Série 5

1. Résoudre les équations suivantes :

a)
$$\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$$

b)
$$\sin x + 2\cos x = 9$$

c)
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \left[\sin(3x) + \cos(3x) \right] = 1$$

d)
$$\sin(2x) - \cos(2x) + 1 = 0$$
, $-5\pi \le x \le -3\pi$

e)
$$\sin(\frac{x}{2}) + \cos(\frac{x}{2}) = 0$$
, $-\pi \le x \le 0$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a)
$$\cos x + \sqrt{3}\sin x > 1$$

b)
$$-\sqrt{3}\sin(2x) + \cos(2x) \le -\sqrt{2}$$
, $5\pi \le x \le 6\pi$

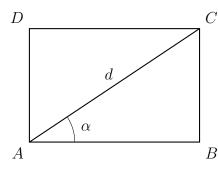
c)
$$\sin x \ge \cos x$$
, $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{5\pi}{2}$

3. Factoriser avant de résoudre l'équation et l'inéquation suivantes :

a)
$$\sin(2x) - 2\cos^2 x + 2\cos x = 0$$

b)
$$\cos(2x) + \sin x + \cos x > 0$$
, $0 \le x \le 2\pi$

4. D'un rectangle \overrightarrow{ABCD} on connaît la longueur d de la diagonale \overrightarrow{AC} , et on fait varier l'angle $\alpha = \widehat{BAC}$.



- a) Pour quelles valeurs de l'angle α le périmètre P de ce rectangle satisfait-il la relation : $P \ge d\sqrt{6}$?
- b) Pour quelle valeur de l'angle α le périmètre est-il maximal ?

Que vaut-il?

Réponses de la série 5

1. a)
$$S = \left\{ \frac{7\pi}{12} + 2k\pi, \frac{13\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

b)
$$S = \emptyset$$

c)
$$S = \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

d)
$$S = \left\{ -5\pi, -\frac{17\pi}{4}, -4\pi, -\frac{13\pi}{4}, -3\pi \right\}$$

e)
$$S = \{ -\frac{\pi}{2} \}$$

2. a)
$$S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right]$$

b)
$$S = \left[\frac{125\pi}{24}, \frac{131\pi}{24}\right]$$

c)
$$S = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{9\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}\right]$$

3. a)
$$S = \{ \frac{\pi}{2} + k\pi, 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$$

b)
$$S = [0, \frac{\pi}{2}[\cup]\frac{3\pi}{4}, \pi[\cup]\frac{7\pi}{4}, 2\pi]$$

4. a)
$$\alpha \in \left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$$

b) Le périmètre $\,P\,$ est maximal lorsque $\,\alpha=\frac{\pi}{4}\,$ et $\,P_{\rm max}=2d\sqrt{2}\,.$