



1

Enseignant-es: Bossoney, Dubuis, Khukhro
Analyse 2 - CMS
8 novembre 2022
Durée : 105 minutes

Dalton Joe

SCIPER: 999999

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 16 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
 - les points indiqués si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.

Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
     		



Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\end{aligned}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\begin{aligned}\cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \sin(y) &= -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)] \\ \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]\end{aligned}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \cos x - \cos y &= -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \sin x - \sin y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\end{aligned}$$

Expressions des fonctions trigonométriques en fonction de $\tan(\frac{x}{2})$:

$$\sin x = \frac{2 \tan(\frac{x}{2})}{1 + \tan^2(\frac{x}{2})} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2(\frac{x}{2})}{1 + \tan^2(\frac{x}{2})} \quad \tan x = \frac{2 \tan(\frac{x}{2})}{1 - \tan^2(\frac{x}{2})}$$



Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

Énoncé

Toutes les questions sur cette page se rapportent au même énoncé.

Soient $\alpha \in \left[-\frac{75\pi}{4}, -\frac{56\pi}{3}\right]$ et $P(\alpha)$ le point correspondant sur le cercle trigonométrique.

Question 1 (2 points)

$P\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ appartient au quadrant

☐ IV.

☐ I.

☐ III.

☐ II.

Question 2 (2 points)

$P(\alpha)$ appartient au quadrant

☐ II.

☐ III.

☐ IV.

☐ I.

**Énoncé**

Toutes les questions sur cette page se rapportent au même énoncé.

On considère l'équation suivante pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\frac{\sin(3x)}{\cos^2(x) - \sin^2(x)} + 2 \cos(x) \cot(x) - \frac{1}{\cos^2(x)} = 0.$$

Question 3 (2 points)

Pour quel test de Bioche l'équation est-elle invariante ?

- ☐ On remplace x par $\pi + x$.
- ☐ On remplace x par $\pi - x$.
- ☐ On remplace x par $-x$.
- ☐ Aucune de ces possibilités.

Question 4 (1 point)

Le domaine de définition de l'équation est donné par

- ☐ $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- ☐ $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi, \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- ☐ $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- ☐ $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$



Question 5 (2 points)

Calculer la valeur de $\cos\left(\frac{14\pi}{3}\right)$.

☐ $\frac{1}{2}$

☐ $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

☐ $\frac{-1}{2}$

☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Question 6 (2 points)

Calculer la valeur de $\tan(x)$ sachant que $\sin(x) = \pm\frac{4}{5}$ et $3\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$.

☐ $\tan(x) = \frac{-4}{3}$

☐ $\tan(x) = \frac{3}{4}$

☐ $\tan(x) = \frac{4}{3}$

☐ $\tan(x) = \frac{-3}{4}$



Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 7: *Cette question est notée sur 4 points.*

☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5
☐ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4			

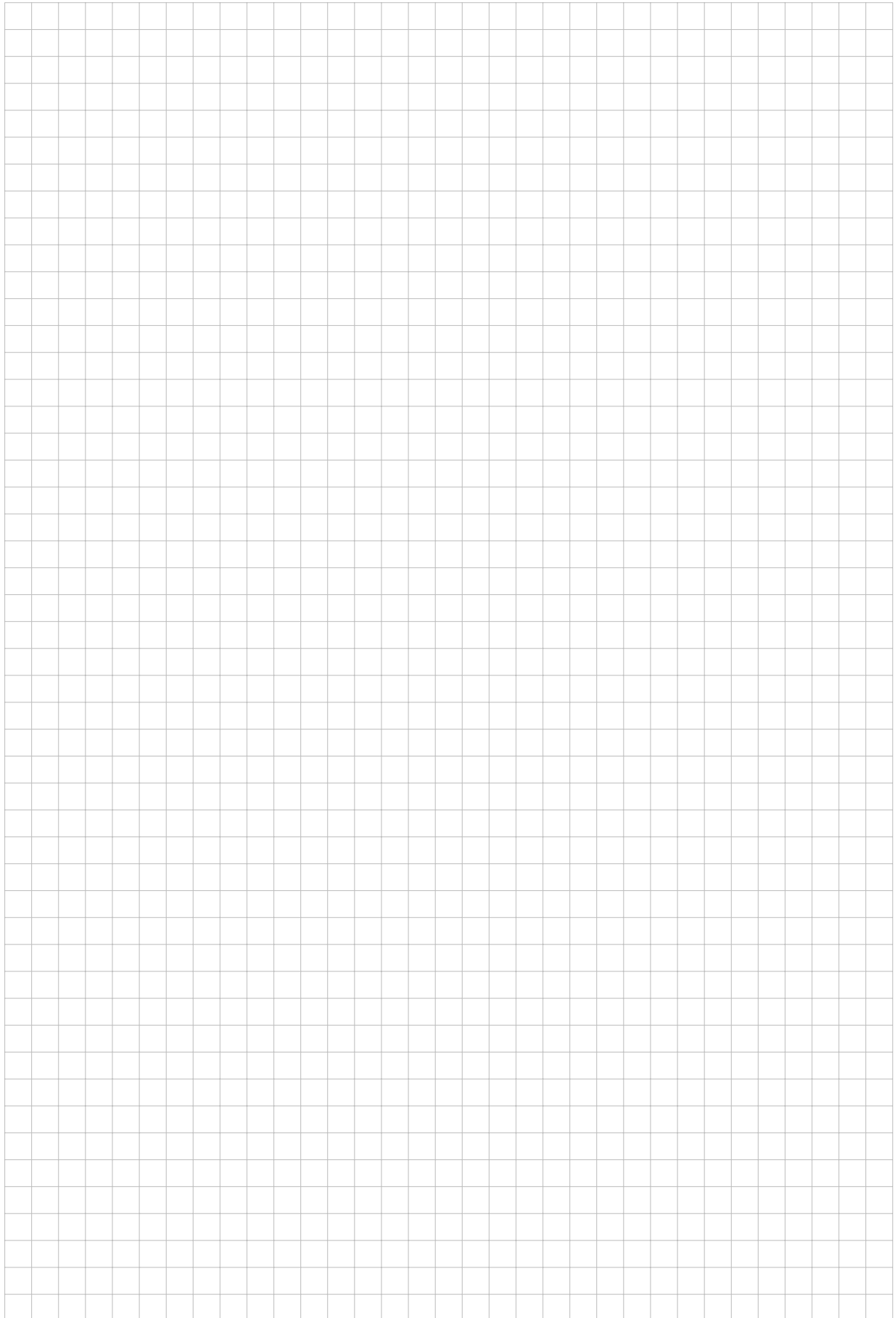
Résoudre l'équation suivante par rapport à $x \in \mathbb{R}$:

$$1 - \left(\cos(3x) - \sqrt{3} \sin(3x) \right)^2 = 0.$$



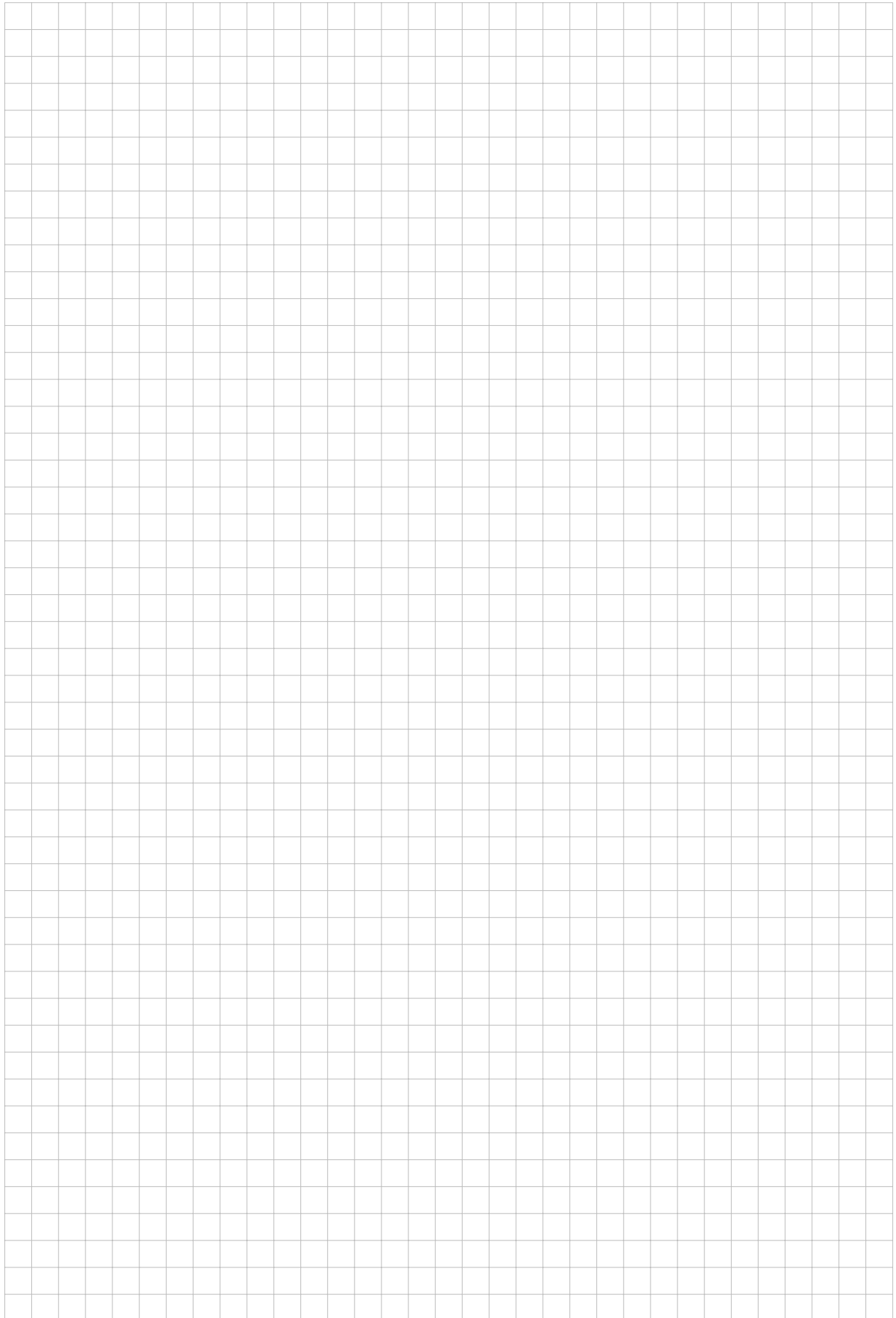


+1/7/54+





+1/8/53+



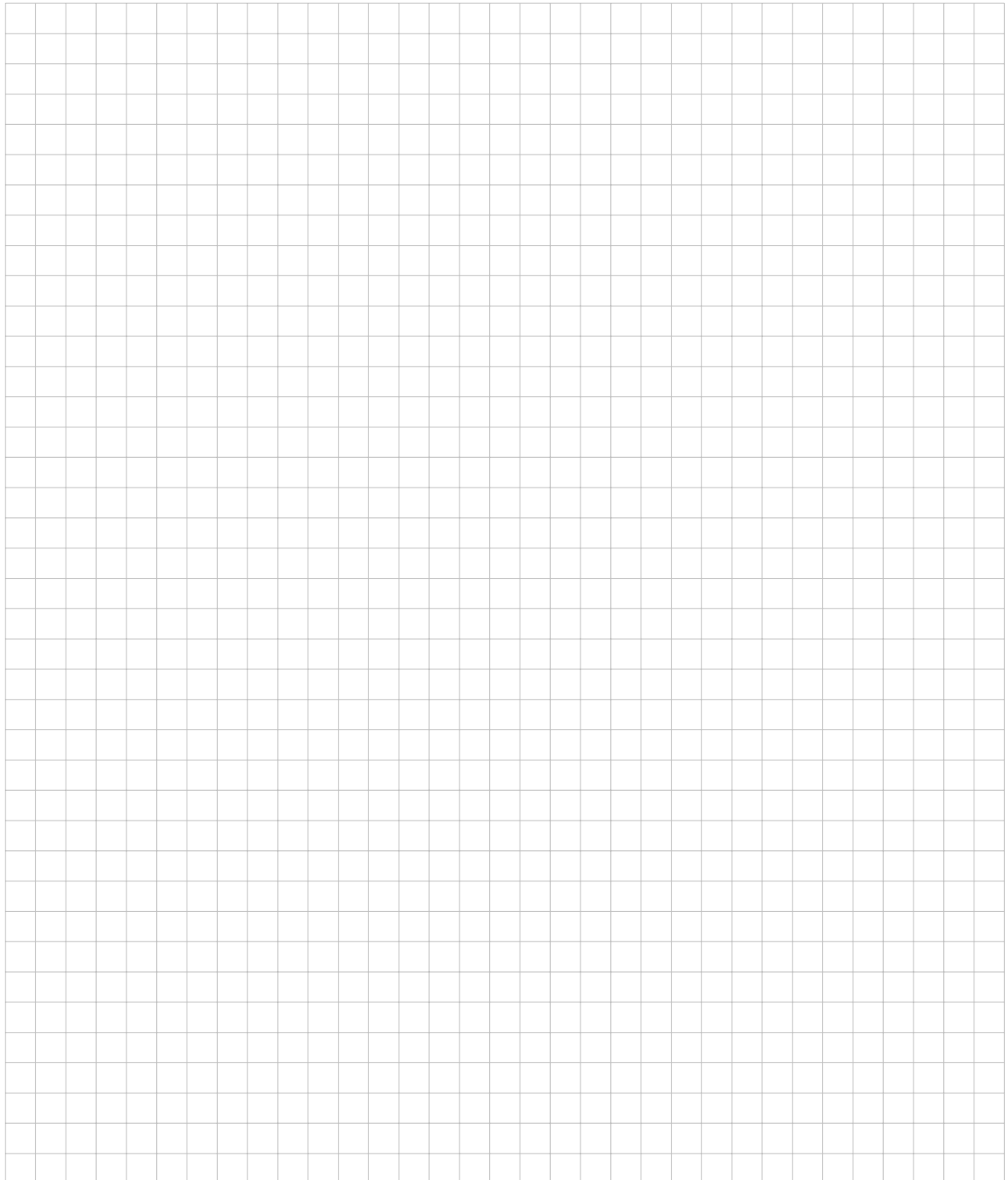


Question 8: *Cette question est notée sur 5 points.*

	.	5		.	5		.	5		.	5		.	5		.	5
	0		1		2		3		4		5						

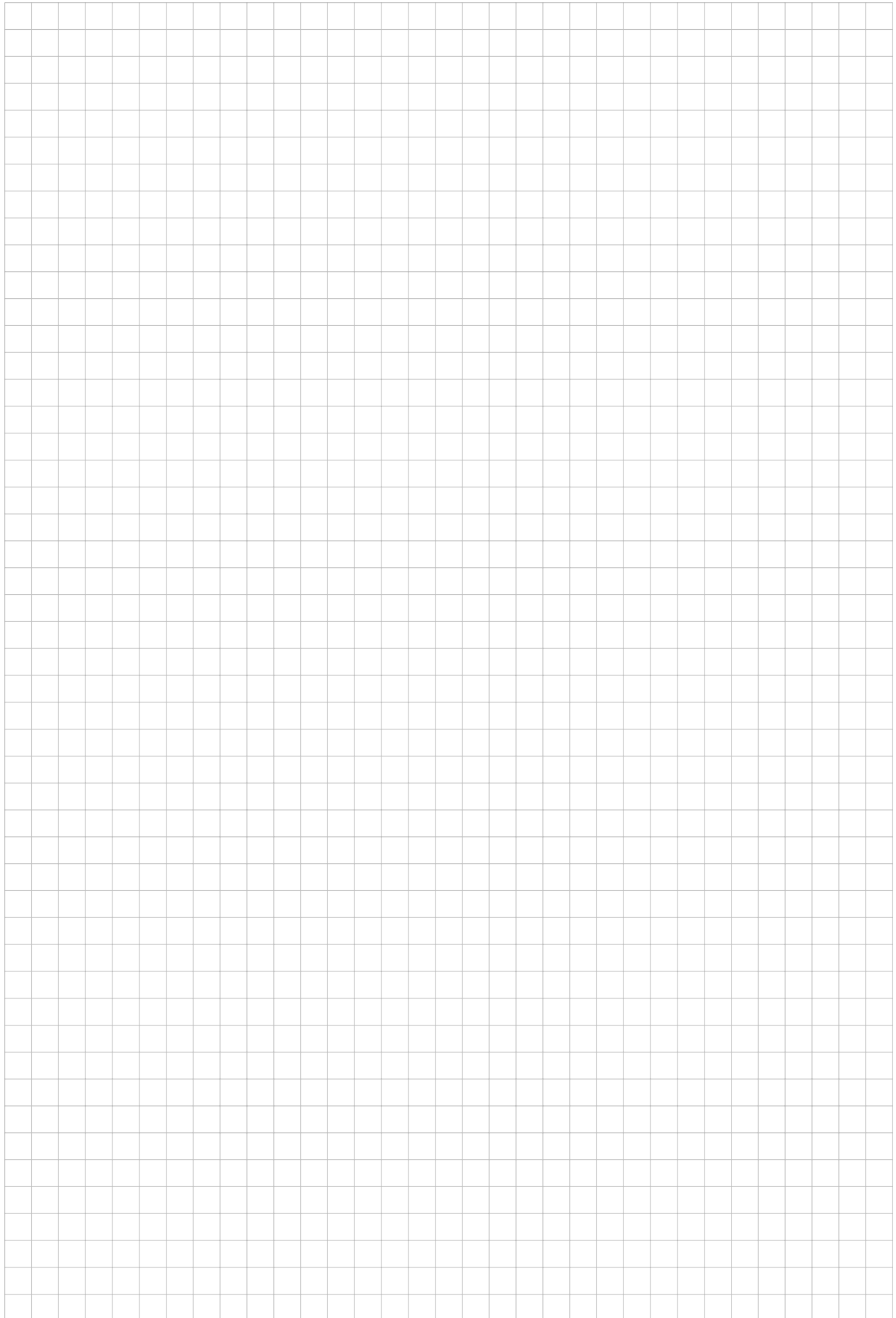
Résoudre l'inéquation suivante pour $x \in [-\pi, \pi]$:

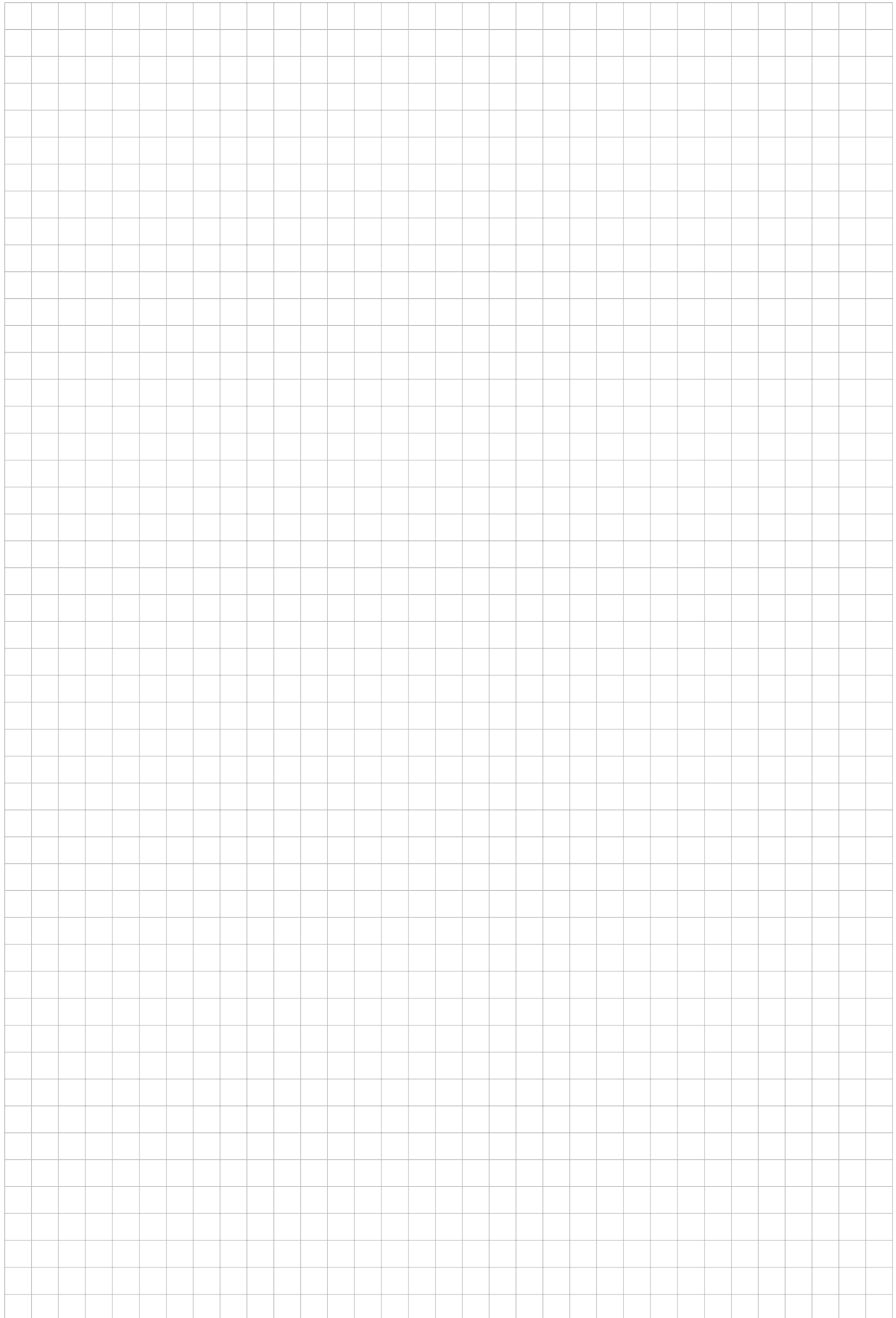
$$\tan\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \geq 1.$$





+1/10/51+





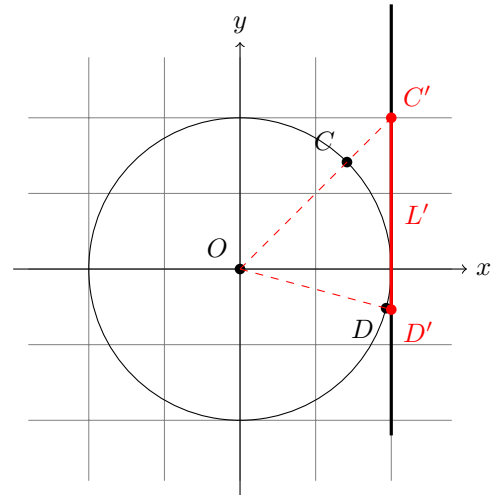
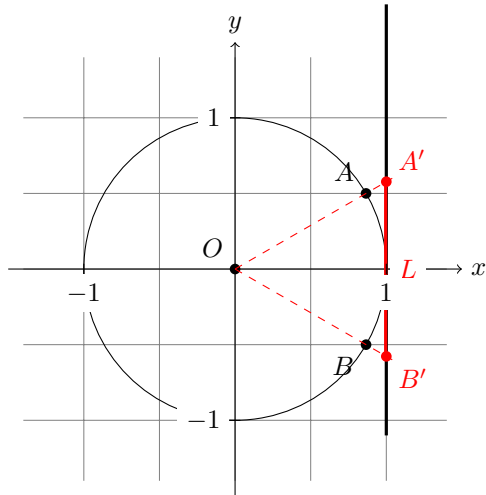


Question 9: Cette question est notée sur 4 points.

	.		.		.		.		
	0		1		2		3		4

On considère les deux figures suivantes.

- Sur la figure de gauche :
 - on donne les points $A \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} \right), \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \right)$ et $B \left(\cos \left(\frac{-\pi}{6} \right), \sin \left(\frac{-\pi}{6} \right) \right)$ sur le cercle trigonométrique ainsi que l'origine $O(0,0)$;
 - on considère les demi-droites OA et OB , et leur intersections A' et B' avec la droite verticale tangente au cercle en $(1,0)$.
- Sur la figure de droite, on fait tourner A et B d'un même angle x et on définit :
 - les points $C \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} + x \right), \sin \left(\frac{\pi}{6} + x \right) \right)$ et $D \left(\cos \left(\frac{-\pi}{6} + x \right), \sin \left(\frac{-\pi}{6} + x \right) \right)$;
 - les points C' et D' correspondants sur la droite tangente en $(1,0)$.
- On note finalement L la longueur du segment $A'B'$ et L' la longueur du segment $C'D'$.



Pour quelles valeurs de $x \in \left] -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right[$ a-t-on $L' = 3L$?

