Exercices 3

Exercice 3.1

Une particule est confinée dans une boîte linéaire de longueur L entourée de parois de potentiel infini. L'état fondamental de ce système est décrit par la fonction d'onde suivante :

$$\Psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \times \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

a) Quelle est la probabilité de trouver la particule à une position x donnée ?

b) A quelle position se trouve la densité de probabilité maximale ?

c) Quelle est la probabilité totale de trouver la particule dans la boîte ?

d) Si L = 10 nm, quelle est la probabilité que la particule soit comprise entre 4:95 et 5:05 nm?

Note : L'exercice 3.1 sera résolu au tableau lors de la séance d'exercices de ce vendredi 26 septembre 2025.

Exercice 3.2

L'énergie totale de la particule dans la boîte peut être calculée comme suit

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}},$$

où l'énergie cinétique est donnée par

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2.$$

Écrivez une expression pour l'énergie totale de la particule dans la boîte, en utilisant la relation de Broglie ($p = mv = \frac{h}{\lambda}$) et le fait que la longueur d'onde doit satisfaire aux conditions suivantes $\lambda = \frac{2L}{n}$. Quelle est la principale implication de cette équation ?

Exercice 3.3

Utilisez le model de la particule dans la boite pour un atome d'hydrogène (avec une longueur de boite de 150 pm) pour calculer la longueur d'onde d'une radiation correspondant à la transition d'un électron depuis le niveau d'énergie n=5 au niveau d'énergie n=4. Répétez le même calcul pour une transition du niveau n=4 au niveau n=3.

Exercice 3.4

Les niveaux d'énergies d'une particule de masse m dans une boite de longueur L sont donnés par la formule suivante : $\frac{(n_1^2+n_2^2)h^2}{8mL^2}$.

Est-ce que certains de ces niveaux ont la même énergie ?

Si oui, trouver les valeurs de n_1 et n_2 pour les trois premiers cas de figure (par ordre croissant d'énergie).

Exercice 3.5

Référez-vous à l'exercice précédent. Si l'un des côtés de la boite est deux fois plus grand que l'autre, les niveaux d'énergies sont donnés par :

$$\left(\frac{n_1^2}{L_1^2} + \frac{n_2^2}{L_2^2}\right) \cdot \frac{h^2}{8m},$$

$$\text{avec } L_2 = 2L_1.$$

Certains de ces niveaux ont-ils la même énergie ?

Si oui, trouver les valeurs des nombres quantiques principaux n_1 et n_2 les deux niveaux d'énergies les plus bas ayant des énergies identiques.