

Équations et inéquations avec valeur absolue

- Résolution de $|f(x)| = g(x)$

$$|f(x)| = g(x) \iff g(x) \geq 0 \text{ et } \begin{cases} f(x) = g(x) & (a) \\ \text{ou} \\ f(x) = -g(x) & (b) \end{cases}$$

- Déterminer $D_{\text{déf}}$.
- Déterminer $D_{\text{pos}} = \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) \geq 0\}$.
- Déterminer $S_a = D_{\text{pos}} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = g(x)\}$.
- Déterminer $S_b = D_{\text{pos}} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = -g(x)\}$.
- L'ensemble solution est donc $S = D_{\text{déf}} \cap (S_a \cup S_b)$.

- Résolution de $|f(x)| \leq g(x)$

$$|f(x)| \leq g(x) \iff \begin{cases} f(x) \leq g(x) & (a) \\ \text{et} \\ f(x) \geq -g(x) & (b) \end{cases}$$

- Déterminer $D_{\text{déf}}$.
- Déterminer $S_a = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq g(x)\}$.
- Déterminer $S_b = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq -g(x)\}$.
- L'ensemble solution est donc $S = D_{\text{déf}} \cap S_a \cap S_b$.

- Résolution de $|f(x)| \geq g(x)$

$$|f(x)| \geq g(x) \iff \begin{cases} f(x) \geq g(x) & (a) \\ \text{ou} \\ f(x) \leq -g(x) & (b) \end{cases}$$

- Déterminer $D_{\text{déf}}$.
- Déterminer $S_a = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq g(x)\}$.
- Déterminer $S_b = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq -g(x)\}$.
- L'ensemble solution est donc $S = D_{\text{déf}} \cap (S_a \cup S_b)$.

Remarque: pour résoudre une inéquation avec une inégalité stricte, les inégalités larges doivent être remplacées par les inégalités strictes dans la résolution.