

Semaine 5 : Série d'exercices sur la représentation de l'information

1 [N1] Nombre de bits

Combien de bits sont-ils nécessaires pour disposer d'une représentation distincte pour chacun des éléments des ensembles suivants ?

1. les mois d'une année.
2. les jours d'un mois.
3. l'ensemble des symboles utilisés pour noter les nombres jusqu'à mille en chiffres romains.
4. les étudiantes et étudiants à l'EPFL (14 012 en 2024).
5. les habitants de la planète, selon le nombre estimé sur Worldometers.¹

2 [N2] Représentation des entiers naturels et décimaux positifs

1. Convertir des nombres exprimés dans la représentation positionnelle en base 2 vers la base 10 : 10.1 ; 1.01 ; 0.101 .
2. La conversion d'un nombre décimal compris entre 0 et 1 vers le binaire se fait selon l'algorithme suivant :
 - (a) multiplier le nombre décimal par 2,
 - (b) garder la partie entière,
 - (c) recommencer en 1 avec la partie décimale restante, si elle est différente de 0.

Montrer comment fonctionne cet algorithme sur un nombre décimal X pour lequel on recherche les « chiffres » b_i en binaire (c.-à-d. les bits) : $0.b_1b_2b_3b_4$. Quel « chiffre »/bit est obtenu en premier ?

Appliquer l'algorithme aux nombres suivants : 0.375_{10} , un dixième.

3 [N2] Domaine couvert des entiers positifs et négatifs avec la représentation du complément à deux

Dans cet exercice, on suppose qu'on travaille avec des entiers positifs et négatifs représentés sur 8 bits (et utilisant le complément à 2).

1. Conversions :
 - (a) Quelle valeur est représentée par ces motifs binaires : 00000110 , 11111001 , 10000110 ?
 - (b) Quel est le motif binaire des nombres suivants : 0 , -12_{10} , -1_{10} , 127_{10} , -128_{10} ?
 - (c) Quelle conclusion tirez-vous de ces exemples ?
2. Opérations :
 - (a) quel est le résultat en binaire de $64 + 64$?
 - (b) Comment appelle-t-on le phénomène observé ?
 - (c) Avec la représentation en complément à 2 des nombre négatifs, comment se traduit le dépassement de capacité (par perte de la retenue) ?
 - (d) Cela pose-t-il un problème ?

4 [N3] Représentation des nombres à virgule flottante, précision absolue et relative

Soit une représentation simplifiée des nombres à virgule flottante à l'aide de 5 bits de la manière suivante : 2 bits pour l'exposant de la base 2, 3 bits pour la mantisse.

1. Environ 8 251 433 000 le 10/10/2025 (source : <https://www.worldometers.info/world-population/>).

1. Indiquez le minimum positif et le maximum représentables, ainsi que les valeurs exactement représentées pour chaque puissance de 2.

Considérez si possible les 2 cas abordés en cours : sans et avec le cas spécial de l'exposant 0...0 (transparents 41 à 43 du cours) ; commencez par le cas simple (exposant 0...0 vaut 0, transparents 38 à 40 du cours).

2. L'erreur absolue est-elle constante sur l'intervalle $[\min, \max]$?
3. Si ce n'est pas le cas, précisez les valeurs (on supposera ici un arrondi vers le bas).
4. Quelle est l'erreur relative maximum ?

Pour aller plus loin...

Quelle est l'écriture en binaire de un dixième ? Trouvez l'expression de la série (au sens mathématique du terme).

Cours ICC : liens théorie \longleftrightarrow Programmation

Ce qu'il faut surtout retenir de cette leçon pour la programmation, c'est qu'il est rare qu'une égalité stricte entre deux `double` soit adéquate. Si vous vous apprêtez à écrire

```
x == y
```

avec des `double`, vous avez très probablement tort ! Soit vous avez tort sur le plan *mathématique* – rappel : la probabilité que deux réels choisis au hasard soient égaux est nulle –, soit sur le plan *physique* – toute mesure physique ayant sa part d'aléatoire, l'argument précédent sur la probabilité d'égalité entre réels s'applique –, soit sur le plan *informatique* : même si les maths garantissent une égalité, après plus d'une opération sur des `double`, l'égalité n'est plus garantie. Utilisez alors :

```
abs(x-y) < epsilon
```

avec `epsilon` une valeur « raisonnable » de votre choix (p.ex. `1e-12`). Déterminer ce qui est raisonnable dépend, en général, du domaine précis d'application de vos calculs.

L'exercice 4 de la série 8 de programmation vous proposera de programmer les conversions de binaire en décimal et réciproque.

Retrouvez tous les exercices de programmation liés à la partie théorie du cours sous le lien « Exercices de C++ spécifiques à ICC (lien programmation - théorie) » en bas de la page Moodle du cours, dans la section « Ressources complémentaires / Références ».