

Série 8

1. Calculer, sans machine, les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } A = \cos(\arcsin(-3)) & \text{c) } C = \tan(\arccos(-\frac{1}{3})) & \text{e) } E = \cos(2 \arccos(\frac{2}{5})) \\ \text{b) } B = \sin(\arccos(\frac{1}{5})) & \text{d) } D = \tan(\pi - \arctan(2)) & \text{f) } F = \sin(-2 \arctan(2)) \end{array}$$

2. Calculer, sans machine, les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A = \arccos(\cos(\frac{17\pi}{3})) & \text{c) } C = \arcsin(\cos(-\frac{7\pi}{12})) \\ \text{b) } B = \arctan(\tan(-\frac{7\pi}{12})) & \text{d) } D = \arctan(-\cot(\frac{13\pi}{5})) \end{array}$$

3. Montrer que : $\arcsin(\frac{3}{5}) + \arccos(\frac{15}{17}) = \arcsin(\frac{77}{85})$.

4. Résoudre les équations suivantes sur l'intervalle donné :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sin x = -\frac{2}{3}, & x \in [0, 2\pi], & \text{e) } \tan x = -\frac{3}{2}, \quad x \in [0, 2\pi], \\ \text{b) } \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{2}{3}, & x \in [\pi, 3\pi], & \text{f) } \cot(x - \frac{\pi}{6}) = -\frac{3}{2}, \quad x \in]\pi, 3\pi[, \\ \text{c) } \sin(2x) = \frac{2}{3}, & x \in [-\pi, 0], & \text{g) } \tan(2x) = 2, \quad x \in]-\pi, 0[, \\ \text{d) } \cos(\frac{x}{2}) = \frac{1}{3}, & x \in [\pi, 3\pi], & \text{h) } \cot(\frac{x}{2}) = \frac{1}{3}, \quad x \in]\pi, 3\pi[. \end{array}$$

5. Résoudre les inéquations suivantes sur l'intervalle donné :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \cos(2x) > -\frac{3}{4}, & x \in [0, 2\pi], \quad \text{c) } \tan(2x) \geq 2, \quad -\pi \leq x \leq 0. \\ \text{b) } \cot x \geq -\frac{1}{2}, & -\frac{3\pi}{2} \leq x < 0, \end{array}$$

6. Exprimer la somme S suivante à l'aide d'une seule valeur de la fonction $\arctan x$.

$$S = \arctan 2 + \arctan 3 + \arctan 7 + \arctan 8$$

Indication : commencer par calculer $\arctan 2 + \arctan 3$, puis $\arctan 7 + \arctan 8$.

7. Déterminer le domaine de définition des expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } a(x) = \arccos(\sqrt{x}) & \text{c) } c(x) = \arcsin(\tan x) \\ \text{b) } b(x) = \tan(\arcsin x) & \text{d) } d(x) = \tan(2 \arccos x) \end{array}$$

Réponses de la série 8

1. a) A n'existe pas c) $C = -2\sqrt{2}$ e) $E = -\frac{17}{25}$
 b) $B = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ d) $D = -2$ f) $F = -\frac{4}{5}$
2. a) $A = \frac{\pi}{3}$ b) $B = \frac{5\pi}{12}$ c) $C = -\frac{\pi}{12}$ d) $D = \frac{\pi}{10}$
4. a) $S = \left\{ \pi - \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right), 2\pi + \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) \right\},$
 b) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + \arccos\left(-\frac{2}{3}\right), \frac{7\pi}{3} - \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) \right\},$
 c) $S = \left\{ \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) - \pi, -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) \right\},$
 d) $S = \emptyset,$
 e) $S = \left\{ \pi + \arctan\left(-\frac{3}{2}\right), 2\pi + \arctan\left(-\frac{3}{2}\right) \right\},$
 f) $S = \left\{ \frac{7\pi}{6} + \operatorname{arccot}\left(-\frac{3}{2}\right), \frac{13\pi}{6} + \operatorname{arccot}\left(-\frac{3}{2}\right) \right\},$
 g) $S = \left\{ \frac{1}{2} \cdot \arctan(2) - \pi, \frac{1}{2} \cdot \arctan(2) - \frac{\pi}{2} \right\},$
 h) $S = \left\{ 2 \cdot \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi \right\}.$
5. a) En posant $\alpha = \frac{1}{2} \cdot \arccos\left(-\frac{3}{4}\right),$
 $S = [0, \alpha[\cup]\pi - \alpha, \pi + \alpha[\cup]2\pi - \alpha, 2\pi],$
 b) $S = \left[-\frac{3\pi}{2}, -2\pi + \operatorname{arccot}\left(-\frac{1}{2}\right)\right] \cup]-\pi, -\pi + \operatorname{arccot}\left(-\frac{1}{2}\right)],$
 c) $S = \left[-\pi + \frac{1}{2} \cdot \arctan(2), -\frac{3\pi}{4} [\cup \left[-\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \cdot \arctan(2), -\frac{\pi}{4} [.$
6. $\arctan 2 + \arctan 3 = \frac{3\pi}{4}, \quad \arctan 7 + \arctan 8 = \arctan\left(-\frac{3}{11}\right) + \pi,$
 $S = \arctan\left(-\frac{7}{4}\right) + 2\pi = 2\pi - \arctan\left(\frac{7}{4}\right).$
7. a) $D_a = [0, 1]$ c) $D_c = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[-\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi\right]$
 b) $D_b =]-1, 1[$ d) $D_d = [-1, 1] \setminus \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$
-