Physique
Semestre d'automne 2024

Roger Sauser
Guido Burmeister

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=14848

Corrigé 1

Exercice 1

On utilise la définition du litre, $1\,\ell = 1\,\mathrm{dm}^3$ (à se rappeler), ainsi que celle des multiples et sous-multiples décimaux des unités internationales.
On obtient

- $1\,\mathrm{m}^3 = (1\,\mathrm{m})^3 = (10\,\mathrm{dm})^3 = 10^3\,\mathrm{dm}^3 = 10^3\,\ell\,,$
- $1\,\mathrm{m}\ell = 10^{-3}\,\ell = 10^{-3}\,\mathrm{dm}^3 = 10^{-3}\,(10^2\,\mathrm{mm})^3 = 10^3\,\mathrm{mm}^3\,,$
- $1\,\mathrm{cm}^3 = 10^{-3}\,\mathrm{dm}^3 = 10^{-3}\,\ell = 1\,\mathrm{m}\ell \qquad$ (à se rappeler) ,
- $1\,\mathrm{cm} = 10^{-5}\,\mathrm{km}\,,$
- $1\,\mathrm{g}\,\ell^{-1} = 10^{-3}\,\mathrm{kg}\,(10^{-3}\,\mathrm{m}^3)^{-1} = 1\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3} \qquad$ (à se rappeler) .

Exercice 2

On utilise l'expression du volume d'une boule :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3\,,$$

où R est le rayon de la boule.
Le volume de la Terre est donné par

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(6.37 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^3 \cong 1.08 \cdot 10^{21}\,\mathrm{m}^3\,.$$

Exercice 3

Calculer, simplement...
L'expression à utiliser étant donnée, le problème se réduit à son application directe :

(a) écrire l'expression symbolique,

(b) remplacer les symboles par leur valeur numérique.

Selon l'expression du rayon de Schwarzschild,

$$r_\mathrm{S} = \frac{2GM_T}{c^2} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2} = 8.84\,\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 8.84\,\mathrm{mm}.$$

Remarque : de manière générale

(a) on écrit l'expression symbolique,

(b) on remplace les symboles par leur valeur numérique (avec les unités !),

(c) on effectue le calcul et la simplification des unités,

(d) on vérifie la cohérence entre l'unité obtenue et celle de la grandeur physique calculée,

(e) on vérifie l'ordre de grandeur du résultat (avec le bon sens ou une estimation).

Exercice 4
On exploite l'expression de la masse volumique d'un objet de masse m et de volume V :

$$\rho = \frac{m}{V}\,.$$

On obtient immédiatement :

- $M_{\mathrm{air}} = \rho_{\mathrm{air}} V_{\mathrm{air}} = 0.78\,\mathrm{kg}$,
- $V_{\mathrm{Cl}} = \dfrac{M_{\mathrm{Cl}}}{\rho_{\mathrm{Cl}}} \cong 2.02 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3$.

Exercice 5
On détermine la masse volumique du bijou, $\rho_{\mathrm{bijou}} = m_{\mathrm{bijou}}/V_{\mathrm{bijou}}$, et on compare cette dernière à la masse volumique de l'or.
Selon l'énoncé, le volume du bijou est

$$V_{\mathrm{bijou}} = 2.3\,\mathrm{cm}^3\,.$$

La masse volumique du bijou est donc

$$\rho_{\mathrm{bijou}} = \frac{m_{\mathrm{bijou}}}{V_{\mathrm{bijou}}} \cong 1.11 \cdot 10^4\,\mathrm{kg\,m^{-3}}\,.$$

Comme $\rho_{\mathrm{bijou}} < \rho_{\mathrm{Au}}$, le bijou n'est pas en or pur !

Exercice 6
Selon le tableau 3.2 en page 53 du Kane & Sternheim (ou selon un "Formulaires et tables"), la masse volumique de l'or est

$$\rho_{\mathrm{Au}} = 19300\,\mathrm{kg\,m^{-3}}\,.$$

Par ailleurs, le volume d'une feuille d'or carré de côté $l = 10\,\mathrm{cm}$ et d'épaisseur $d = 10\,\mu\mathrm{m}$ est

$$V = d \cdot l^2 = 10^{-7}\,\mathrm{m}^3\,.$$

La masse de cette feuille est donc donnée par

$$m = \rho_{\mathrm{Au}} V = 19300 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg} = 1.93\,\mathrm{g}\,.$$

Exercice 7
On va faire l'hypothèse que les distances interatomiques propres à l'or et à l'argent ne sont pas modifiées dans l'alliage. On suppose également que ce dernier est homogène. Sa masse volumique aura ainsi pour expression

$$\rho_{\mathrm{alliage}} = \frac{M_{\mathrm{totale}}}{V_{\mathrm{total}}} = \frac{m_{\mathrm{Au}} + m_{\mathrm{Ag}}}{V_{\mathrm{Au}} + V_{\mathrm{Ag}}}\,.$$

(a) Les masses de l'or et de l'argent sont données. Connaissant les masses volumiques de ces deux matériaux, il est donc possible de déterminer leurs volumes respectifs :

$$V_{\mathrm{Au}} = \frac{m_{\mathrm{Au}}}{\rho_{\mathrm{Au}}} \cong 2.073 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$$

et

$$V_{\mathrm{Ag}} = \frac{m_{\mathrm{Ag}}}{\rho_{\mathrm{Ag}}} \cong 5.714 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3\,.$$

La masse volumique de l'alliage est ainsi

$$\rho_{\mathrm{all}} = \frac{m_{\mathrm{Au}} + m_{\mathrm{Ag}}}{V_{\mathrm{Au}} + V_{\mathrm{Ag}}} \cong 12.84 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\,m}^{-3}\,.$$

(b) Les volumes de l'or et de l'argent sont donnés. Connaissant les masses volumiques de ces deux matériaux, il est donc possible de déterminer leurs masses respectives :

$$m_{\mathrm{Au}} = V_{\mathrm{Au}}\rho_{\mathrm{Au}} = 0.772\,\mathrm{kg}$$

et

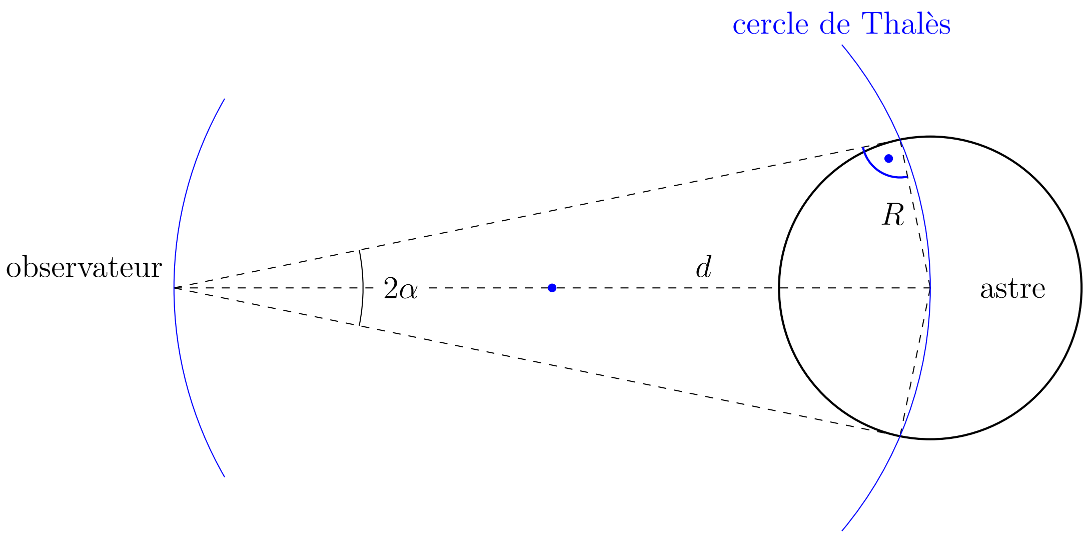
$$m_{\mathrm{Ag}} = V_{\mathrm{Ag}}\rho_{\mathrm{Ag}} = 0.63\,\mathrm{kg}\,.$$

La masse volumique de l'alliage est ainsi

$$\rho_{\mathrm{all}} = 14.02 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\,m}^{-3}\,.$$

Exercice 8

Considérer un astre (lune ou soleil) et un observateur (sur terre) de l'astre.
Pour un disque apparent (partie visible d'une boule), le diamètre apparent est l'ouverture angulaire entre deux rayons extrêmes de visée : le plus bas et le plus haut (ou le plus à gauche et le plus à droite).
Dessin (important pour visualiser la situation !) :



Le diamètre apparent est donc

$$D_{\mathrm{app}} = 2\alpha = 2\arcsin\frac{R}{d}\,.$$

- Pour le soleil,

$$D_{\mathrm{sol}} = 2\arcsin\frac{6.95 \cdot 10^8\,\mathrm{m}}{1.50 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}} \simeq 0.53^\circ\,.$$

- Pour la lune,

$$D_{\mathrm{lune}} = 2\arcsin\frac{1.74 \cdot 10^6\,\mathrm{m}}{3.84 \cdot 10^8\,\mathrm{m}} \simeq 0.52^\circ\,.$$

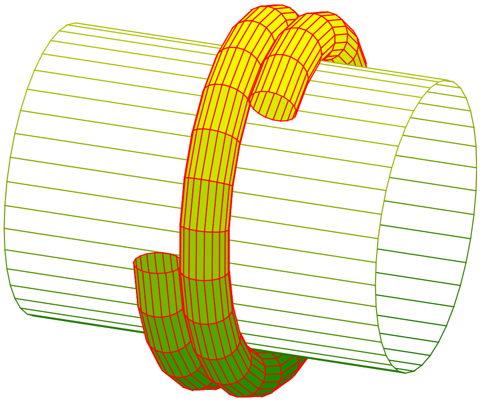
Remarque : la similitude des diamètres apparents est bien mise en évidence lors des éclipses de soleil.

Exercice 9

On utilise la connaissance du matériau dont est formé le câble.
La masse volumique d'un matériau homogène fait le lien entre les dimensions de l'objet et sa masse.
Masse du câble : $M = \rho V$.
Le câble étant cylindrique de rayon $r = 2.5\,\text{cm}$ et de longueur $L = 250\,\text{m}$,

$$M = \rho L \pi r^2 = 7.85 \cdot 10^3 \text{kg}\,\text{m}^{-3} \cdot 250\,\text{m} \cdot \pi \cdot (2.5 \cdot 10^{-2}\,\text{m})^2 = 3.85 \cdot 10^3\,\text{kg}\,.$$

Parmi les différentes manières d'enrouler un câble sur une bobine, celle-ci est la plus courante.



Une figure permet de visualiser la situation étudiée et de définir la nomenclature utilisée dans la résolution du problème. La faire est donc une première étape indispensable!
Plus le câble est long, plus le nombre de tours est important.
Le calcul du nombre de tours du câble sur la bobine diffère selon les hypothèses (simplificatrices) choisies!

(a) Admettons que l'épaisseur du câble est négligeable : à chaque tour il repasse « dans lui-même ».

On utilise le lien entre la longueur du câble et le nombre de tours dans l'enroulement :

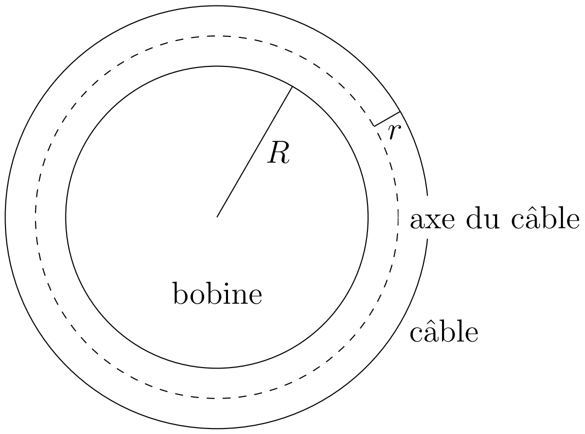
$$N_{\text{tours}} = \frac{\text{longueur}}{\text{longueur d'un tour}} = \frac{L}{2\pi R}\,,$$

R étant le rayon de la bobine. Alors

$$N_{\text{tours}} = \frac{250\,\text{m}}{2\pi \cdot 1\,\text{m}} = 39.79\,.$$

(b) Tenons compte de l'épaisseur du câble, mais négligeons l'enroulement en spirale : à chaque tour il repasse « dans lui-même » mais « consomme » plus de longueur à chaque tour.

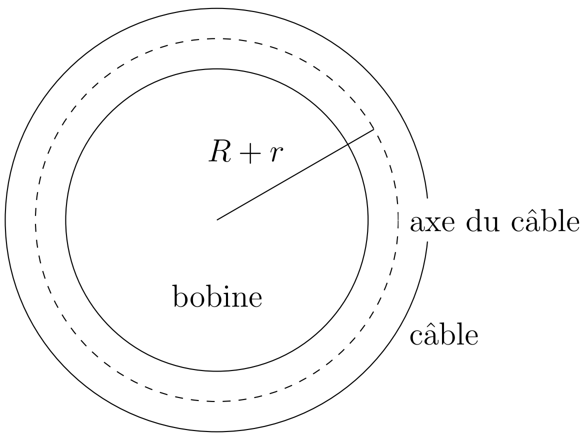
En coupe :



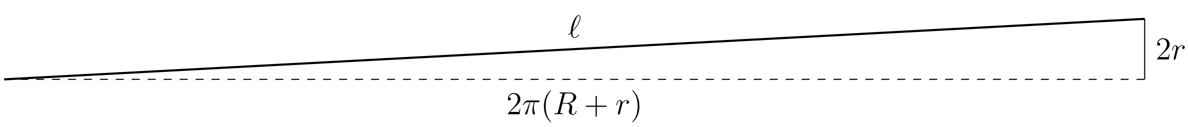
La partie en contact avec la bobine est en compression. La partie opposée est en élongation. Seul l'axe du câble conserve sa longueur.
Le câble s'enroule donc sur une bobine effective de rayon $R + r = 1.025\,\mathrm{m}$, soit de circonférence $6.44\,\mathrm{m}$.

$$N_{\text{tours}} = \frac{L}{2\pi(R+r)} = \frac{250\,\mathrm{m}}{2\pi \cdot 1.025\,\mathrm{m}} = 38.82\,.$$

(c) Tenons encore compte de l'enroulement en spirale : pour chaque tour de bobine, on a un décalage d'un diamètre de câble. La longueur d'enroulement sur un tour est donc légèrement supérieure.
En coupe :



L'enroulement se fait en spirale : à chaque tour, le câble est décalé de $2r$.



La longueur d'enroulement sur un tour vaut donc (Pythagore)

$$\ell = \sqrt{[2\pi(R+r)]^2 + [2r]^2} = \sqrt{(6.44\,\mathrm{m})^2 + (0.05\,\mathrm{m})^2} = 6.44\,\mathrm{m}.$$

D'où

$$N_{\text{tours}} = 38.82\,.$$

Remarque : le décalage est négligeable à cette précision de deux décimales (la différence relative est de 0.003%).