

Série 3

1. Exprimer les quantités suivantes à l'aide d'une fonction trigonométrique de l'angle x uniquement.

a) $A = \cos(7\pi - x)$ c) $C = \sin(\frac{3\pi}{2} - x)$ e) $E = \cot(-\frac{5\pi}{2} - x)$
b) $B = \cos(x + \frac{\pi}{2})$ d) $D = \cos(x - \frac{9\pi}{2})$ f) $F = \sin(x + n\frac{\pi}{2}), n \in \mathbb{N}$

2. Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle donné :

a) $\cos x = \frac{1}{2}, \quad 15\pi \leq x \leq 16\pi$ c) $\tan x = -1, \quad -4\pi \leq x \leq -3\pi$
b) $\sin x = -\frac{1}{2}, \quad 15\pi \leq x \leq 16\pi$ d) $\cot x = \sqrt{3}, \quad -\pi \leq x \leq 0$

3. Résoudre les équations suivantes :

a) $(\cos t)(2 \cos t + 3) = -1$ b) $4 - 5 \sin t = 2 \cos^2 t, \quad -\frac{11\pi}{2} \leq t \leq -5\pi$

4. Résoudre les équations suivantes sur l'intervalle donné.

a) $\sin(4x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x \in [0, \pi],$
b) $4 \sin^4(2x) - 11 \sin^2(2x) + 6 = 0, \quad x \in [-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}],$
c) $\tan(2x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad x \in [0, \pi],$
d) $\cot^2(\frac{x}{2}) = \frac{1}{3}, \quad x \in]0, 2\pi[.$

5. Résoudre les équations suivantes :

a) $\sin(2x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ c) $\cos(2x) = \sin(3x)$
b) $\cos(2x) = \cos(\frac{x}{3})$ d) $\tan(\frac{x}{3}) = \cot(x - \frac{\pi}{6})$

6. Résoudre les inéquations suivantes dans l'intervalle donné :

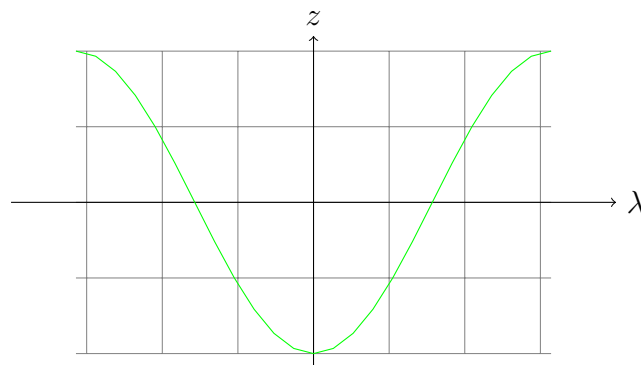
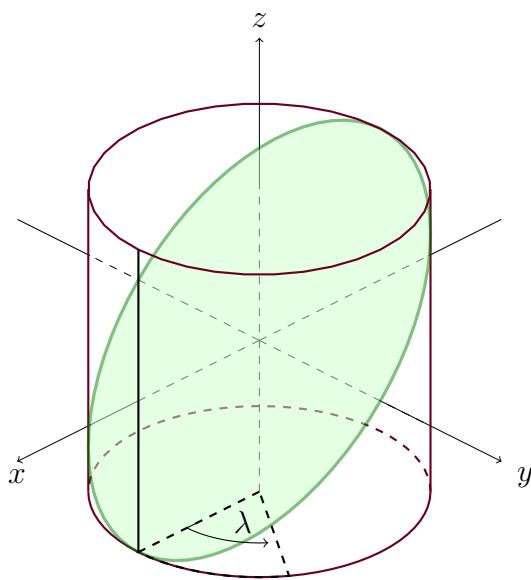
a) $\sin x \geq \frac{1}{2}, \quad 4\pi \leq x < 5\pi,$
b) $-\frac{1}{2} < \cos x < 0, \quad -5\pi \leq x < -3\pi,$
c) $\sin(3x + \frac{\pi}{4}) > \sin(-\frac{3\pi}{4}), \quad -2\pi \leq x < 0,$
d) $\tan x \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad 0 \leq x < 2\pi,$
e) $\cot x > \sqrt{3}, \quad -2\pi \leq x < \pi,$
f) $\tan(2x + \frac{\pi}{6}) \leq \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad x \in [-\pi, 0].$

7. Soit A l'expression définie par $A = \frac{\cos(x - \frac{\pi}{2}) \cdot \tan(\frac{3\pi}{2} + x)}{\sin(x + \frac{5\pi}{2}) - \cos(\pi - x)}$.

- Déterminer le domaine de définition de A .
- Simplifier cette expression.

8. Exercice récréatif

On considère un cylindre centré en $(0,0,0)$, de rayon R . Celui-ci est intersecté par un plan contenant l'axe (Oy) . L'angle formé par le plan et l'horizontale est de α . On découpe le cylindre le long d'une arête verticale et on le déplie. Décrire la courbe que forme l'intersection entre le cylindre et le plan.



Réponses de la série 3

- $A = -\cos x$
 - $B = -\sin x$
 - $C = -\cos x$
 - $D = \sin x$
 - $E = \tan x$
 - $$F = \begin{cases} \sin x & \text{si } \exists k \in \mathbb{N} \text{ tel que } n = 4k \\ \cos x & \text{si } \exists k \in \mathbb{N} \text{ tel que } n = 4k + 1 \\ -\sin x & \text{si } \exists k \in \mathbb{N} \text{ tel que } n = 4k + 2 \\ -\cos x & \text{si } \exists k \in \mathbb{N} \text{ tel que } n = 4k + 3 \end{cases}$$
- $S = \{\frac{47\pi}{3}\}$
 - $S = \{\frac{91\pi}{6}, \frac{95\pi}{6}\}$
 - $S = \{-\frac{13\pi}{4}\}$
 - $S = \{-\frac{5\pi}{6}\}$
- $S = \{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 - $S = \{-\frac{31\pi}{6}\}$

4. a) $S = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6} \right\}$, c) $S = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$,
 b) $S = \left\{ -\frac{4\pi}{3}, -\frac{7\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}, -\frac{2\pi}{3} \right\}$, d) $S = \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$.
5. a) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$, c) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{2k\pi}{5}, \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$,
 b) $S = \left\{ \frac{6k\pi}{5}, \frac{6k\pi}{7}, k \in \mathbb{Z} \right\}$, d) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{3k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
6. a) $S = \left[\frac{25\pi}{6}, \frac{29\pi}{6} \right]$,
 b) $S =] -\frac{14\pi}{3}, -\frac{9\pi}{2} [\cup] -\frac{7\pi}{2}, -\frac{10\pi}{3} [$,
 c) $S = [-2\pi, -\frac{5\pi}{3} [\cup] -\frac{3\pi}{2}, -\pi [\cup] -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{3} [\cup] -\frac{\pi}{6}, 0 [$,
 d) $S =] \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}] \cup] \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}]$,
 e) $S =] -2\pi, -\frac{11\pi}{6} [\cup] -\pi, -\frac{5\pi}{6} [\cup] 0, \frac{\pi}{6} [$,
 f) $S = \{-\pi\} \cup] -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}] \cup] -\frac{\pi}{3}, 0]$.
7. a) $D_{\text{def}} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 b) $\forall x \in D_{\text{def}}, \quad A = -\frac{1}{2}$
-