Enseignants: Burmeister, Sauser
Physique contrôle 1 - CMS
6 novembre 2023
Durée : 105 minutes

1

Dalton Joe

SCIPER : **987654**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 8 questions sur 16 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre **carte d'étudiant.e** sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout **outil électronique** est **interdite** pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix unique**, on comptera :

  les points indiqués si la réponse est correcte,
  0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
  0 point si la réponse est incorrecte.

- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Dans les éventuelles applications numériques, on posera $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes | Observe this guidelines | Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien

choisir une réponse | select an answer Antwort auswählen

ne PAS choisir une réponse | NOT select an answer NICHT Antwort auswählen

Corriger une réponse | Correct an answer Antwort korrigieren

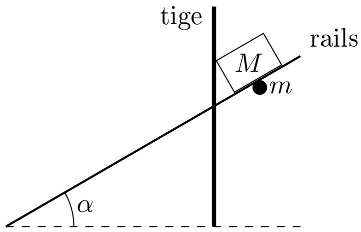
ce qu'il ne faut **PAS** faire | what should **NOT** be done | was man **NICHT** tun sollte

Première partie, 5 questions à choix unique

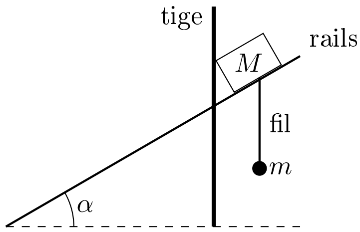
Pour chacun des deux énoncés proposés, plusieurs questions sont posées. Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

Enoncé

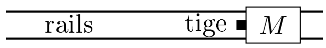
Une boule de masse m est accrochée sous un bloc parallélépipédique de masse M. Ce dispositif est posé sur deux rails inclinés d'un angle α et maintenu en équilibre grâce à une petite tige verticale.
Deux manières d'accrocher la boule sous le bloc sont envisagées : **dans la question 1**, la boule est directement collée sous le bloc, alors que **dans la question 2**, la boule est suspendue au bloc par l'intermédiaire d'un fil de masse négligeable. Le fil peut pendre librement sous le bloc, entre les deux rails.



(vue de profil, **question 1**)



(vue de profil, **question 2**)



(vue de dessus)

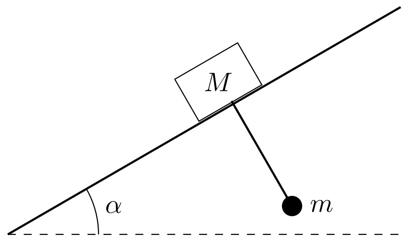
A un instant $t_0 = 0$, la tige est retirée et le dispositif se met en mouvement. Tous les frottements sont supposés négligeables.

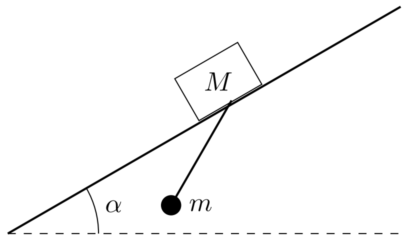
Question 1 (2 points)
A quel instant t_d, le bloc a-t-il parcouru une distance d le long des rails ?

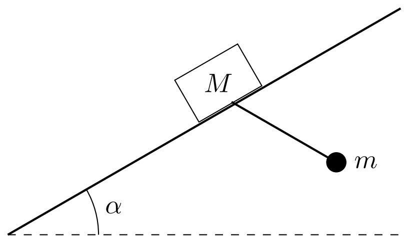
- [ ] $t_d = \dfrac{2d}{g\cos\alpha}$
- [ ] $t_d = \dfrac{2d}{g\sin\alpha}$
- [x] $t_d = \sqrt{\dfrac{2d}{g\sin\alpha}}$
- [ ] $t_d = \sqrt{\dfrac{d}{g\sin\alpha}}$
- [ ] $t_d = \sqrt{\dfrac{d}{g\cos\alpha}}$
- [ ] $t_d = \sqrt{\dfrac{2d}{g\cos\alpha}}$
- [ ] $t_d = \sqrt{\dfrac{2md}{(M+m)g\cos\alpha}}$
- [ ] $t_d = \sqrt{\dfrac{2md}{(M+m)g\sin\alpha}}$

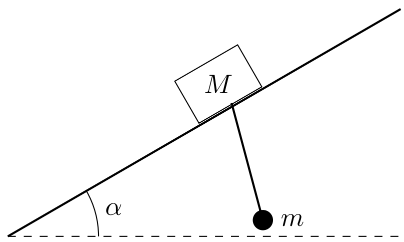
Question 2 (2 points)

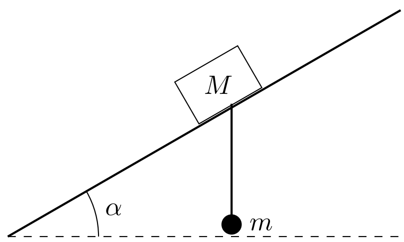
Quelques instants après que la tige ait été retirée, on observe que le pendule constitué par le fil et la boule forme un angle constant avec les rails. Parmi les dessins suivants, lequel représente alors au mieux la situation ?

■ 

□ 

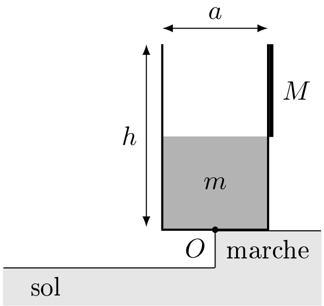
□ 

□ 

□ 

Enoncé

Un récipient de forme parallélépipédique (base carrée de côté a et hauteur h) et de masse négligeable est rempli jusqu'à mi-hauteur avec un liquide de masse m. Une planche très fine de hauteur $h/2$, de largeur a et de masse $M = 2m$ est collée sur une des parois du récipient. L'ensemble est posé en équilibre sur une marche comme indiqué sur le dessin ci-dessous. Le point O se trouve au centre de la base du récipient.



Question 3 (2 points)

En choisissant un repère horizontal vers la droite $\rightarrow \vec{e}_x$ et vertical vers le haut $\uparrow \vec{e}_y$, et dont l'origine est située au point O, quelles sont les coordonnées du centre de masse de l'objet constitué par le récipient, le liquide et la planche ?

- ☐ $(a/2, 7h/12)$
- ☐ $(a/4, 5h/12)$
- ■ $(a/3, 7h/12)$
- ☐ $(a/4, 3h/4)$
- ☐ $(a/3, 3h/4)$
- ☐ $(a/4, 7h/12)$
- ☐ $(a/2, 5h/12)$
- ☐ $(a/3, h/2)$

Question 4 (2 points)

En élevant la température, le liquide se dilate, c'est-à-dire qu'il occupe un volume plus grand. Quelle hauteur atteindra le liquide si la masse volumique de ce dernier a une valeur correspondant à 90% de sa valeur initiale ? On supposera que la dilatation du récipient est négligeable.

- ☐ $9h/20$
- ☐ $2h/3$
- ■ $5h/9$
- ☐ $9h/10$
- ☐ $4h/9$
- ☐ $10h/9$

Question 5 (1 point)

Quelle est la pression moyenne exercée par le récipient sur la marche ?

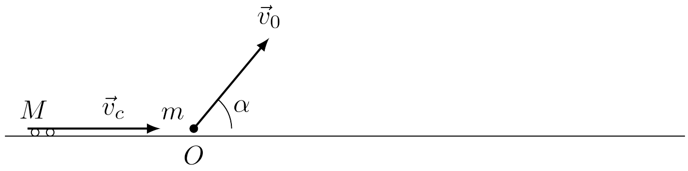
- ☐ $12mg/a^2$
- ■ $6mg/a^2$.
- ☐ $3mg$
- ☐ $2mg/a^2$
- ☐ $2mg$
- ☐ $3mg/(ah)$
- ☐ $6mg/(ah)$
- ☐ $12mg/(ah)$
- ☐ $2mg/(ah)$
- ☐ $3mg/a^2$

Deuxième partie, 3 questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 6: *Cette question est notée sur 8 points.*

A un instant $t_0 = 0$, on lance depuis un point O situé au sol une balle de masse m avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle $\alpha = \frac{\pi}{3}$ avec le sol.
Un chariot de masse $M = 2m$ roule sur le sol à vitesse constante $\vec{v}_c$, de même norme v_0 que $\vec{v}_0$. On observe que la balle tombe dans le chariot.



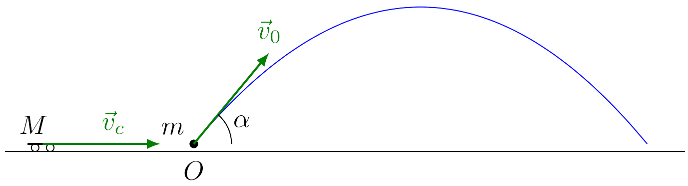
(a) A quel instant la vitesse de la balle fait-elle un angle $\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{6}$ avec l'horizontale ?

(b) A quelle distance de O la rencontre a-t-elle lieu ?

(c) A quel instant le chariot est-il passé en O ?

(d) En admettant que la balle se colle au chariot, quelle est la vitesse du chariot après la rencontre ?

Solution



Critère de rencontre:

$$\exists\, t_r,\ \vec{r}_b(t_r) = \vec{r}_c(t_r)\,.$$

La balle est en chute libre:

$$\vec{a}_b(t) = \vec{g} \qquad \vec{v}_b(t) = \vec{g}\,t + \vec{v}_0 \qquad \vec{r}_b(t) = \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 + \vec{v}_0 t\,.$$

Selon $\rightarrow \vec{e}_x$

$$a_{bx}(t) = 0 \qquad v_{bx}(t) = v_0 \cos\alpha \qquad x_b(t) = v_0 \cos\alpha\, t\,.$$

Selon $\uparrow \vec{e}_y$

$$a_{by}(t) = -g \qquad v_{by}(t) = -gt + v_0 \sin\alpha \qquad y_b(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha\, t\,.$$

Le chariot est en MRU. Notons t_c l'instant lorsqu'il passe en O:

$$\vec{r}_c(t) = \vec{v}_c \cdot (t - t_c)\,.$$

Selon $\rightarrow \vec{e}_x$ et $\uparrow \vec{e}_y$,

$$x_c(t) = v_0 \cdot (t - t_c) \qquad y_c(t) = 0\,.$$

(a) L'angle que fait la vitesse avec l'horizontale à l'instant t_1 est donné par sa tangente

$$\tan\frac{\pi}{6} = \frac{v_{by}(t_1)}{v_{bx}(t_1)} = \frac{-gt_1 + v_0 \sin\alpha}{v_0\cos\alpha}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-gt_1 + v_0\frac{\sqrt{3}}{2}}{v_0\frac{1}{2}}$$

$$-gt_1 = \frac{v_0}{2\sqrt{3}} - v_0\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{v_0}{2\sqrt{3}}(1-3) = -\frac{v_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g\sqrt{3}}$$

(b) La rencontre a lieu lorsque la balle arrive au sol. Notons t_v le temps de vol:

$$y_b(t_v) = -\frac{1}{2}gt_v^2 + v_0\sin\alpha t_v = 0 \Rightarrow t_v = \frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0\sqrt{3}}{g}\,.$$

Alors

$$d = x_b(t_v) = v_0\cos\alpha t_v = v_0\cos\alpha\frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g} = \frac{v_0^2\sqrt{3}}{2g}\,.$$

(c) Le chariot atteint le point de rencontre à l'instant t_v:

$$x_c(t_v) = v_0\cdot(t_v - t_c) = d = v_0\cos\alpha\, t_v \Rightarrow t_c = t_v(1-\cos\alpha) = \frac{v_0\sqrt{3}}{2g}\,.$$

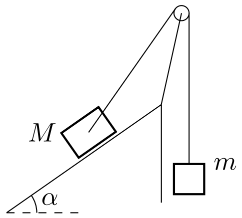
(d) Pour l'objet balle et chariot, les forces extérieures sont le poids et les forces de soutien, toutes verticales. La quantité de mouvement est conservée selon $\vec{e}_x$:

$$P_x(\text{avant la rencontre}) = P_x(\text{après la rencontre})$$

$$mv_0\cos\alpha + Mv_0 = (m+M)v_x' \Rightarrow v_x' = \frac{\frac{1}{2}m + M}{m+M}v_0 = \frac{5}{6}v_0$$

Question 7: *Cette question est notée sur 6 points.*

0 .5 1 .5 2 .5 3 .5 4 .5 5 .5 6

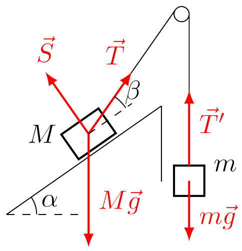


Un bloc de masse M peut glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle α. Il est attaché à un fil passant sur une poulie et retenant une masse m.

Que vaut l'angle formé par le fil oblique et le plan incliné dans la situation d'équilibre ? Sous quelles conditions sur m et M l'équilibre est-il possible ?

Solution

A l'équilibre, tout est au repos.



Objet m: $T' = T = mg$

Objet M:

$$M\vec{g} + \vec{S} + \vec{T} = \vec{0}$$

Selon $\vec{e}_x \swarrow$:

$$Mg\sin\alpha - T\cos\beta = 0$$

Selon $\vec{e}_y \nwarrow$: $-Mg\cos\alpha + S + T\sin\beta = 0$

Ainsi

$$Mg\sin\alpha = mg\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{M\sin\alpha}{m}\,.$$

Pour que l'équilibre soit possible, il faut que

- $\cos\beta$ soit défini:

  $$0 \leq \frac{M\sin\alpha}{m} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq M\sin\alpha \leq m$$

  (sinon M descend)

- $\alpha + \beta \leq \frac{\pi}{2}$ et $\beta \geq 0$ (le fil est au pire vertical):

  $$m < M$$

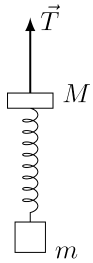
  (sinon M est soulevée).

Il faut donc que

$$M\sin\alpha \leq m \leq M\,.$$

Question 8: *Cette question est notée sur 7 points.*

.5 .5 .5 .5 .5 .5 .5
0 1 2 3 4 5 6 7



Une masse m est suspendue à une planche de masse M grâce à un ressort de longueur naturelle ℓ_0 et de constante de raideur k.
La planche est tirée vers le haut avec une force $\vec{T}$.

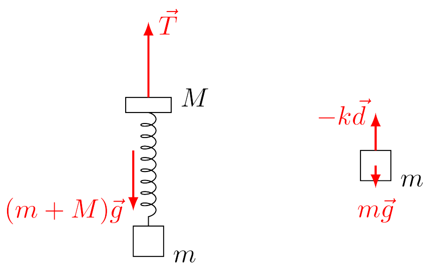
On admet que la longueur du ressort ne change pas au cours du temps.

(a) Que se passe-t-il si $\vec{T} = \vec{0}$? Quelle est la déformation du ressort ?

(b) Si $\vec{T} \neq \vec{0}$, le ressort est-il en compression ou en élongation ?

(c) Déterminer alors la norme de la déformation du ressort.

Solution



(a) Si $\vec{T} = \vec{0}$, le tout tombe en chute libre et le ressort n'exerce aucune force: sa déformation est nulle.

(b) $\vec{T}$ s'oppose à la chute du tout. Le ressort s'oppose donc à la chute de m: il est en élongation.

(c) Objet $m + M$:

$$\vec{T} + (m+M)\vec{g} = (m+M)\vec{a}\,.$$

Selon $\uparrow \vec{e}_y$:

$$T - (m+M)g = (m+M)a\,.$$

Objet m:

$$-k\vec{d} + m\vec{g} = m\vec{a}\,.$$

Selon $\uparrow \vec{e}_y$:

$$kd - mg = ma\,.$$

Alors

$$a + g = \frac{T}{m+M} = \frac{kd}{m} \Rightarrow d = \frac{m}{m+M}\frac{T}{k}\,.$$

Remarque: pour M

$$\vec{T} + M\vec{g} - (-k\vec{d}) = M\vec{a}$$

Selon $\uparrow \vec{e}_y$:

$$T - Mg - kd = Ma\,.$$

Avec $m + M$:

$$a = \frac{T}{m+M} - g = \frac{T}{M} - g - \frac{kd}{M} \Rightarrow d = \dots\,.$$

Avec m:

$$a = \frac{kd}{m} - g = \frac{T}{M} - g - \frac{kd}{M} \Rightarrow d = \dots\,.$$