

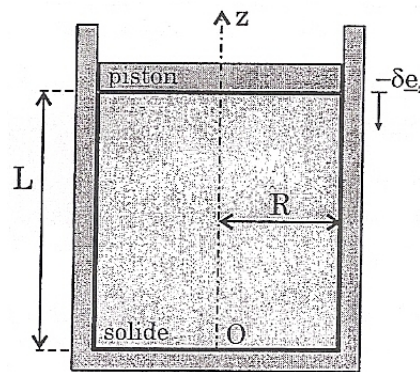
### Énoncé

#### Exercice 1 : Essai oedométrique

On considère un bloc parallélépipédique d'axe  $Oz$  de section carrée, de côté  $2R$  sur la surface  $x - y$  et de hauteur  $L$  dans la direction  $z$  (voir figure 1). Il est placé dans un conteneur indéformable de même géométrie. Le contact entre le conteneur et le bloc est sans frottement.

Un piston indéformable, astreint à coulisser dans le conteneur, est en contact sans frottement avec la partie supérieure du bloc.

Le bloc est constitué d'un matériau thermoélastique linéaire isotrope homogène, de caractéristiques  $\lambda$ ,  $\mu$  et  $\alpha$ . Le piston est soumis à un déplacement vertical  $(-\delta e_z)$ . Les forces de masse sont négligées.



Essai oedométrique.

FIGURE 1 –

1. Traduire les conditions aux limites en termes de données.
2. Le but de cette question est de calculer un champ de déplacement, qui est éventuellement solution du problème. On cherche un déplacement de la forme :

$$\underline{u}(x, y, z) = f(z)\underline{e}_z \quad (1)$$

- (a) Ecrire deux conditions sur  $f$ .
  - (b) Expliciter le tenseur des petites déformations en fonction de  $f$ .
  - (c) Calculer le tenseur des contraintes. Déterminer la forme de  $f$  à partir de l'équation d'équilibre.
  - (d) Donner l'expression du déplacement en fonction de  $\delta$ .
  - (e) Vérifier que le tenseur des contraintes est admissible (i.e. qu'il satisfait les conditions aux limites).
3. La solution trouvée est-elle exacte ?
  4. On donne l'expression de la force extérieure  $\underline{f}_{\text{ext}}$  et du moment extérieur  $\underline{m}_{\text{ext}}$  qui s'appliquent sur la face supérieure du bloc  $S$  :

$$\underline{f}_{\text{ext}} = \int_S \underline{\sigma} \underline{e}_z dS \quad (2)$$

$$\underline{m}_{\text{ext}} = \int_S \underline{OM} \wedge (\underline{\sigma} \underline{e}_z) dS \quad (3)$$

où  $M$  est un point de  $S$ . Calculer  $\underline{f}_{\text{ext}}$  et  $\underline{m}_{\text{ext}}$ .

5. Le piston est maintenant astreint à rester fixe à la côte  $z = L$ . On fait subir un échauffement uniforme  $\Delta T$ . Déterminer le champ de contrainte dans le bloc.

### Application à la mécanique des structures

#### Exercice 2 : Étude d'une console triangulée

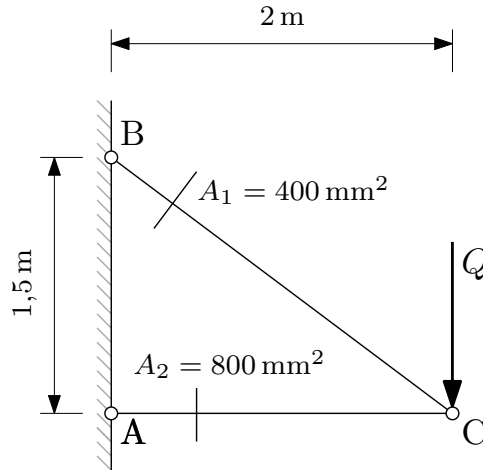


FIGURE 2 – Console triangulée.

Une console triangulée ABC (voir figure 2) est formée de deux barres en acier et est soumise à la seule charge concentrée verticale  $Q = 60 \text{ kN}$  au nœud C (poids propre négligé). Déterminer pour de petits déplacements

1. la contrainte normale dans chaque barre ;
2. l'allongement ou le raccourcissement de chaque barre ;
3. les composantes horizontale et verticale du déplacement du nœud C. *Indication* : au nœud C, supprimer la liaison des barres, porter les variations de longueur calculées à la question 2 et construire la position  $C'$  du nœud en configuration déformée.

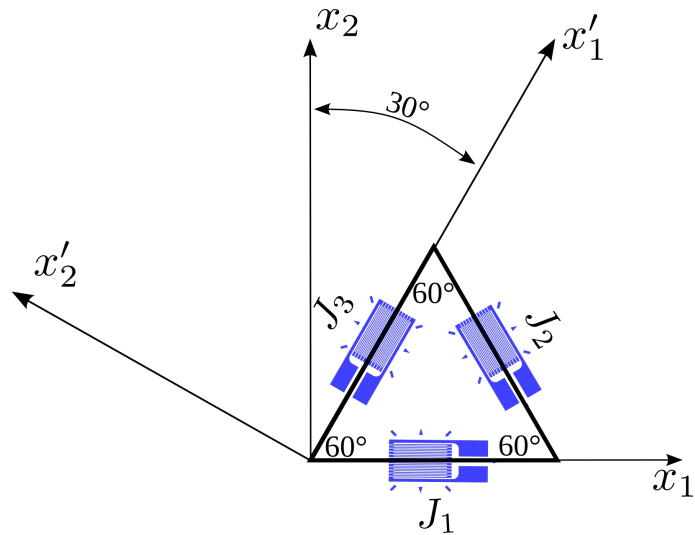
*Note* : il est possible d'utiliser le théorème de Pythagore généralisé (Al-Kashi) à la question 3. Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  les longueurs des côtés d'un triangle quelconque. Soit :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

où  $\gamma$  est l'angle entre  $a$  et  $b$ .

#### Exercice 3 :

On considère une rosette « Delta » comme instrument de mesure de la déformation d'un solide durant une expérience :



Ce dispositif utilise trois jauges de déformation  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$  placées en triangle équilatéral. Les mesures apportées par ces trois jauges sont :

$$\varepsilon_{J_1} = a$$

$$\varepsilon_{J_2} = b$$

$$\varepsilon_{J_3} = c.$$

1. Calculer  $\varepsilon$  et  $\varepsilon'$  les tenseurs des petites déformations dans les bases  $(x_1, x_2)$  et  $(x'_1, x'_2)$ .
2. Avons-nous  $\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} = \varepsilon'_{11} + \varepsilon'_{22}$  ?