Physique
Semestre d'automne 2024

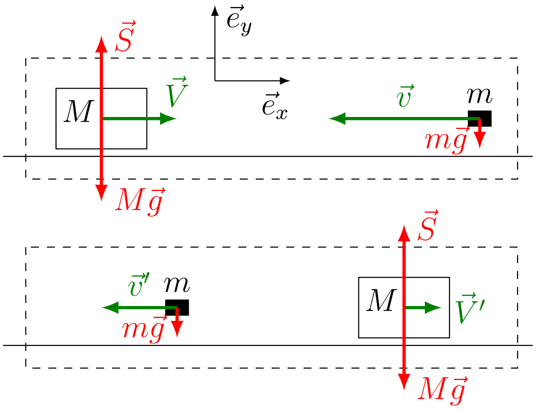
Roger Sauser
Guido Burmeister

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=14848

Corrigé 5

Exercice 1

Les forces existant entre la balle et le wagonnet sont difficiles à décrire. En considérant comme objet la balle et le wagonnet, ce sont des forces internes.



Objet : M et m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$(M+m)\vec{g}+\vec{S}=\dot{\vec{P}}=(M+m)\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$, avant, pendant et après le choc la somme des forces (extérieures) est nulle. La quantité de mouvement horizontale est donc conservée :

$$P_x = \text{cte}\,.$$

Selon $\vec{e}_y$, pendant le choc, les forces s'annulent. Avant et après le choc, la balle est en chute libre... sans influence sur le mouvement horizontal.
Selon $\vec{e}_x$,

- Avant le choc,
$$P_x = MV_x + mv_x$$
avec $V_x > 0$ et $v_x < 0\,.$
- après le tir,
$$P'_x = MV'_x + mv'_x$$
avec $v'_x < 0\,.$

Ainsi, la conservation de la quantité de mouvement horizontale donne

$$MV'_x + mv'_x = MV_x + mv_x$$

$$\begin{aligned}\Longrightarrow V'_x &= \frac{MV_x + mv_x - mv'_x}{M}\\ &= \frac{1\,\text{kg}\cdot 1.2\,\text{m}\,\text{s}^{-1} - 5\cdot 10^{-3}\,\text{kg}\cdot 800\,\text{m}\,\text{s}^{-1} + 5\cdot 10^{-3}\,\text{kg}\cdot 200\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}{1\,\text{kg}}\\ &= -1.8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}.\end{aligned}$$

Remarque : comme $V'_x < 0$, la vitesse du wagonnet a changé de sens !

Exercice 2

L'athlète peut être considéré comme un système formé de plusieurs parties (épaules, bassin, jambes). On étudie donc le mouvement de ces différentes parties, ainsi que celui du centre de masse.
L'athlète doit faire en sorte que l'ensemble de son corps passe au-dessus de la barre.

Nous allons admettre que le centre de masse du sauteur debout se trouve à 100 cm du sol. Grâce à sa détente, l'athlète parvient donc à faire atteindre à ce dernier une hauteur maximale de 100 cm + 80 cm = 180 cm.
Cette hauteur maximale de 180 cm n'est pas incompatible avec un saut réussi à 210 cm. En effet, l'athlète utilise la souplesse de son corps pour passer d'abord les épaules par-dessus la barre, le bassin et les jambes étant encore sous la barre. C'est ensuite au tour du bassin, les épaules et les jambes étant sous la barre, et enfin des jambes, les épaules et le bassin étant sous la barre. De cette manière, le sauteur franchit la barre à 210 cm bien que son centre de masse reste en permanence en dessous de cette hauteur !

Exercice 3

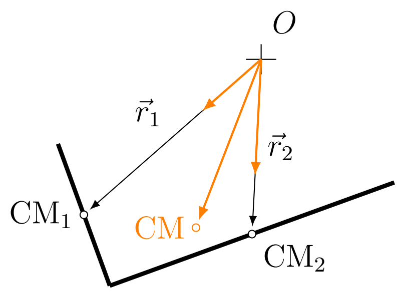
La masse de la grande barre est le double de celle de la petite barre :

$$m_1 = m \qquad m_2 = 2m\,.$$

Le centre de masse de l'objet s'obtient

- en cherchant le centre de masse de chacune des barres (CM_1 et CM_2 au milieu de celles-ci)
- comme centre de masse de deux masses ponctuels : la masse de chaque barre « concentrée » en son centre de masse :

$$\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{3}\vec{r}_1 + \frac{2}{3}\vec{r}_2\,.$$



La seule force exercée sur l'objet en chute libre est son poids :

$$3m\vec{g} = 3m\vec{a}_{\text{CM}} \Rightarrow \vec{a}_{\text{CM}} = \vec{g}\,.$$

Le CM est en MUA et la trajectoire est parabolique. L'objet peut également être en rotation autour de son CM (mouvement compliqué pour un autre point que le CM).

Exercice 4

Avec ou sans raquettes, le poids de la personne est le même. La grandeur physique qui intervient ici est la pression car celle-ci fait également intervenir la surface de contact entre la personne et la neige.
Imaginons une personne de masse m se tenant debout sur un sol horizontal recouvert de neige. La personne exerce sur la neige une pression moyenne donnée par

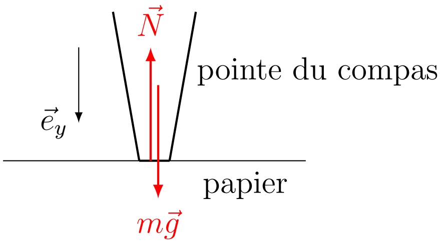
$$p = \frac{mg}{S}\,,$$

où mg est le poids de la personne et S représente la surface de contact entre la personne et la neige.

Une personne se déplaçant dans la neige avec des raquettes répartit son poids sur une surface plus importante que celle de ses pieds ($S_{\text{raquettes}} > S_{\text{pieds}}$). La pression exercée sur la neige est donc plus faible et la personne s'enfonce moins facilement.

Exercice 5

Il convient de choisir un objet subissant cette pression : la feuille de papier, ou alors, par le principe action=réaction, le compas.



Objet : compas de masse m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}\,.$$

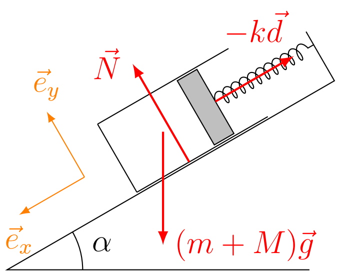
Selon $\vec{e}_y$: $mg - N = 0 \Longrightarrow N = mg\,.$

La pression moyenne exercée par le papier (donc la pression sous la pointe du compas) est la norme du soutien $\vec{N}$ par unité de surface,

$$p = \frac{N}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{0.1\,\text{kg}\cdot 9.81\,\text{ms}^{-2}}{0.1\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} = 9.81\cdot 10^6\,\text{Pa} \approx \frac{0.1\,\text{kg}\cdot 10\,\text{ms}^{-2}}{0.1\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} = 10^7\,\text{Pa}\,.$$

Exercice 6

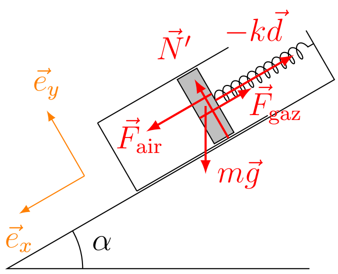
(a) Considérons un objet subissant la force du ressort : l'ensemble formé du piston, de la boîte et du gaz. Remarque : les forces de pression de l'air ambiant s'annulent.



Forces : poids, force du ressort, soutien du plan
Newton : $(m+M)\vec{g} + (-k\vec{d}) + \vec{N} = \vec{0}\,.$
Selon $\vec{e}_x$: $(m+M)g\sin\alpha - kd = 0 \quad (d = ||\vec{d}||)$

$$\Rightarrow d = \frac{(m+M)g\sin\alpha}{k}\,.$$

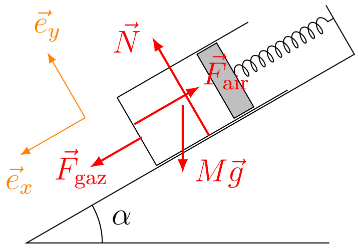
(b) Considérons un objet subissant la force de pression du gaz : le piston.



Forces : poids, force du ressort, forces de pression du gaz et de l'air, soutien de la boîte
Newton : $m\vec{g} + (-k\vec{d}) + \vec{F}_{\text{gaz}} + \vec{F}_{\text{air}} + \vec{N}' = \vec{0}\,.$
Selon $\vec{e}_x$: $mg\sin\alpha - kd - p_{\text{gaz}}S + p_0S = 0$

$$\Rightarrow p_{\text{gaz}} = p_0 + \frac{mg\sin\alpha - kd}{S} = p_0 - \frac{Mg\sin\alpha}{S}\,.$$

Variante : objet boîte seule

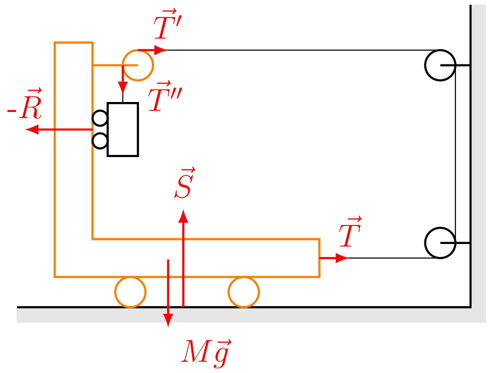


Forces : poids, forces de pression du gaz et de l'air, soutien du plan
Newton : $M\vec{g} + \vec{F}'_{\text{gaz}} + \vec{F}'_{\text{air}} + \vec{N} = \vec{0}$.
Selon $\vec{e}_x$: $Mg \sin\alpha + p_{\text{gaz}} S - p_0 S = 0$

$$\Rightarrow p_{\text{gaz}} = p_0 - \frac{Mg \sin\alpha}{S}\,.$$

Exercice 7

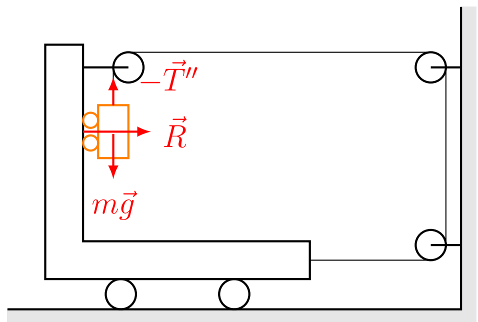
Les deux chariots sont liés. Commençons les considérer séparément.
On commence par s'intéresser aux forces s'exerçant sur le grand chariot de masse M :



La deuxième loi de Newton appliquée au grand chariot s'écrit ainsi, sous forme vectorielle,

$$\vec{T} + \vec{T}' + \vec{T}'' - \vec{R} + \vec{S} + M\vec{g} = M\vec{a}_M\,.$$

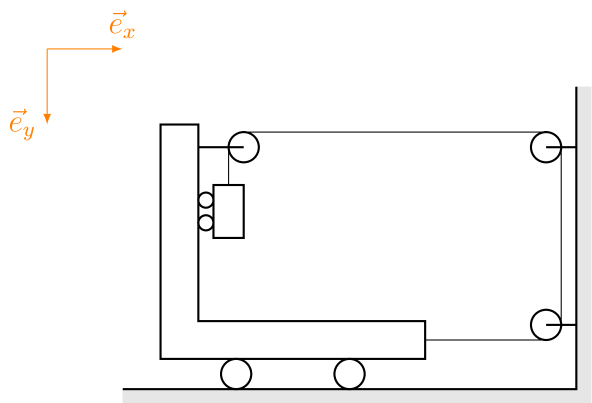
Le petit chariot de masse m subit quant à lui trois forces :



La deuxième loi de Newton appliquée au petit chariot s'écrit donc, sous forme vectorielle,

$$\vec{R} - \vec{T}'' + m\vec{g} = m\vec{a}_m\,.$$

Nous allons choisir un repère et projeter les forces selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$:



En supposant le fil inextensible et en négligeant les frottements, nous avons :

$$T'' = T' = T\,.$$

Ainsi, selon $\vec{e}_x$:

$$\begin{aligned} 2T - R &= M a_M\,, \\ R &= m a_{m,x}\,, \end{aligned}$$

et selon $\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} Mg + T - S &= 0\,, \\ mg - T &= m a_{m,y}\,. \end{aligned}$$

De plus, si M avance de x vers la droite (donc selon $\vec{e}_x$), m avance également de x vers la droite et descend de $y = 2x$ (donc selon $\vec{e}_y$). Il en découle que, $\forall\, t$,

$$v_M = v_{m,x} = v\,, \quad v_{m,y} = 2v\,,$$

et, par variation p.r. au temps,

$$a_M = a_{m,x} = a\,, \quad a_{m,y} = 2a\,.$$

On obtient

$$a = \frac{2m}{M+5m}\,g\,.$$

Exercice 8

(a) M est en chute libre :

$$\vec{r}_M(t) = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0 t\,.$$

Selon $\rightarrow \vec{e}_x$ et $\downarrow \vec{e}_y$:

$$x_M(t) = v_0 t \qquad y_M(t) = \frac{1}{2}gt^2\,.$$

Au sol à l'instant t_s :

$$y_M(t_s) = \frac{1}{2}gt_s^2 = h \Rightarrow t_s = \sqrt{2\frac{h}{g}}$$

et

$$x_M(t_s) = v_0 t_s = v_0\sqrt{2\frac{h}{g}} = \sqrt{2\frac{v_0^2 h}{g}} = \sqrt{2\frac{gdh}{g}} = \sqrt{2dh}\,,$$

d'où l'endroit de l'impact

$$\vec{r}_M(t_s) = \begin{pmatrix} \sqrt{2dh} \\ h \end{pmatrix}.$$

(b) m est également en chute libre :

$$\vec{r}_m(t) = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{d} \quad \text{avec } \vec{d} = \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Rencontre à t_r :

$$\begin{aligned}\vec{r}_M(t_r) &= \vec{r}_m(t_r)\\ \frac{1}{2}\vec{g}t_r^2+\vec{v}_0t_r &= \frac{1}{2}\vec{g}t_r^2+\vec{d}\\ \vec{v}_0t_r &= \vec{d}\,.\end{aligned}$$

Comme $\vec{v}_0$ et $\vec{d}$ sont parallèles,

$$t_r=\frac{d}{v_0}=\frac{d}{\sqrt{gd}}=\sqrt{\frac{d}{g}}\,.$$

D'où l'endroit de la rencontre

$$\vec{r}_r=\vec{r}_m(t_r)=\frac{1}{2}\vec{g}t_r^2+\vec{d}=\frac{1}{2}\vec{g}\frac{d}{g}+\vec{d}=\begin{pmatrix} d\\ \frac{d}{2}\end{pmatrix}\,.$$

(c) L'objet formé des deux masses M et m est en chute libre :

$$\vec{r}_{\mathrm{CM}}(t)=\frac{1}{2}\vec{g}t^2+\vec{v}_{\mathrm{CM},0}t+\vec{r}_{\mathrm{CM},0}\,.$$

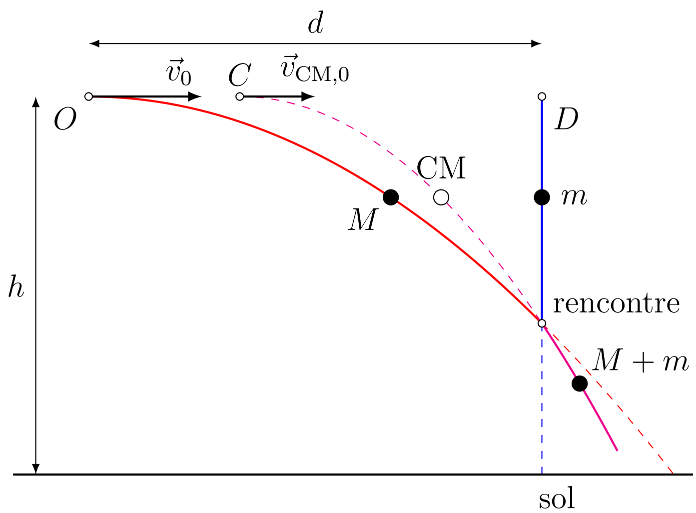
Par définition,

$$\begin{aligned}\vec{r}_{\mathrm{CM},0} &= \frac{1}{M+m}\big(M\vec{r}_M(0)+m\vec{r}_m(0)\big)=\frac{m\vec{d}}{M+m}=\frac{1}{3}\vec{d}\\ \vec{v}_{\mathrm{CM},0} &= \frac{1}{M+m}\big(M\vec{v}_M(0)+m\vec{v}_m(0)\big)=\frac{M\vec{v}_0}{M+m}=\frac{2}{3}\vec{v}_0\,,\end{aligned}$$

et donc

$$\vec{r}_{\mathrm{CM}}(t)=\frac{1}{2}\vec{g}t^2+\frac{2}{3}\vec{v}_0t+\frac{1}{3}\vec{d}.$$

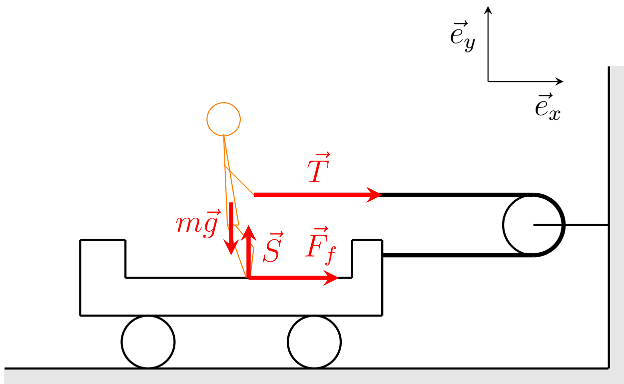
(d) Avant la rencontre, M et m sont en chute libre séparément. Après la rencontre, leur position coïncide avec celle du centre de masse.



Exercice 9

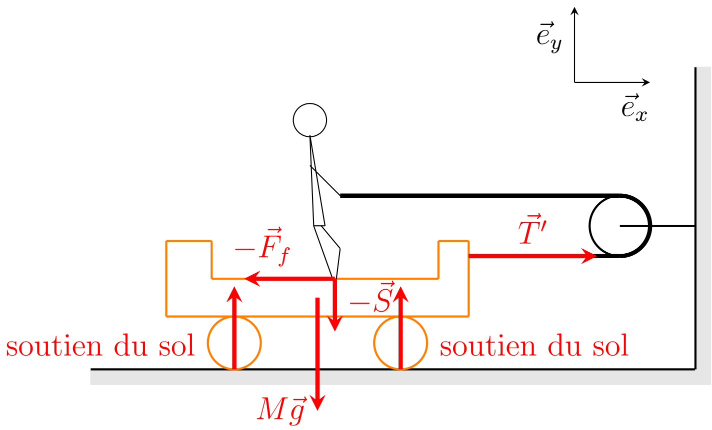
Comme le passager et le chariot sont solidaires, ils ont la même accélération $\vec{a}$. Celle-ci est dirigée vers la droite.

Nous allons décrire successivement le passager et le chariot.



- Objet : passager de masse m ;
- Forces (extérieures) : poids $m\vec{g}$, soutien du chariot $\vec{S}$, traction du fil $\vec{T}$, et frottement sur le chariot $\vec{F}_f$;
  Remarque : on ne connaît à priori pas le sens du frottement. On écrit alors $\vec{F}_f = F_f\,\vec{e}_x\,,\ F_f \in \mathbb{R}\,.$
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{T} + \vec{F}_f = m\vec{a}\,.$$



- Objet : chariot de masse M ;
- Forces (extérieures) : poids $M\vec{g}$, poussée du passager $-\vec{S}$, soutien du sol $\vec{S}'$, traction du fil $\vec{T}'$, frottement sur le passager $-\vec{F}_f$;
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$M\vec{g} - \vec{S} + \vec{S}' + \vec{T}' - \vec{F}_f = M\vec{a}\,,$$

  où $\vec{T}' = \vec{T}$ (les masses du fil et de la poulie sont négligeables).

L'accélération étant parallèle à $\vec{e}_x$, les poids sont compensés par les forces de soutien. En projetant selon $\vec{e}_x$, on obtient donc

$$\begin{aligned} T + F_f &= ma\,, \\ T - F_f &= Ma\,, \end{aligned}$$

d'où

$$a = -\frac{2F_f}{M-m}$$

Comme $a > 0$, F_f doit être négative : $F_f = -60\,\mathrm{N}$:

$$a = \frac{120\,\mathrm{N}}{120\,\mathrm{Kg}} = 1\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

Remarques

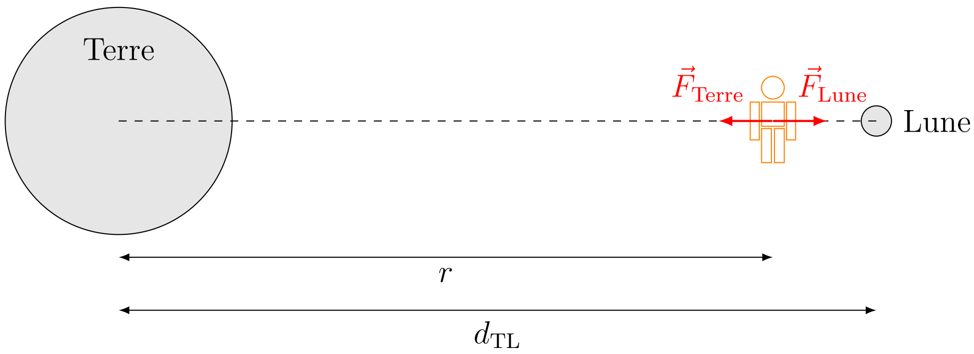
- Le chariot et son passager se déplacent vers la poulie $(a > 0)$.
  Si $M > m$, la force de frottement retenant le passager l'empêche de glisser vers l'avant du chariot ($F_f < 0$).
  Si $M < m$, la force de frottement empêche le passager de glisser vers l'arrière du chariot ($F_f > 0$).
- Notons également qu'en considérant l'objet "chariot + passager", les forces extérieures seraient le poids total $(m + M)\vec{g}$, le soutien du sol $\vec{S}'$, et la traction totale du fil $2\vec{T}$. La deuxième loi de Newton s'écrirait alors

  $$(m + M)\vec{g} + \vec{S}' + 2\vec{T} = (m + M)\vec{a}\,.$$

  Comme la force de traction vers la droite est la seule force agissant horizontalement sur l'objet, l'accélération de ce dernier est bien vers la droite ($a > 0$ dans le repère choisi).

Exercice 10

La situation :



Le cosmonaute (objet considéré) ne subit que deux forces : la force gravitationnelle de la Terre et celle de la Lune. Ces deux forces sont attractives et ont pour norme

$$F_{\text{Terre}} = G\,\frac{m\,m_{\text{T}}}{r^2} \quad \text{et} \quad F_{\text{Lune}} = G\,\frac{m\,m_{\text{L}}}{(d_{\text{TL}} - r)^2}\,,$$

où m est la masse du cosmonaute et r la distance entre le centre de la Terre et le cosmonaute ($r < d_{\text{TL}}$).

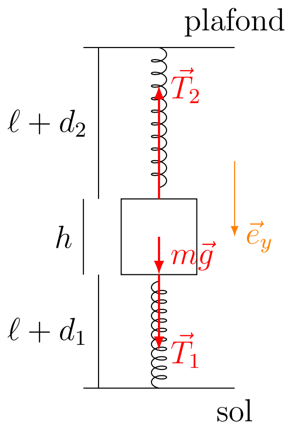
A l'équilibre, on obtient donc

$$G\,\frac{m\,m_{\text{T}}}{r^2} = G\,\frac{m\,m_{\text{L}}}{(d_{\text{TL}} - r)^2}\,.$$

La distance séparant le cosmonaute de la Terre a ainsi pour expression

$$r = \frac{\sqrt{m_{\text{T}}}}{\sqrt{m_{\text{T}}} + \sqrt{m_{\text{L}}}}\,d_{\text{TL}} \cong 0.9\,d_{\text{TL}} \cong 3.46 \cdot 10^8\,\text{m}\,.$$

Exercice 11



La géométrie donne

$$\ell_0 + d_1 + h + \ell_0 + d_2 = H\,.$$

Objet : bloc
Forces : poids, forces des ressorts
Remarque : on ne sait pas si les ressorts sont en compression ou en élongation. Cela dépend de l'écart entre plafond et sol.
Newton :

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}\,.$$

Pour fixer les idées, prenons $d_1, d_2 > 0$: $\vec{T}_1$ est vers le bas et $\vec{T}_2$ vers le haut.

Selon $\vec{e}_y$:

$$mg + kd_1 - kd_2 = 0\,.$$

Remarque : cette équation reste valable pour toutes déformations (élongation ou compression).
A résoudre :

$$\begin{cases} d_1 + d_2 &= H - 2\ell_0 - h \\ kd_1 - kd_2 &= -mg \end{cases}$$

En amplifiant la première équation par k, on a par addition et soustraction

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{1}{2k}\big(k(H - 2\ell_0 - h) - mg\big) \\ d_2 &= \frac{1}{2k}\big(k(H - 2\ell_0 - h) + mg\big)\,. \end{aligned}$$

Selon les valeurs des paramètres, toutes déformations sont possible, mais dans tous les cas, $d_1 < d_2$.