($= \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$)

Exemple :

$$x_1 x_4 \oplus x_2 x_3 x_5 = 1$$

$$x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 x_4 = 1$$

$$x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_5 = 1$$

a pour solution : $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (1, 0, 1, 1, 0)$

Problème NP-complet (équivalent à SAT)

(plus de détails en annexe)

Sécurité de DES

Craquer DES = NP-complet :
résolution par substitution : système de n équations polynomiales

MAIS

Le système DES est sûr tant que ($P \neq NP$, et surtout)
 n est **suffisamment grand**

« suffisamment grand » ? 56 bits (en 1978) ?... ...aujourd'hui : ?...
remplacé par d'autres algorithmes (AES)

Autre **problème de fond** :

pour un problème NP-complet, quelqu'un pourrait trouver la solution par hasard (cf définition de NP)

☞ la sécurité ne sera **jamais** garantie pour un cas précis !

Fonctions à « sens unique » : autre exemple (hors cryptographie)

Exemple du stockage des mots de passe (**authentification**) :

- ▶ Comment garantir l'identification SANS stocker les mots de passe en clair (!) ?

Solution :

- ▶ on stocke les versions chiffrées par une fonction à sens unique.
- ▶ on chiffre le mot de passe entré à chaque login et on compare les chiffreages

Il est alors difficile en pratique de trouver les mots de passe à partir du fichier des mots chiffrés.

Exemple simple :

mots de passe = $(n1, n2)$ (deux entiers)

mot de passe chiffré : $e = n1 \times n2$: facile à calculer

déchiffrage : factorisation de e : difficile !

Cryptographie asymétrique (ou « à clés publiques »)

Problème : comment transmettre (rapidement) les clés de façon sûre ?

Une solution : ne pas transmettre de clé du tout !!

☞ **systèmes à clés publiques**

Mais alors, chaque paire d'utilisateurs doit avoir une clé distincte :
 n utilisateurs $\Rightarrow n(n-1)$ clés *différentes*

☞ difficulté de les générer/mémoriser

Il faut un schéma systématique pour la *distribution des clés* !

Exemple dans ce cours :

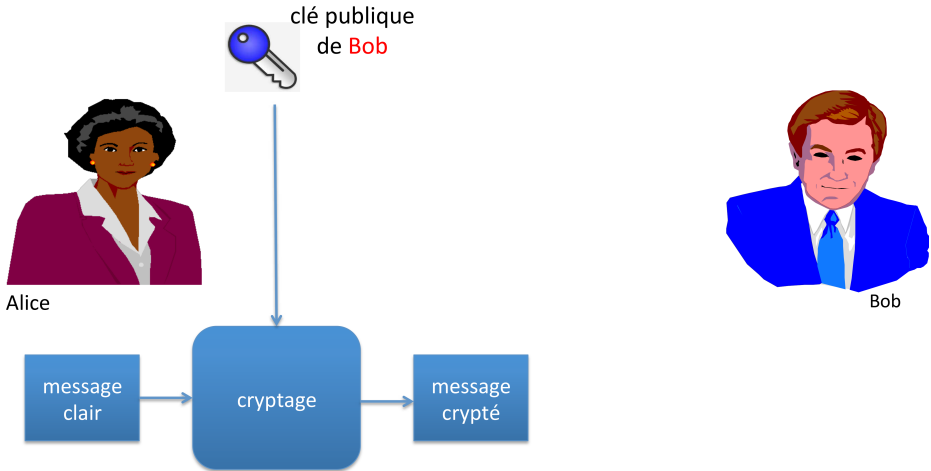
▶ **RSA** (Rivest-Shamir-Adleman, 1978)

Cryptographie asymétrique



- ▶ Chaque utilisateur a deux clés
 - ▶ Une clé privée
 - ▶ Une clé publique
- ▶ Le **chiffage** se fait avec la clé **publique** du *destinataire*
- ▶ Le **déchiffage** se fait avec la clé **privée** du *destinataire*

Chiffrage asymétrique



Chiffrement asymétrique



Alice



Bob

message
crypté

Chiffrage asymétrique



Alice

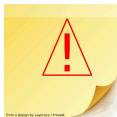
clé privée
de Bob



Bob



RSA (Rivest-Shamir-Adleman, 1978)



M, C = nombres entiers (modulo n)

- ▶ Choisir 2 nombres premiers p, q tels que tout message $M < p \cdot q$
- ▶ Calculer $n = pq$ et $m = (p - 1)(q - 1)$
- ▶ Choisir un $d < m$ qui n'a aucun facteur en commun avec m
- ▶ Calculer e tel que $ed = 1 \pmod{m}$.
- ▶ Publier e et n
- ▶ Garder secret d, m, p et q .

Chiffrage : $C = e(M) = M^e \pmod{n}$

Déchiffrage : $M = e^{-1}(C) = C^d \pmod{n}$

Pour communiquer, j'utilise **la clé publique de l'autre**.

Exemple (simpliste) de RSA

Prenons $p = 5$ et $q = 11$ $\Rightarrow n = 55$ et $m = (5 - 1) \cdot (11 - 1) = 40$

Note : bien sûr, ici p et q sont triviaux à deviner connaissant n car c'est un exemple simpliste de cours. En réalité c'est *pratiquement* infaisable (= infaisable en un temps raisonnable sur les machines actuelles [sauf preuve du contraire !]) pour des nombres à, disons, 600 chiffres (en décimal) car il n'y a pas d'algorithme efficace connu et que la recherche exhaustive prendrait littéralement des siècles.

Choisissons p.ex. $d = 27$ ($= 3^3$, qui n'a aucun facteur commun avec $m = 2^3 \times 5$)
 $\Rightarrow e = 3$

On veut envoyer le message 000010 (c.-à-d. 2; pourquoi sur 6 bits ici ?)

On envoie alors : $C = 2^3 = 8 \pmod{55}$ (on envoie donc : « 001000 »)

Déchiffrage :

$$D = 8^{27} = 2 \pmod{55}$$

Calcul de l'exponentielle discrète

L'exponentielle discrète est facilement calculable,
(nécessitant au plus $\Theta(\log_2 n)$ multiplications)
en utilisant l'algorithme « mettre au carré et multiplier » :

Exp
entrée : $x, n \geq 1, p$ sortie : $x^n \bmod p$
Si $n = 1$ sortir : $x \bmod p$
Sinon, si n est pair sortir : $\mathbf{Exp}(x^2 \bmod p, n/2, p) \bmod p$
Sinon sortir : $x \times \mathbf{Exp}(x^2 \bmod p, (n-1)/2, p) \bmod p$

Exemple de calcul de l'exponentielle discrète

Exemple :

$$x = 8, n = 27, p = 55$$

$$\begin{aligned}8^{27} \bmod 55 &= 8 \times 64^{13} = 8 \times 9^{13} \bmod 55 \\ &= 8 \times 9 \times 81^6 = 17 \times 26^6 \bmod 55 \\ &= 17 \times 676^3 = 17 \times 16^3 \bmod 55 \\ &= 17 \times 16 \times 256^1 = 52 \times 36 \bmod 55 \\ &= 2 \bmod 55\end{aligned}$$

Pourquoi RSA fonctionne ?

RSA fonctionne si $D = M$, c.-à-d. $M^{ed} = M \pmod n$.

Puisque $ed = 1 \pmod m$, il existe $k > 0$ tel que $M^{ed} = M \cdot M^{km}$.

En outre, comme p et q sont des nombres premiers (th. d'Euler-Fermat) :

$$M^{p-1} = 1 \pmod p$$

$$M^{q-1} = 1 \pmod q$$

ainsi :

$$M^{ed} = M \cdot M^{km} = M \cdot M^{k(p-1)(q-1)} = M \cdot \left(M^{p-1}\right)^{k(q-1)} = M \cdot 1 \pmod p$$

De même : $M^{ed} = M \pmod q$.

Or, si p et q sont deux nombres premiers et si $x = y \pmod p$ et $x = y \pmod q$, alors $x = y \pmod{pq}$.

Donc, nous avons bien $M^{ed} = M \pmod n$.

Et comment résoudre $e \cdot d = 1 \pmod{m}$?

Trouver e et k tels que $e \cdot d - k \cdot m = 1$ peut être fait en utilisant l'**algorithme d'Euclide de plus grand diviseur commun** (puisque le plus grand diviseur commun de d et de m est précisément 1).

Soient \mathbf{u} , \mathbf{v} et \mathbf{t} des vecteurs de \mathbb{Z}^2 (c.-à-d. des paires de nombres entiers).

L'étape d'initialisation de l'algorithme consiste en $\mathbf{u} = (0, m)$, $\mathbf{v} = (1, d)$.

La condition d'arrêt est que la deuxième composante v_2 de \mathbf{v} égale 1. Dans ce cas, la première composante est $v_1 = e$, c.-à-d. qu'à la fin de l'algorithme $\mathbf{v} = (e, 1)$.

Après l'étape d'initialisation, l'algorithme continue en boucle jusqu'à ce que la condition d'arrêt soit remplie :

$$\mathbf{t} \leftarrow \mathbf{u} - r\mathbf{v},$$

$$\mathbf{u} \leftarrow \mathbf{v},$$

$$\mathbf{v} \leftarrow \mathbf{t}$$

$$\text{avec } r = \frac{u_2}{v_2}$$

Exemple résoudre $27e = 1 \pmod{40}$?

Trouvons e tel que $27e = 1 \pmod{40}$ (c.-à-d. $d = 27$ et $m = 40$) :

u	v	r	t
(0, 40)	(1, 27)	$\frac{40}{27} = 1$	(-1, 13)
(1, 27)	(-1, 13)	$\frac{27}{13} = 2$	(3, 1)
(-1, 13)	(3, 1)	(stop)	

ainsi $e = 3 \pmod{40}$.

Sécurité de RSA

Une voie pour craquer RSA : trouver les facteurs de n : p, q
(permet de tout reconstruire)

Trouver les facteurs premiers d'un nombre est un problème difficile, mais faisable pour des $n < 1024$ bits.

MAIS il n'est pas sûr qu'il soit *nécessaire* de trouver les facteurs de n pour craquer RSA!

Intégrité

- ▶ **Menace** : modification des données
- ▶ **Défense** : résumé confidentiel

Intégrité à base de cryptographie symétrique



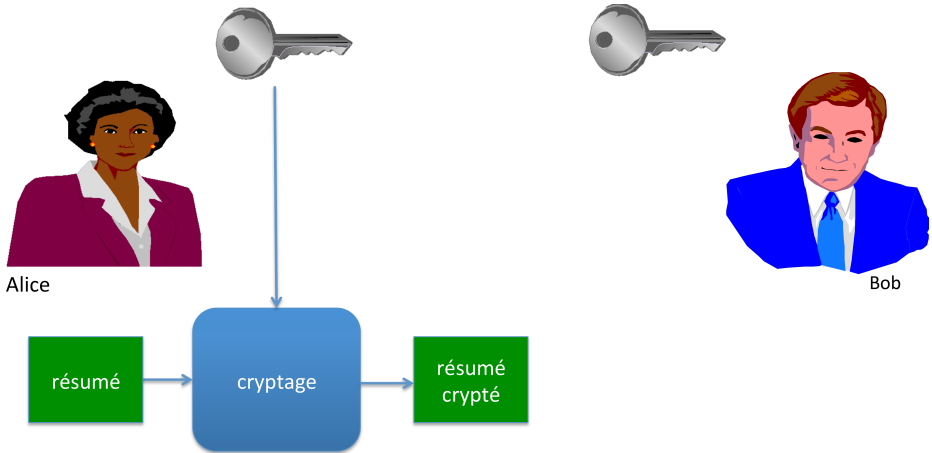
Alice



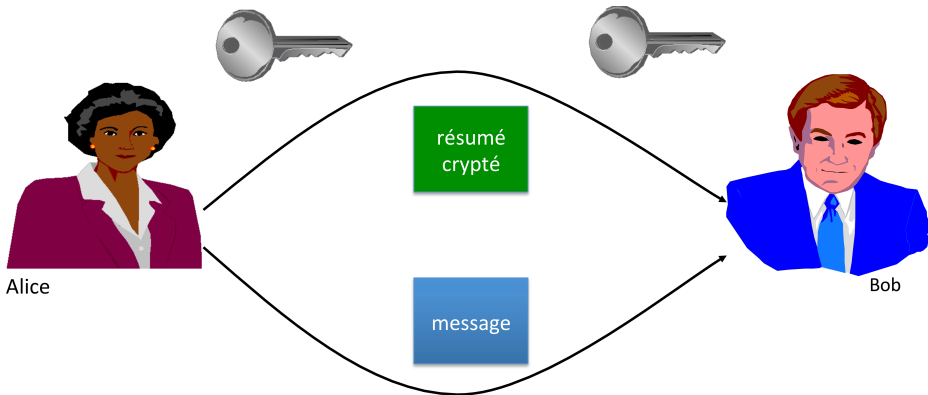
Bob



Intégrité à base de cryptographie symétrique



Intégrité à base de cryptographie symétrique



Intégrité à base de cryptographie symétrique



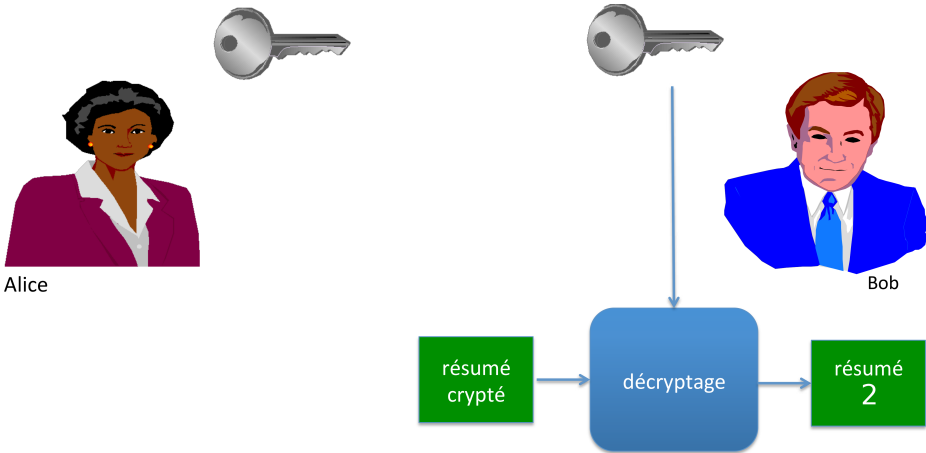
Alice



Bob



Intégrité à base de cryptographie symétrique



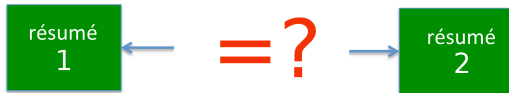
Intégrité à base de cryptographie symétrique



Alice



Bob



Responsabilité

- ▶ **Menace** : démenti
(« *ce n'est pas moi qui ai envoyé ça* »
ou « *c'est lui qui a envoyé ça* »)
- ▶ **Défense** : signature digitale

Rappel :	Symétrique à clés secrètes	Asymétrique à clés publiques
Confidentialité :	oui	oui
Intégrité :	oui	oui
Responsabilité :	non	oui

Responsabilité contre Confidentialité



Responsabilité : s'**assurer** ou **prouver** que M vient bien de son auteur.

Probabilité d'infraction = probabilité de créer un message correct (« acceptable ») alors qu'on n'est pas autorisé.

On peut prouver que pour avoir une petite probabilité d'infraction, il faut que le **cryptogramme donne beaucoup d'information sur la clé**.

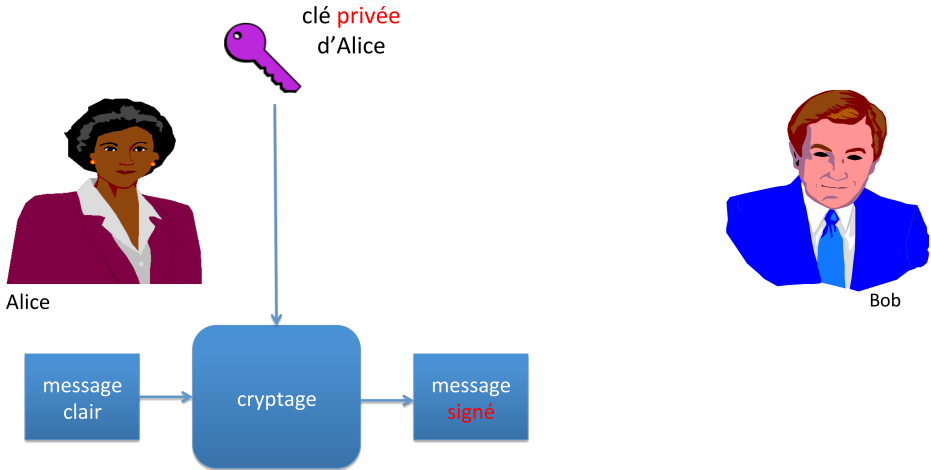
Or, pour assurer la confidentialité, on aimerait le contraire !

Du strict point de vue de la théorie de l'information, **responsabilité et confidentialité sont incompatibles...**

...donc :

Responsabilité \implies sécurité imparfaite :
utilisation de la sécurité *algorithmique*

Responsabilité avec cryptographie asymétrique



Responsabilité avec cryptographie asymétrique



Alice



Bob

message
signé

Responsabilité avec cryptographie asymétrique

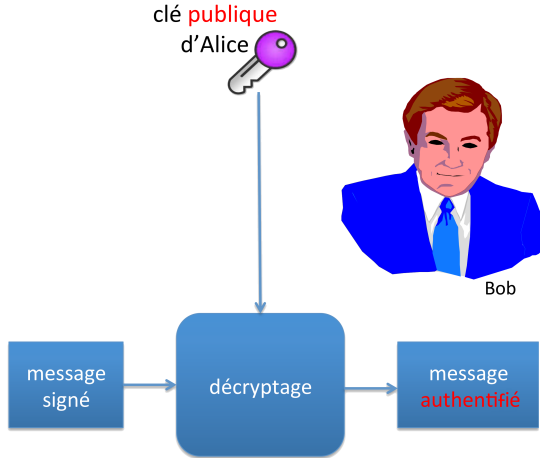


Alice

clé **publique**
d'Alice



Bob



Cryptographie asymétrique : responsabilité et intégrité

Le gros avantage du système de *responsabilité* de la cryptographie asymétrique est que nous assurons « pour le même prix » également l'*intégrité* du message signé :

la signature sert aussi de résumé :

le déchiffrement (correct) du message signé garantit en effet à la fois

- ▶ le message d'origine (intégrité)
- ▶ et son auteur (responsabilité)

car

- ▶ seul M a pu produire $d_A(M)$ (sinon le crypto-système serait ambigu)
- ▶ seul-e A a pu produire $d_A(M)$ (sinon le crypto-système n'est pas sûr)

Note : et si l'on chiffre pas le message signé, tout le monde peut faire cette double vérification (intégrité et responsabilité).

Signature dans un système RSA

Utilisateur A envoie M à B (message codé $C = e_B(M)$)

Signature :

$$S(M) = e_B(d_A(M))$$

Vérification :

$$e_A(d_B(S(M))) \stackrel{?}{=} M$$

Cela présuppose que $d_A(M)$ est dans le domaine de e_B , c'est-à-dire pour RSA que $d_A(M) < n_B$.

En pratique, on ne signe pas M lui-même, mais un résumé unique (hash) de M

Ce que j'ai appris aujourd'hui

- ▶ Savoir identifier les menaces et connaître les niveaux de défense appropriés

la sécurité totale n'existe pas !

- ▶ Principes de base de la cryptographie
- ▶ Protection parfaite .vs. algorithmique
- ▶ Confidentialité : One-time pad et RSA
- ▶ Intégrité et Responsabilité dans un crypto-système

ANNEXE

(base de) DES (2)

Soit M un message binaire de $2n$ bits.

- ▶ M est divisé en deux parties de longueur égale (n) : $M = (M_0, M_1)$
- ▶ on utilise $d - 1$ clés : k_1, \dots, k_{d-1} chacune de m bits
- ▶ f est une fonction de $GF(2)^m \times GF(2)^n$ dans $GF(2)^n$:

$$f(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n) = (z_1, \dots, z_n)$$

- ▶ f est non-linéaire en x (multiplications entre des x_i et des x_j)

(base de) DES (3)

Chiffrage par transformations itératives, $i = 2 \dots d$:

$$M_i = M_{i-2} \oplus f(k_{i-1}, M_{i-1})$$

On envoie :

$$C = (M_{d-1}, M_d)$$

Déchiffrage par transformation, $i = d \dots 2$:

$$M_{i-2} = M_i \oplus f(k_{i-1}, M_{i-1})$$

(On refait simplement les mêmes calculs dans l'autre sens.
Notez que, dans GF(2), $\ominus = \oplus$)

(base de) DES : exemple, chiffrage

Considérons la fonction non linéaire suivante ($n = 3$ et $m = 3$) :

$$f(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = (x_1 x_2 y_1 y_2, \quad x_2 x_3 y_1 y_3, \quad (x_1 \oplus x_2) y_1 y_3)$$

et choisissons la clé $K = 101011$ ($d = 3$) :

$$K_1 = 101, \quad K_2 = 011$$

On veut envoyer $M = 101111$:

$$M = 101111 \longrightarrow M_0 = 101, \quad M_1 = 111$$

Itérations :

$$\begin{aligned} M_2 &= M_0 \oplus f(K_1, M_1) = (1, 0, 1) \oplus f((1, 0, 1), (1, 1, 1)) \\ &= (1, 0, 1) \oplus (0, 0, 1) &&= (1, 0, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= M_1 \oplus f(K_2, M_2) = (1, 1, 1) \oplus f((0, 1, 1), (1, 0, 0)) \\ &= (1, 1, 1) \oplus (0, 0, 0) &&= (1, 1, 1) \end{aligned}$$

Donc finalement, $C = (M_2, M_3) = 100111$ est envoyé.

(base de) DES : exemple, déchiffrage

On reçoit $C = 100111$:

$$C = 100111 \longrightarrow M_2 = 100, \quad M_3 = 111$$

Itérations :

$$\begin{aligned} M_1 &= M_3 \oplus f(K_2, M_2) = (1, 1, 1) \oplus f((0, 1, 1), (1, 0, 0)) \\ &= (1, 1, 1) \oplus (0, 0, 0) &&= (1, 1, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_0 &= M_2 \oplus f(K_1, M_1) = (1, 0, 0) \oplus f((1, 0, 1), (1, 1, 1)) \\ &= (1, 0, 0) \oplus (0, 0, 1) &&= (1, 0, 1) \end{aligned}$$

Donc finalement, $D = (M_0, M_1) = 101111$ a été envoyé.