

*Dynamique*

**Exercice 1 : Impact d'une barre**

Une barre de longueur  $L$ , de densité  $\rho$  et de module de Young  $E$  entre en collision avec un mur à l'instant  $t = 0$ . Calculez la durée pendant laquelle la barre reste en contact avec le mur avant de rebondir.

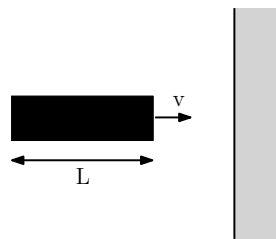


FIGURE 1 – Projectile impactant un mur.

**Exercice 2 : Élasticité bilinéaire d'une barre**

Une onde de traction d'amplitude  $\sigma_0$  et de durée infinie se propage à travers une barre unidimensionnelle. Le matériau de la barre suit une élasticité bilinéaire, comme illustré dans la Figure 2. Tracez l'évolution de la contrainte en fonction du temps au point  $x = L$  pour une onde de traction d'amplitude :

1.  $\sigma_0 < \sigma_y$
2.  $\sigma_0 > \sigma_y$

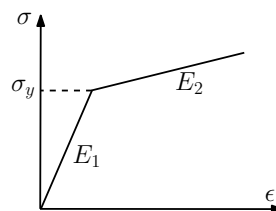


FIGURE 2 – Loi constitutive bilinéaire

**Exercice 3 : Rupture d'une barre**

Une onde de compression imposée de manière linéaire, d'amplitude  $-4\sigma_0$ , se propage à travers une barre de module élastique  $E$  et de densité  $\rho$ . L'onde est réfléchiée à la frontière libre située à droite (voir la Figure 3). Déterminez la position moyenne  $x_r$  où la rupture se produira le long de la barre, sachant que la limite d'élasticité en traction est de  $2\sigma_0$ .

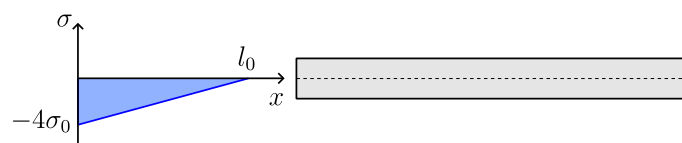


FIGURE 3 – Onde de compression à croissance linéaire dans une barre.

#### Exercice 4 : (Examen 2025) Propagation d'onde dans une barre bimatérielle 1D

On considère une barre de longueur  $2L$  constituée de deux matériaux élastiques linéaires, de modules de Young  $E_1$  et  $E_2$ , et de masses volumiques  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , impactant un mur rigide à une vitesse  $V$  (figure 4). On cherche à calculer la durée pendant laquelle la barre reste en contact avec le mur avant de rebondir.

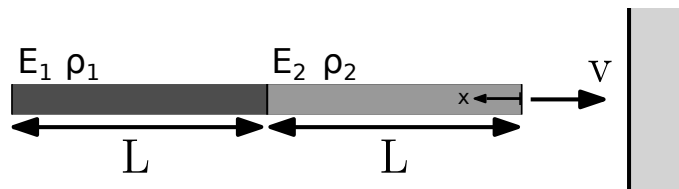


FIGURE 4 – Représentation schématique de la barre bimatérielle.

On prend pour valeurs numériques  $E_1 = 20GPa$ ,  $E_2 = 10GPa$ ,  $\rho_1 = 1000kg/m^3$ ,  $\rho_2 = 2000kg/m^3$  et  $L = 0.5m$ .

1. Calculer le rapport d'impédance  $R$  des deux matériaux et commenter. (1 pt)
2. Expliquer physiquement, sans calculs, ce qui se produit lorsque la barre impacte le mur et l'origine de son rebond. (1 pt)
3. Tracer le diagramme  $(C, t)$  de la propagation de l'onde. Veiller à respecter la convention de l'axe définie dans la figure 4. (2 pts)
4. Calculer la durée pendant laquelle la barre est en contact avec le mur. Développez les expressions analytiquement, puis n'appliquez l'application numérique qu'à la fin. (1 pt)