



Enseignant-es: Bossoney, Dubuis, Khukhro
Analyse 1 - CMS
9 novembre 2023
Durée : 105 minutes

Robin des Bois

SCIPER: 999999

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 15 questions et 12 pages, les dernières pouvant être vides. Le total est de 30 points. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
 - les points indiqués si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
     		



Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

Question 1 (3 points)

Soit (a_n) la suite définie par

$$a_n = \sqrt{2n^3 + n^2 + 2} - \sqrt{2n^3 + 2n^2}.$$

Alors

☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1.$

☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty.$

☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0.$

☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty.$

Question 2 (3 points)

Calculer le terme constant (c'est-à-dire celui en x^0) de $\left(\frac{x^2}{3} + \frac{2}{x^3}\right)^5$.

Rappel : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

☐ $\frac{40}{27}$

☐ $\frac{80}{27}$

☐ $\frac{80}{9}$

☐ $\frac{40}{9}$

Question 3 (3 points)

Résoudre l'inéquation $\sqrt{-x^2 + 4} \geq x$ par rapport à la variable x . L'ensemble solution est donné par

☐ $S = [-2, 0[.$

☐ $S = [-2, \sqrt{2}].$

☐ $S = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}].$

☐ $S = [0, \sqrt{2}].$

**Énoncé**

Toutes les questions sur cette page se rapportent au même énoncé.

Soit (a_n) la suite définie par

$$a_n = \frac{2n+1}{3n - \cos(n\pi)}.$$

Question 4 (2 points)

Lequel des encadrements suivants de a_n est valable pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et permet de conclure que (a_n) converge par le théorème des deux gendarmes ?

☐ $0 \leq a_n \leq \frac{2n}{3n-1}$

☐ $\frac{2n+1}{3n+1} \leq a_n \leq \frac{2n+1}{3n-1}$

☐ $\frac{2n+1}{3n} \leq a_n \leq \frac{2n+1}{3n}$

☐ $\frac{2n+1}{3n-1} \leq a_n \leq \frac{2n+1}{3n+1}$

Question 5 (1 point)

La limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ vaut

☐ $\frac{2n+1}{3n}$.

☐ $\frac{2}{3}$.

☐ 1.

☐ 0.

**Vrai ou faux**

Toutes les questions sur cette page se rapportent au même énoncé.

Pour $m \in \mathbb{R}^*$, on considère le trinôme du second degré

$$p(x) = m(x-1)^2 - m(m-1)^2.$$

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

Question 6 (1 point)

Les racines de $p(x)$ sont m et $2-m$.

☐ VRAI ☐ FAUX

Question 7 (1 point)

$$\forall x \in]-\infty, 2-m] \cup [m, +\infty[, p(x) \geq 0.$$

☐ VRAI ☐ FAUX

Question 8 (1 point)

$$p(x) \leq 0 \iff x \in [2-m, m].$$

☐ VRAI ☐ FAUX

Question 9 (1 point)

$$\forall m \in \mathbb{R}^*, m \cdot p(1) \leq 0.$$

☐ VRAI ☐ FAUX

**Vrai ou faux**

Toutes les questions sur cette page se rapportent au même énoncé.

Soit (a_n) une suite. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

Question 10 (1 point)

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$, alors $\forall B < 0, \exists N \in \mathbb{N}^*$ tel que $n \geq N \Rightarrow a_n < B$.

☐

VRAI

☐

FAUX

Question 11 (1 point)

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} |a_n| = +\infty$, alors soit $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$, soit $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$.

☐

VRAI

☐

FAUX

Question 12 (1 point)

Soit une suite (b_n) convergente telle que $0 \leq a_n \leq b_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. Supposons de plus que (a_n) est croissante. Alors (a_n) converge.

☐

VRAI

☐

FAUX

Question 13 (1 point)

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} |a_n| = +\infty$, alors (a_n) n'est pas bornée.

☐

VRAI

☐

FAUX



Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

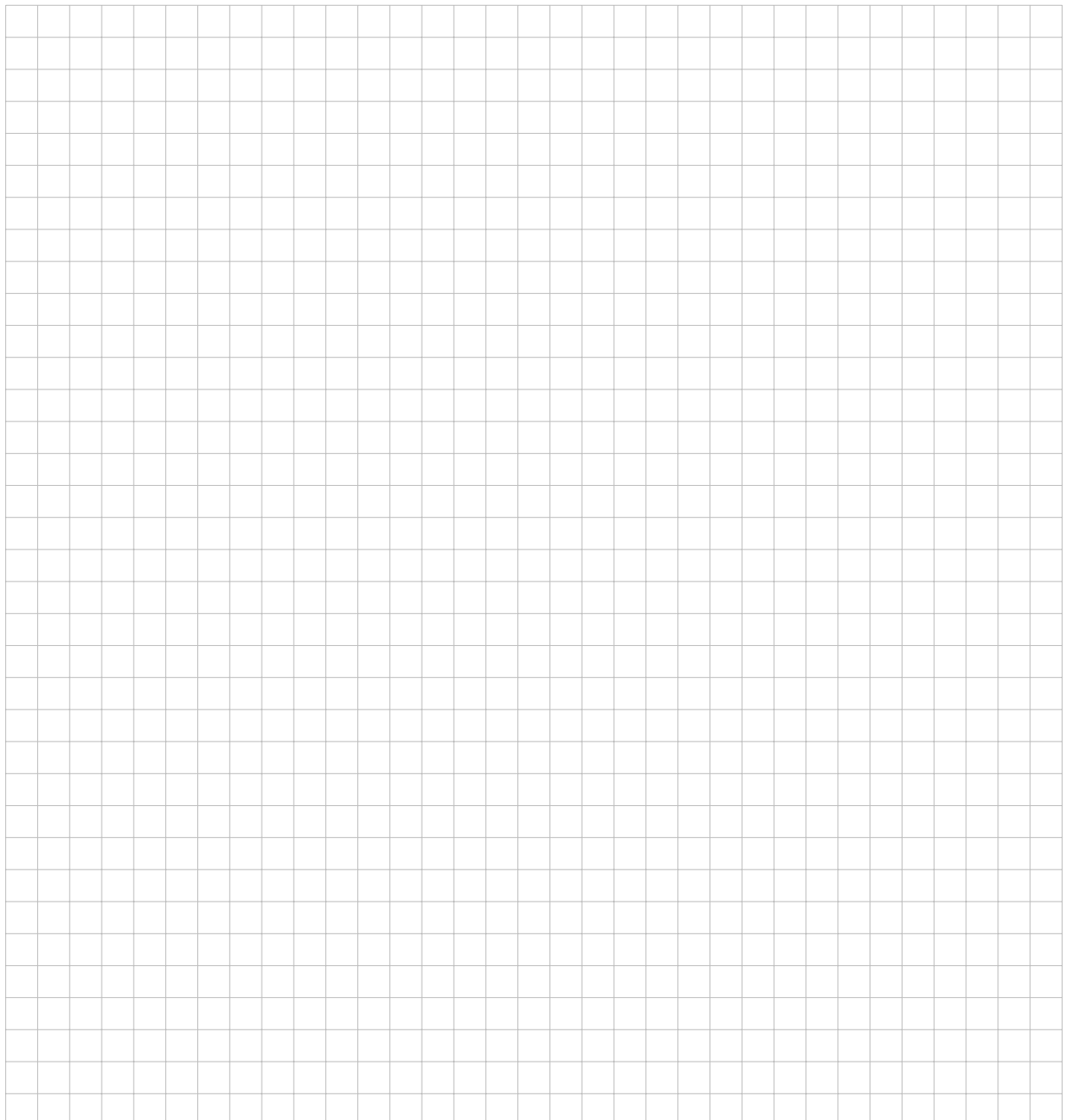
Question 14: *Cette question est notée sur 5 points.*

☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5		
☐	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5

Résoudre l'équation

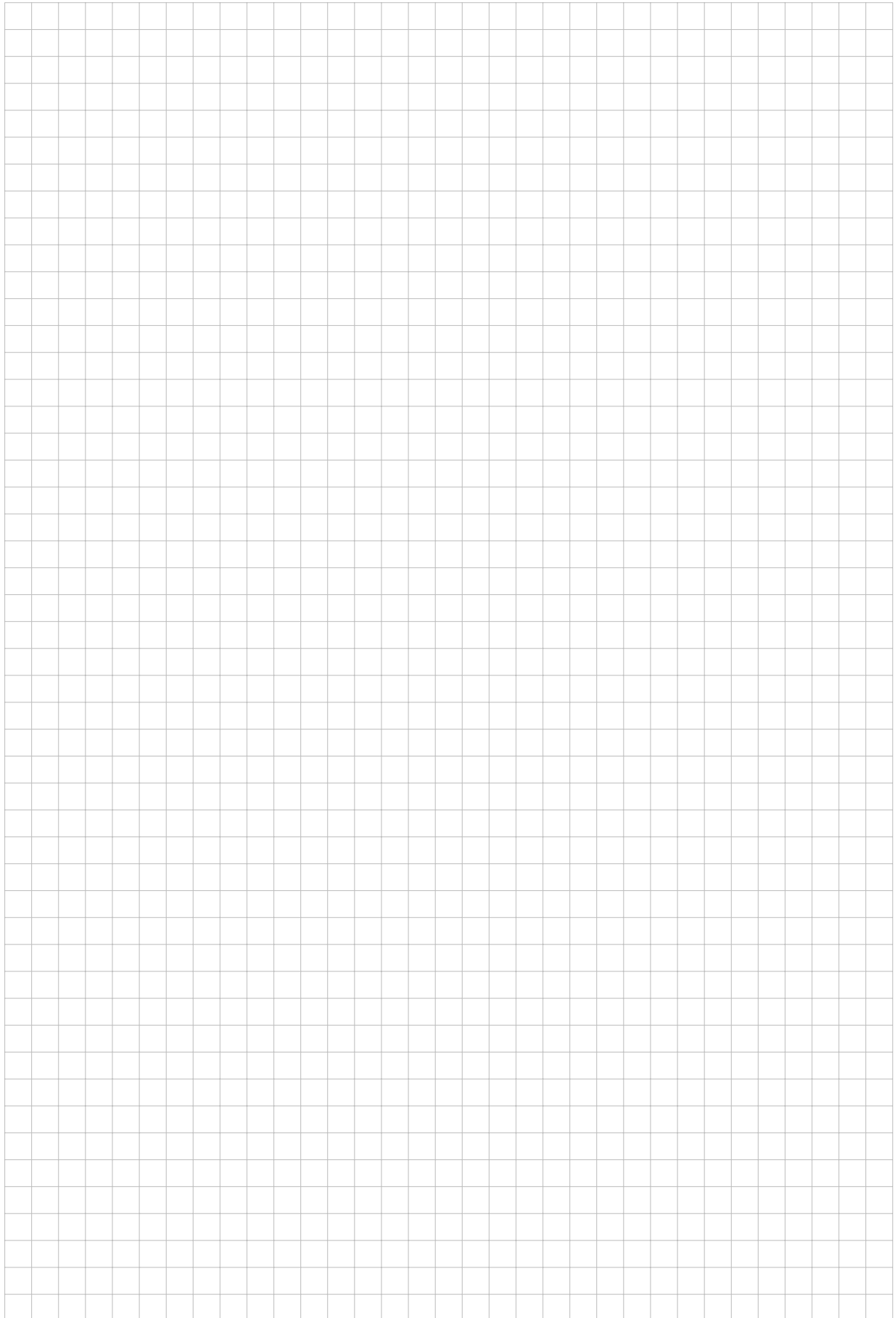
$$|5x + 5| = x - m$$

par rapport à la variable x , en fonction du paramètre $m \in \mathbb{R}$.



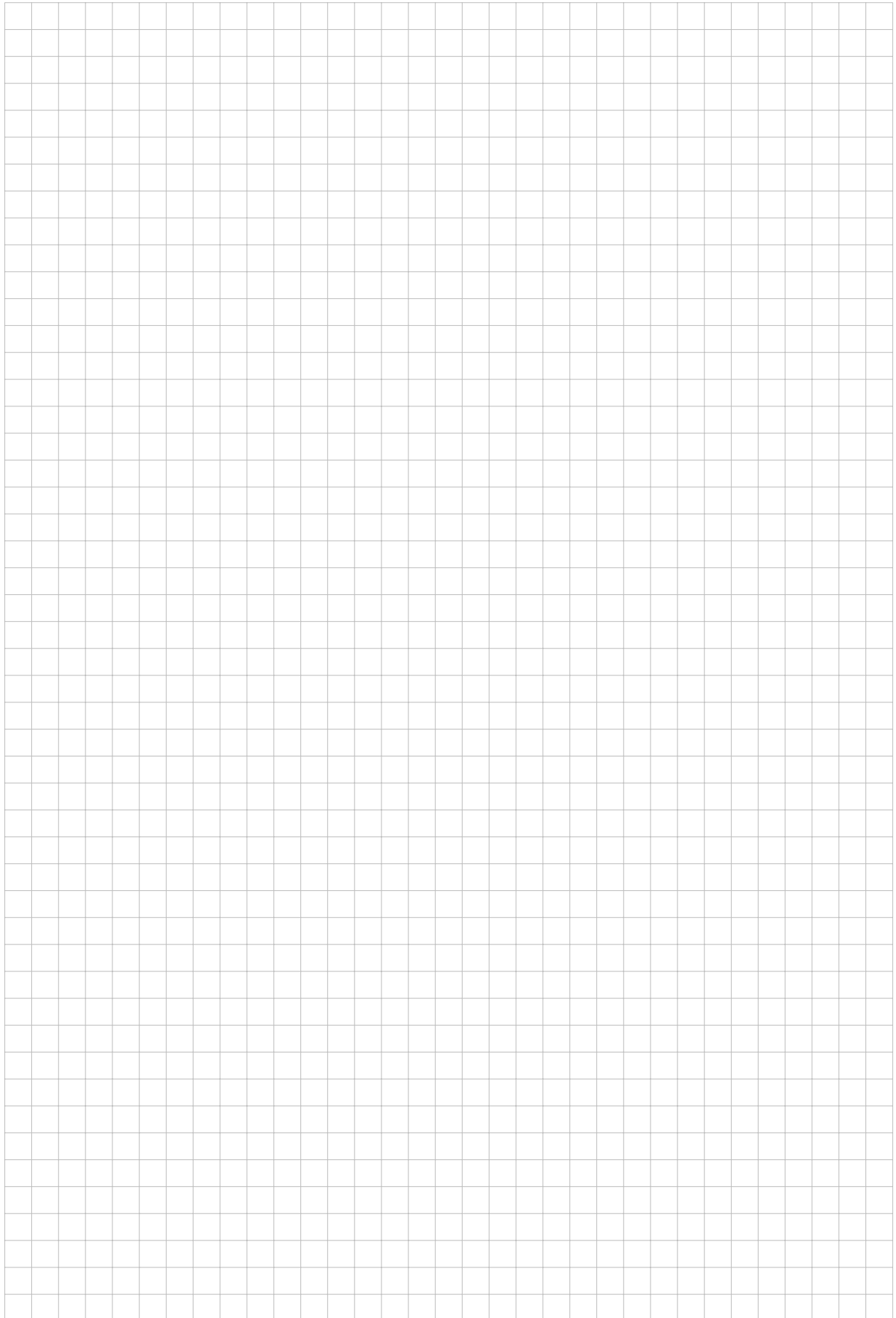


+1/7/54+





+1/8/53+





Question 15: *Cette question est notée sur 5 points.*

	.	5		.	5		.	5		.	5		.	5		.	5
	0		1		2		3		4		5						

Soit la suite de terme général

$$a_n = \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^2.$$

- (a) Calculer la limite l de cette suite à l'aide des règles de calculs.
- (b) Donner la définition de $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l$.
- (c) Montrer, à l'aide de la définition, que (a_n) converge vers le nombre l calculé au point (a).





+1/10/51+

