

Ch. 3: L'optique géométrique

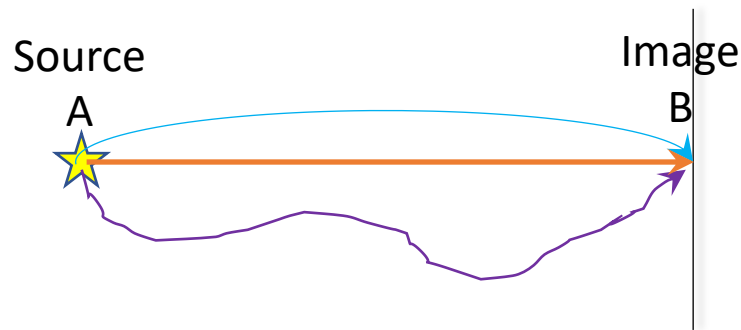
Rappel des bases:

- Le modèle le plus ancien et simple
- L'hypothèse de base: longueur d'onde $\ll$ dimensions du système optique
- La propagation de la lumière suit des lignes droites (dans un milieu homogène)
- La vitesse de la lumière dans un milieu est: c/n , n = **indice de réfraction**
- Pour calculer la trajectoire d'un faisceau, on utilise le **principe de Fermat**:

La trajectoire de la lumière suit le chemin qui donne un point stationnaire (souvent un minimum) au chemin optique.

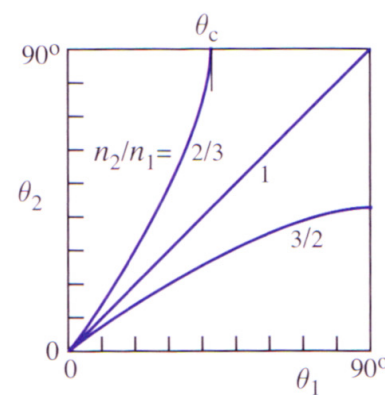
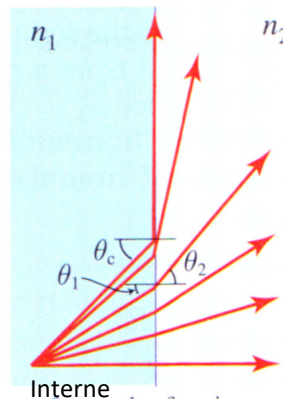
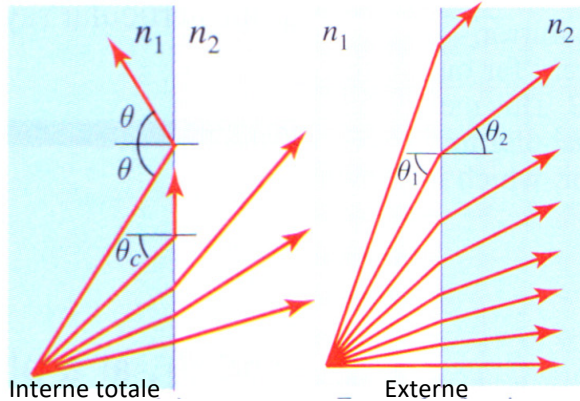
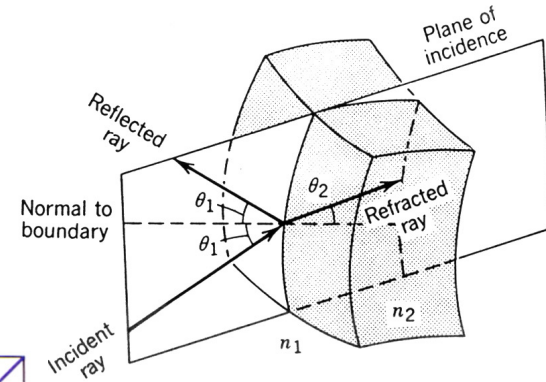
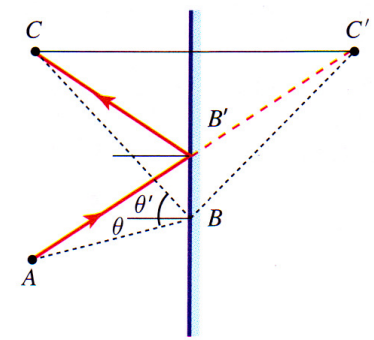
Autrement dit, c'est le chemin qui annule la variance:

$$\delta \int_A^B n(\mathbf{r}) ds = 0$$



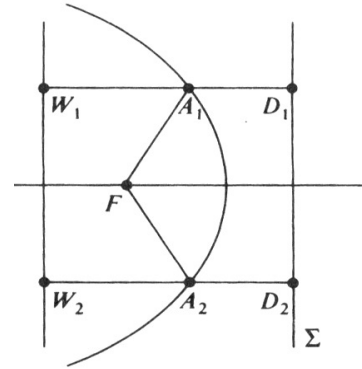
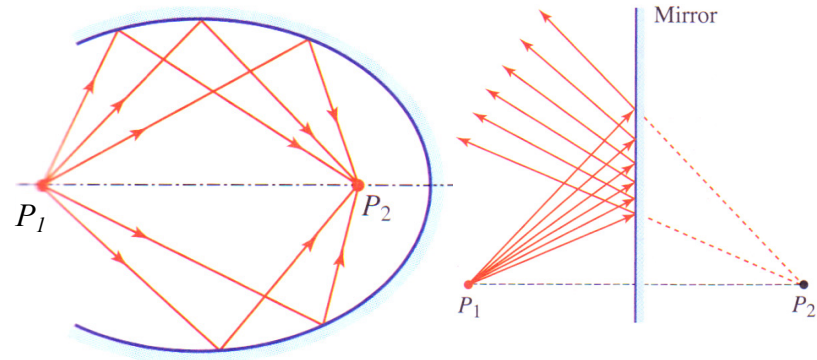
Les bases: réflexion et réfraction

- La réflexion par un miroir ou à l'interface entre deux milieux : $\theta_r = \theta_i$
- La réfraction par une telle interface (loi de Snell-Descartes): $n_t \sin \theta_t = n_i \sin \theta_i$
- Ces deux lois peuvent être prouvées pour les ondes électromagnétiques (ch.2)
- La réflexion est appelé **interne** si $n_t < n_i$, et **externe** si $n_t > n_i$
- Dans la réflexion **interne**, si : $\theta_i > \theta_c = \sin^{-1}(n_t/n_i)$, on est en **réflexion interne totale**
- En utilisant les lois de la réflexion et de la réfraction, plus besoin de recalculer avec le principe de Fermat

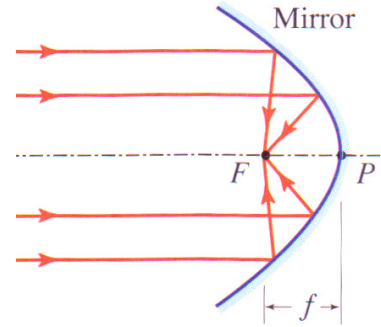
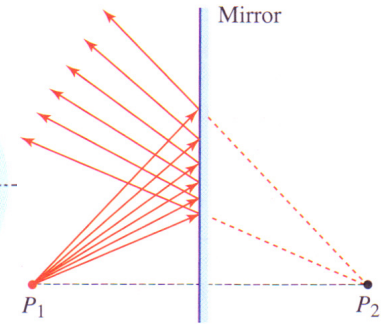


Dispositifs simples: miroirs

- Le **miroir plan** est le plus répandu dans la vie courante. La règle de la réflexion: $\theta_r = \theta_i$ donne lieu à une image inversée (gauche-droite)
- Le **miroir parabolique (paraboloïdal)** : focalise un faisceau parallèle en un point et vice versa. La preuve géométrique (par Fermat): C'est l'ensemble des points dont la distance vers un point fixe et une ligne est égale. Utilisation: phares, projecteurs, télescopes
- Le **miroir elliptique** envoie l'image d'un point focal vers un autre. La preuve géométrique (par Fermat): C'est l'ensemble des points dont la somme des distances aux deux points focaux est constante
- On définit **l'axe optique** = l'axe de symétrie rotationnelle du système. Système 1D (R).



$$\begin{aligned}W_1 A_1 + A_1 F &= W_2 A_2 + A_2 F \\W_1 A_1 + A_1 D_1 &= W_2 A_2 + A_2 D_2 \\A_1 F &= A_1 D_1 \\A_2 F &= A_2 D_2\end{aligned}$$

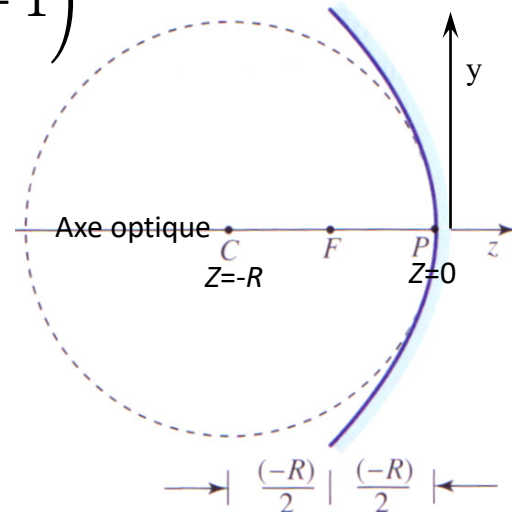


Dispositifs simples: Le miroir sphérique

- Le **miroir sphérique** est le plus utilisé pour focaliser et former des images, car plus facile à fabriquer que le miroir parabolique .
- L'approximation paraxiale:** La distance de l'axe optique est petite $\Leftrightarrow$ les angles sont petits. Une approximation extrêmement importante!
- Avec l'approximation paraxiale, la surface sphérique ressemble à la surface paraboloidale.
- Analyse (en 2D): L'équation de la surface du cercle est: $y^2 + (z + R)^2 = R^2$, ou:

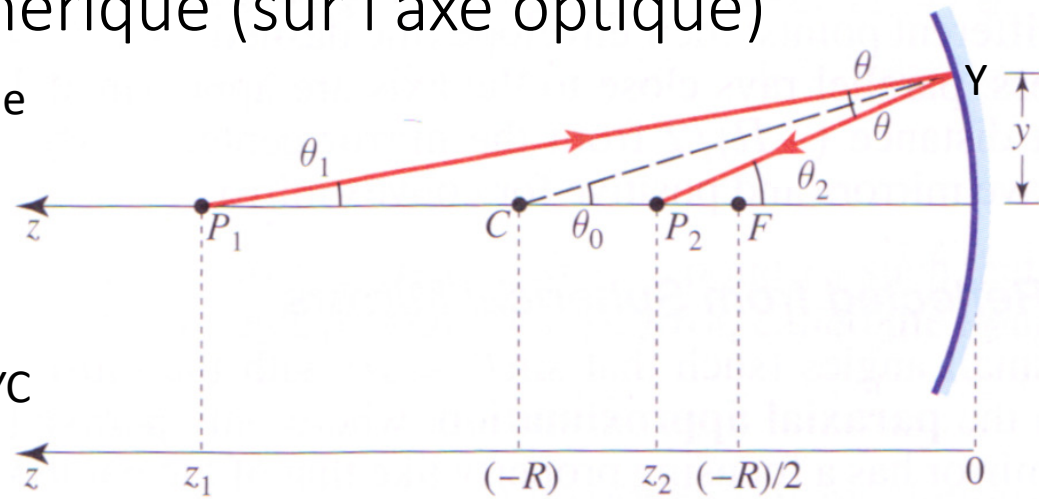
$$z = \sqrt{R^2 - y^2} - R = R \left(\sqrt{1 - \frac{y^2}{R^2}} - 1 \right) = R \left(\left(1 - \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{8R^4} - \dots \right) - 1 \right)$$

- En 1^{ère} ordre ($y \ll R$): $z \approx -\frac{y^2}{2R}$.
- C'est une parabole avec le point focal à: $f = -R/2$.
- Pour aller plus loin, la 1^{ère} correction est: $\frac{\Delta z}{z} \cong \frac{y^2}{4R^2}$.
- Exemple: si $y=R/5=f/2.5$, l'erreur est: $\Delta z/z = 1\%$.
- En 3D, on substitue dans les équations:
 $y^2 \rightarrow x^2 + y^2 \equiv \rho^2$, pour obtenir les mêmes résultats.



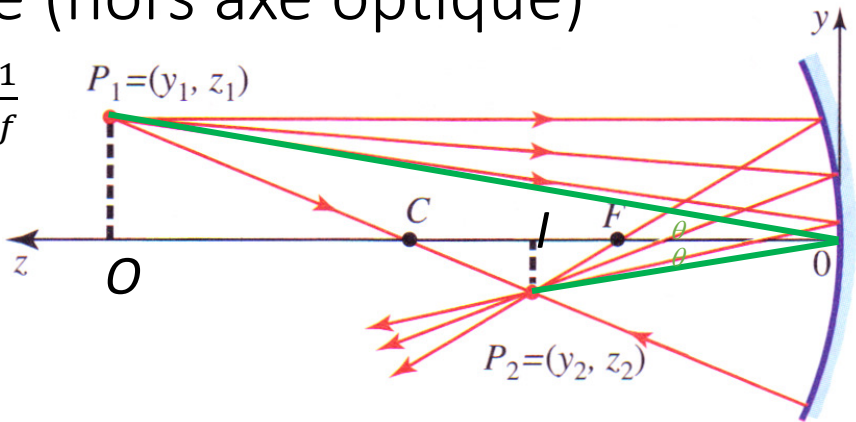
Focalisation par le miroir sphérique (sur l'axe optique)

- L'objet sur l'axe optique au point P_1 donne une image au point P_2 .
- La loi de la réflexion donne:
$$\theta_1 + \theta = \theta_0 \quad \Rightarrow \quad \theta_1 + \theta_2 = 2\theta_0$$
$$\theta_0 + \theta = \theta_2$$
- Avec un calcul géométrique (triangles P_1YC et CYP_2) :
$$\tan^{-1}\left(\frac{y}{z_1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{y}{z_2}\right) = 2 \tan^{-1}\left(\frac{y}{R}\right)$$
- L'approximation paraxiale: $\tan \theta \approx \theta$ donne:
$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{f} \quad f \equiv R/2$$
- C'est l'équation fondamentale de l'imagérie (o = objet, i = image) : $\frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_i} = \frac{1}{f}$



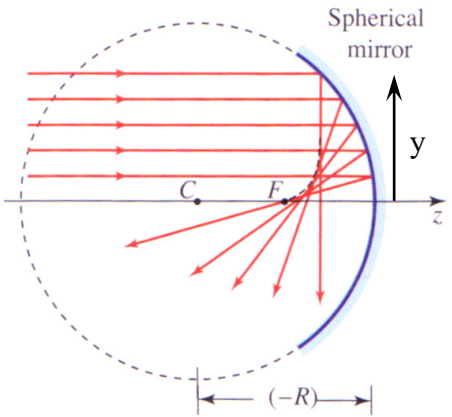
Focalisation par le miroir sphérique (hors axe optique)

- L'équation fondamentale de l'imag rie: $\frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_i} = \frac{1}{f}$
reste valable pour un objet hors axe !
- On est toujours dans l'**approximation paraxiale**!
- L'**agrandissement** est: $M \equiv \frac{y_2}{y_1} = -\frac{z_2}{z_1}$
- La **convention des signes** est importante:



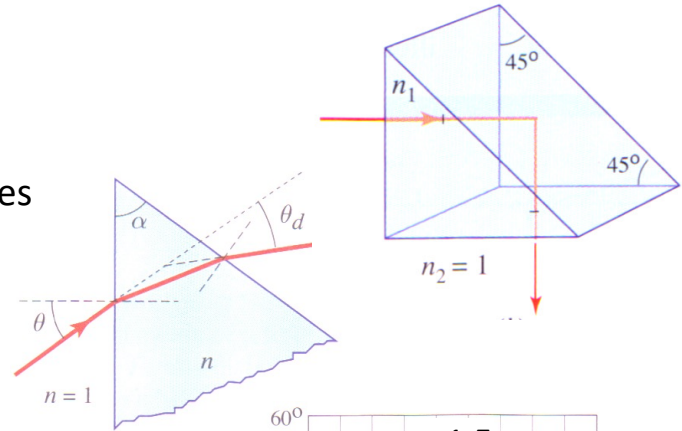
Distance	Signe	
	+	-
z_o	A gauche, objet réel	A droite, objet virtuel
z_i	A gauche, image réelle	A droite, image virtuelle
f	Miroir concave	Miroir convexe
R	Centre � droite, convexe	Centre � gauche, concave
y_o	Au-dessus de l'axe, objet droit	En-dessous de l'axe, objet inversé
y_i	Au-dessus de l'axe, image droite	En-dessous de l'axe, image inversée

Quand y est trop grand, le point focal change (**aberration sphérique**)



Dispositifs simples: prismes

- Les prismes sont utilisés de plusieurs manières:
 - Comme miroirs, en utilisant la **réflexion interne totale** (p. ex. dans les binoculaires), et comme diviseurs de puissance (ch.2)
 - Comme éléments polarisants (ch.4)
 - Comme éléments dispersifs, qui tournent la direction du faisceau



- L'angle de déviation du faisceau est donné par:

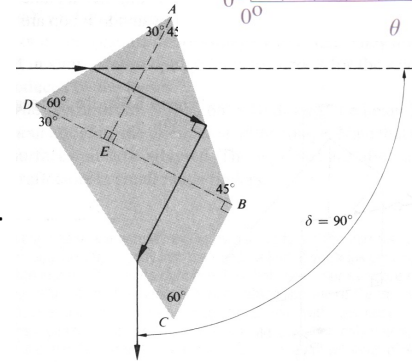
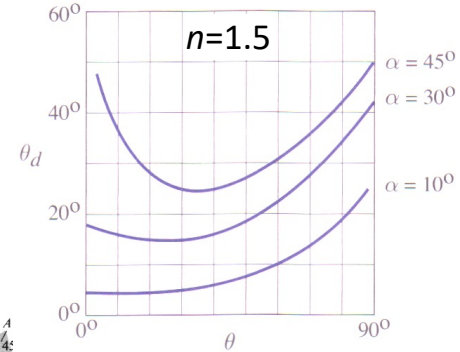
$$\theta_d = \theta - \alpha + \sin^{-1}[\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \sin \alpha - \sin \theta \cos \alpha]$$

- La déviation est en minimum $\theta_d = \delta_m$ et indépendant de θ ($\frac{d\theta_d}{d\theta} = 0$)

quand la situation est symétrique. Dans ce cas, le faisceau à l'intérieur du prisme est parallèle à sa base, et nous pouvons

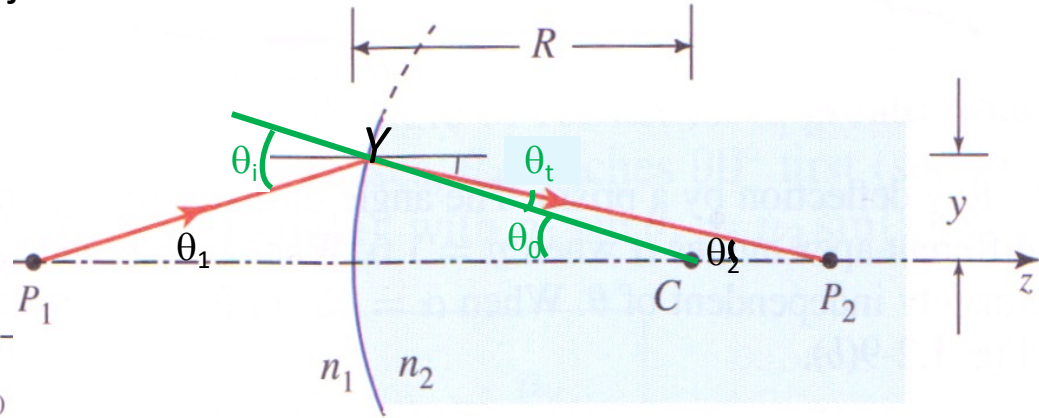
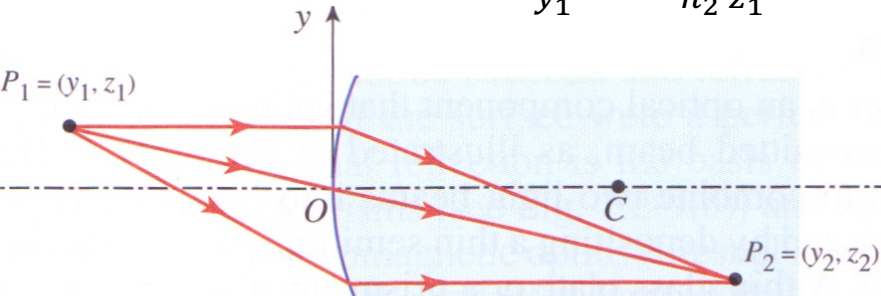
trouver n par: $n = \frac{\sin[(\delta_m + \alpha)/2]}{\sin(\alpha/2)}$

- Il y a des prismes à déviation constante, comme celui de Pellin-Broca: $\delta_m = 90^\circ$, si $\sin(\theta_i) = n/2$, ou: $n = 2 \sin(\delta_m/2 + 30^\circ)$



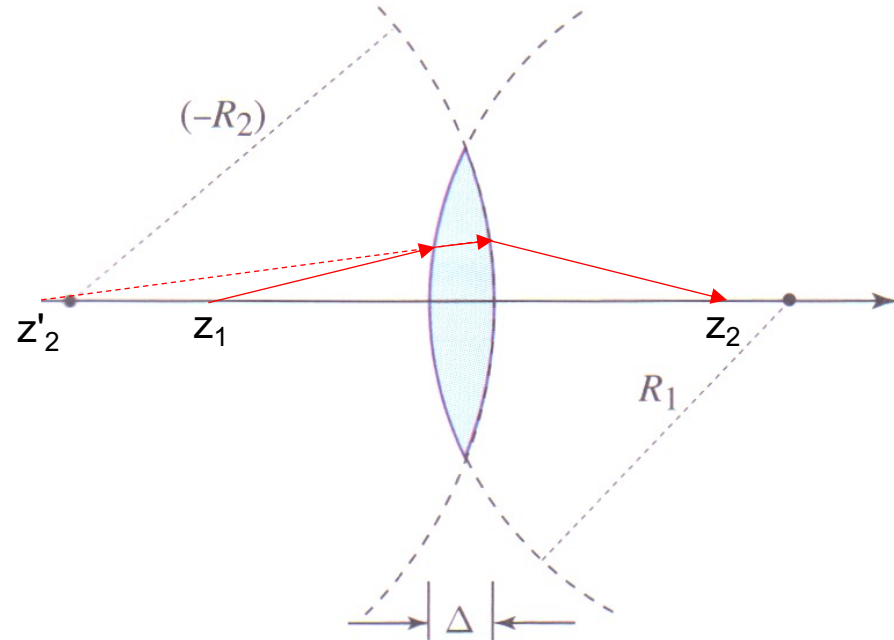
Dispositifs simples: dioptries

- Le **dioptre** est une surface courbe, p. ex. sphérique, entre deux milieux d'indices différents.
- Le calcul de la réfraction contient deux formules non-linéaires:
 - La loi de Snell
 - Le calcul géométrique (la courbure de la surface sphérique)
- Par l'approximation paraxiale ($\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$) on a un calcul simplifié: $\theta_1 + \theta_0 = \theta_i$ et: $\theta_2 + \theta_t = \theta_0$. Cela donne: $n_1(\theta_1 + \theta_0) = n_2(\theta_0 - \theta_2)$ ou: $n_1\theta_1 + n_2\theta_2 = \theta_0(n_2 - n_1)$.
- Les angles sont: $\theta_1 = \frac{y}{z_1}$, $\theta_2 = \frac{y}{z_2}$, $\theta_0 = \frac{y}{R}$, ce qui donne: $\frac{n_1}{z_1} + \frac{n_2}{z_2} = \frac{1}{R}(n_2 - n_1)$.
- La même équation est valable pour un objet sur l'axe ou hors axe
- L'agrandissement: $M \equiv \frac{y_2}{y_1} = -\frac{n_1 z_2}{n_2 z_1}$



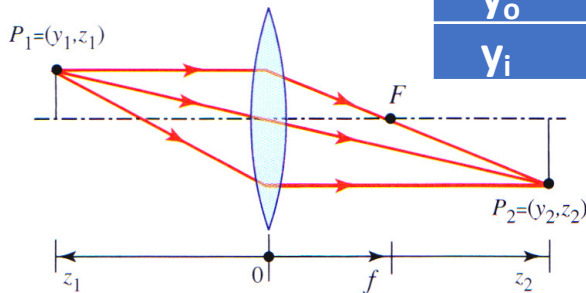
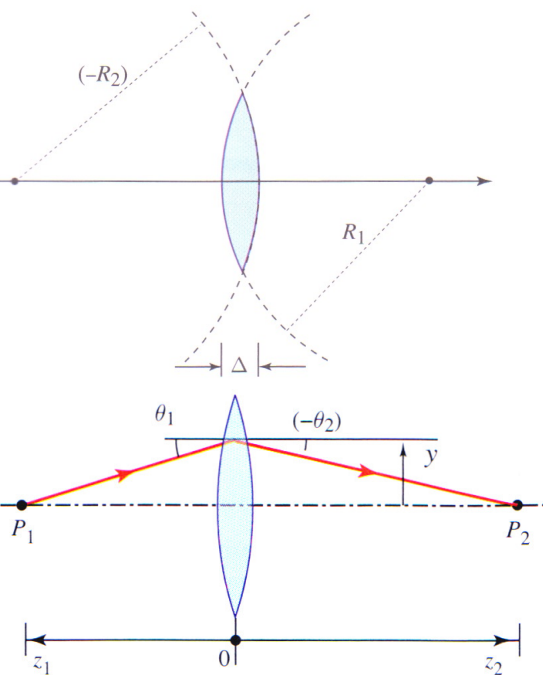
Dispositifs simples: lentilles minces

- Une **lentille** peut être analysée comme deux dioptries, distancés de Δ .
- Le premier dioptre donne: $\frac{n_1}{z_1} + \frac{n_2}{z'_2} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_1}$. Ce rayon (vers z'_2) est la source pour le deuxième dioptre, qui est déplacé de Δ par rapport au premier.
- En utilisant la convention des signes ($z'_2 < 0$ pour le premier dioptre mais > 0 pour le second), on a: $\frac{n_1}{z_2} + \frac{n_2}{\Delta - z'_2} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_2}$.
- La somme des deux équations donne:
$$\frac{n_1}{z_1} + \frac{n_1}{z_2} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_1} - \frac{(n_2 - n_1)}{R_2} - \frac{n_2}{z'_2} - \frac{n_2}{\Delta - z'_2}$$
$$= (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) - \frac{\Delta n_2}{z'_2 (\Delta - z'_2)}.$$
- Pour une lentille **mince** ($\Delta \ll z'_2$), $n_1 = 1$, $n_2 = n$:
$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \approx (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \equiv \frac{1}{f}$$



Dispositifs simples: lentilles minces

- Pour une lentille **mince** ($\Delta \ll z$) : $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \approx (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \equiv \frac{1}{f}$
- La même équation est valable pour un objet sur l'axe ou hors axe
- L'agrandissement: $M \equiv \frac{y_2}{y_1} = -\frac{z_2}{z_1}$



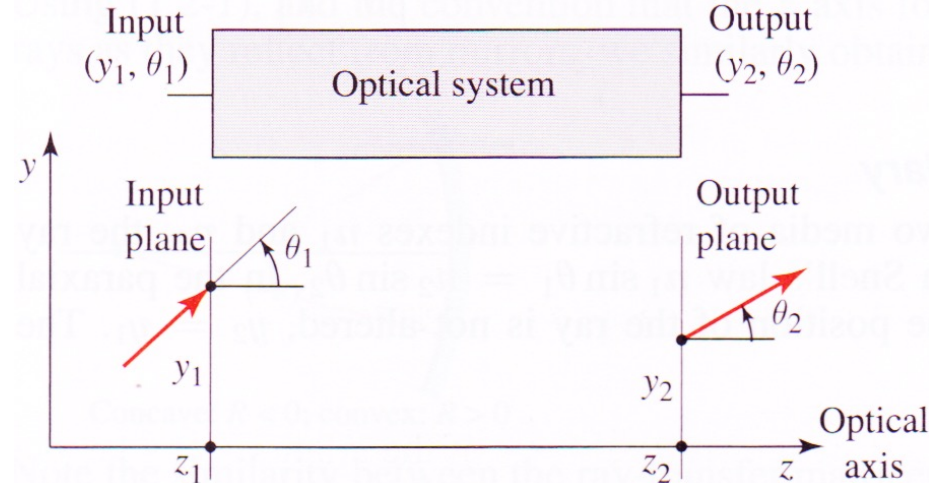
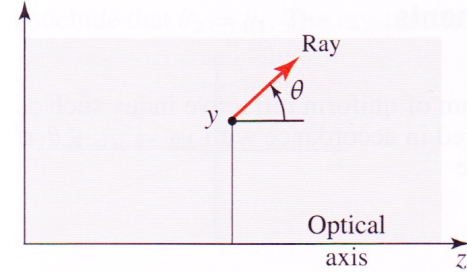
Convention des signes:

Distance	Signe	
	+	-
S_o	Objet réel	Objet virtuel
S_i	Image réelle	Image virtuelle
f	Convergente	Divergente
y_o	Objet droit	Objet inversé
y_i	Image droite	Image inversée

Les matrices de transfert

- Une méthode simple pour calculer la réponse des systèmes optiques:
 - On utilise l'**approximation paraxiale**
 - On caractérise le faisceau, en position z sur l'axe optique, par deux paramètres: hauteur y et angle θ .
- La réponse d'un système optique est caractérisé par une **matrice de transfert** 2x2 qui relie les deux paramètres à la sortie (y_2, θ_2) avec ceux à l'entrée (y_1, θ_1) :

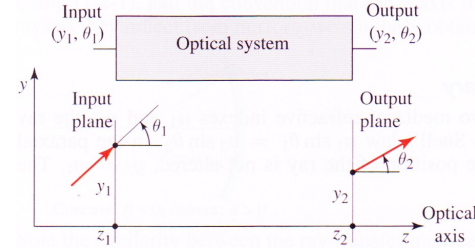
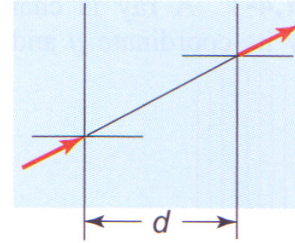
$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \equiv M \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$



Matrices de transfert des composants optiques

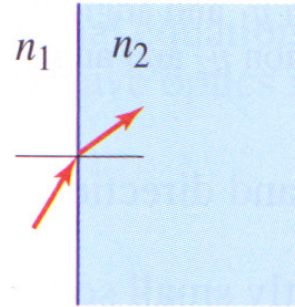
- Propagation d'une distance d dans l'espace libre (milieu homogène): L'angle reste le même, la hauteur est augmenté par $\theta_1 d$:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



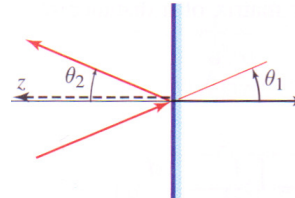
- Passage d'une interface entre deux milieux: La hauteur reste la même, l'angle change par Snell:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix}$$



- Réflexion par un miroir plane (le changement de direction n'est pas pris en compte):

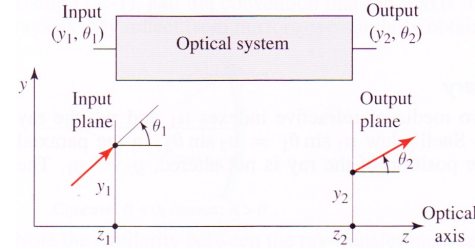
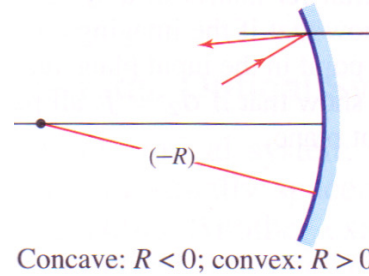
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Matrices de transfert des composants optiques

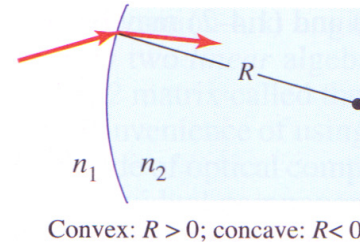
- Réflexion par un miroir sphérique (le changement de direction n'est pas pris en compte):

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/R & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$



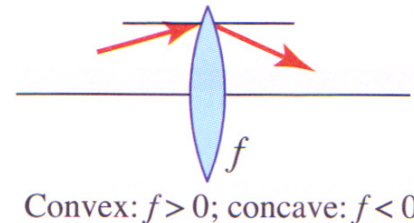
- Passage d'un dioptre:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n_2 - n_1)}{n_2 R} & n_1/n_2 \end{pmatrix}$$



- Passage d'une lentille mince: La hauteur reste la même, l'angle diminue par $1/f$:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$



Matrices de transfert des systèmes

- Pour un système complexe, on suit le faisceau à travers toutes les matrices en les multipliant:

$$M = M_N \dots M_2 M_1$$

- Exemple: un objectif d'appareil photo simple, composé de quatre éléments:

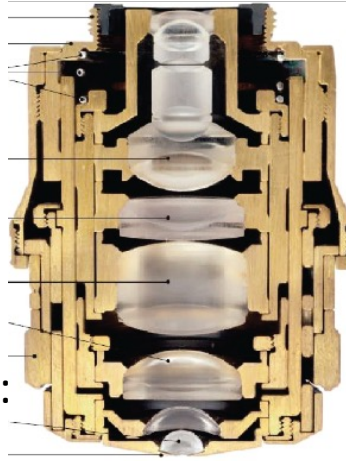
La solution demande la multiplication de 13 matrices:

$$\mathcal{A}_{71} = \mathcal{R}_7 \mathcal{T}_{76} \mathcal{R}_6 \mathcal{T}_{65} \mathcal{R}_5 \mathcal{T}_{54} \mathcal{R}_4 \mathcal{T}_{43} \mathcal{R}_3 \mathcal{T}_{32} \mathcal{R}_2 \mathcal{T}_{21} \mathcal{R}_1$$

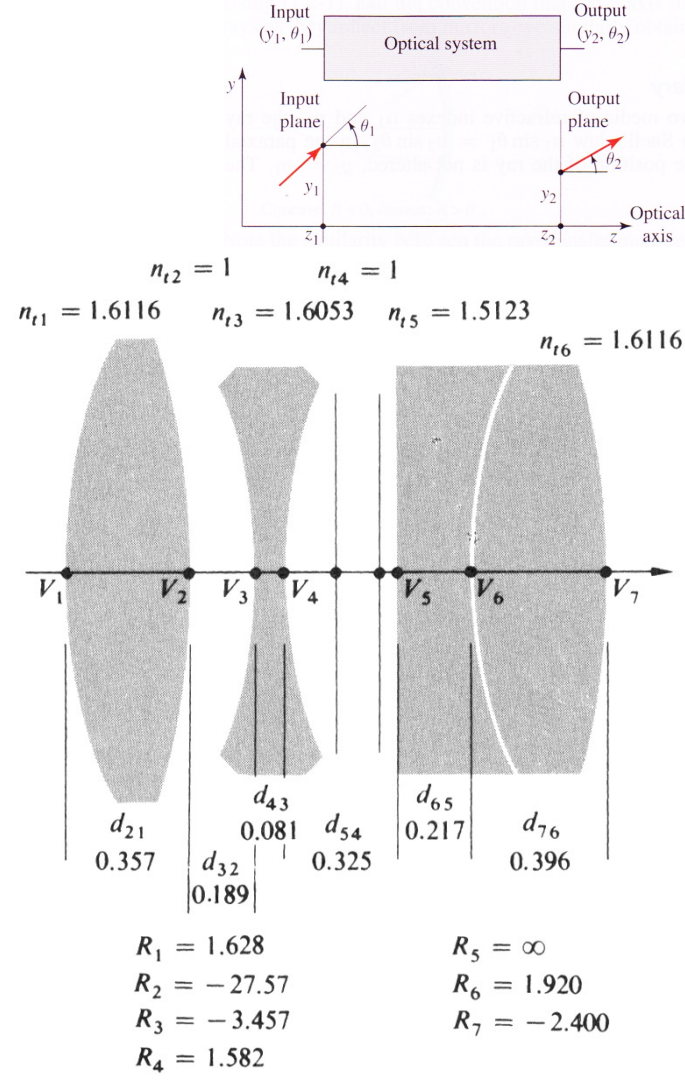
- Des objectifs modernes utilisent encore plus d'éléments:



Téléobjectif



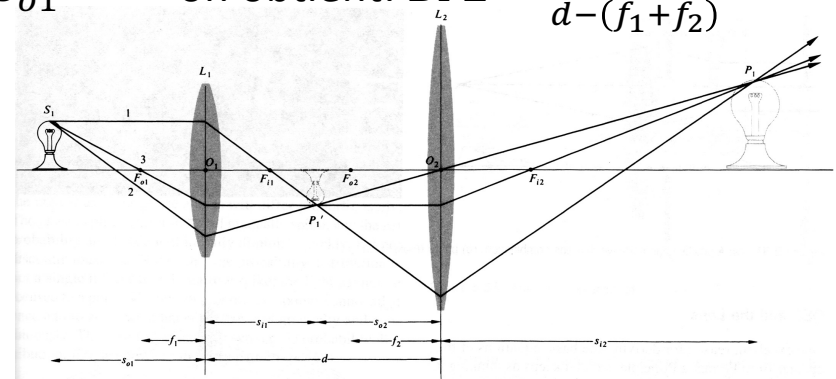
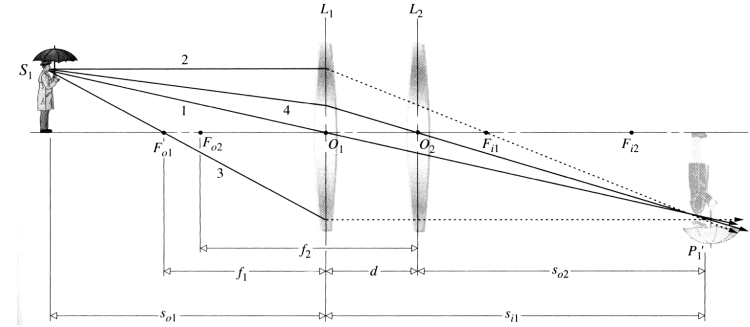
Objectif de microscope:



Systèmes de lentilles – calcul exact

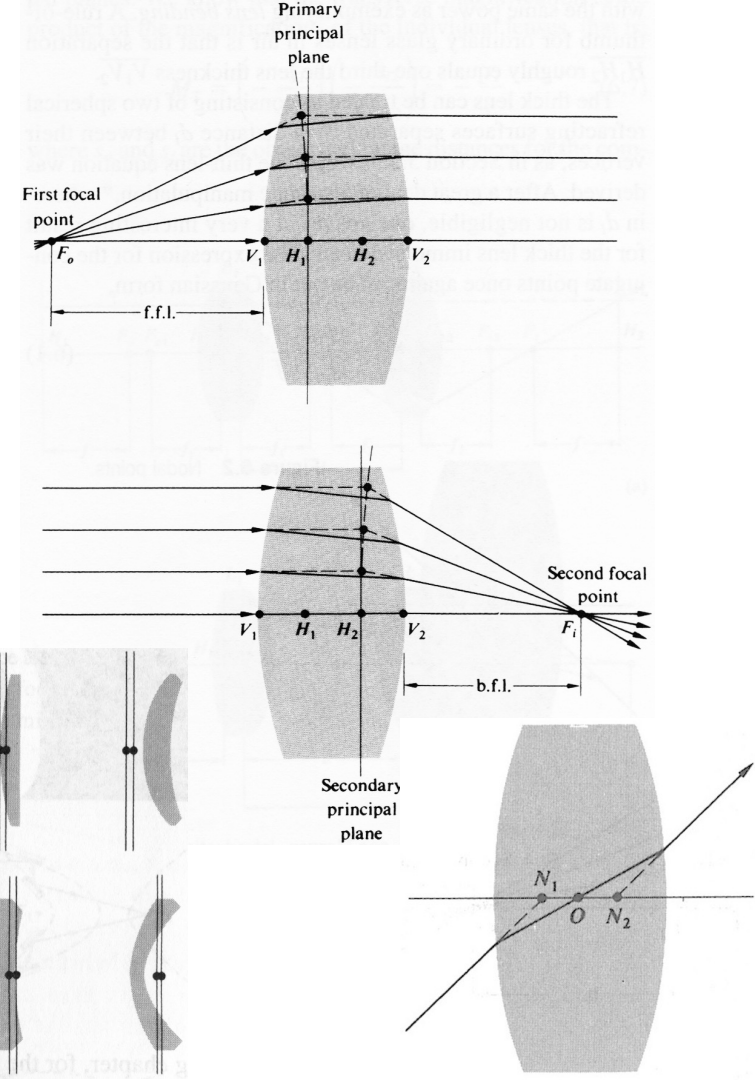
- Un système de deux lentilles minces, à une distance d
- La position de l'image est: $S_{i2} = \frac{f_2 d - f_2 S_{o1} f_1 / (S_{o1} - f_1)}{d - f_2 - S_{o1} f_1 / (S_{o1} - f_1)}$
- L'agrandissement du système est: $M = M_1 M_2 = \frac{f_1 S_{i2}}{d(S_{o1} - f_1) - S_{o1} f_1}$
- On définit la **distance focale avant** (FFL) comme la distance entre la surface de la première lentille et le point focal avant. En posant $S_{i2} \rightarrow \infty$ on obtient: $\text{FFL} = \frac{f_1(d - f_2)}{d - (f_1 + f_2)}$
- On définit la **distance focale arrière** (BFL) comme la distance entre la surface de la dernière lentille et le point focal arrière. En posant $S_{o1} \rightarrow \infty$ on obtient: $\text{BFL} = \frac{f_2(d - f_1)}{d - (f_1 + f_2)}$
- Pour le cas $d \rightarrow 0$: $\frac{1}{S_{i2}} + \frac{1}{S_{o1}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \equiv \frac{1}{f}$
- On peut définir la dioptrie: $D \equiv \frac{1}{f}$ pour obtenir:

$$D = D_1 + D_2$$
- Pour plusieurs lentilles: $D = \sum D_i$



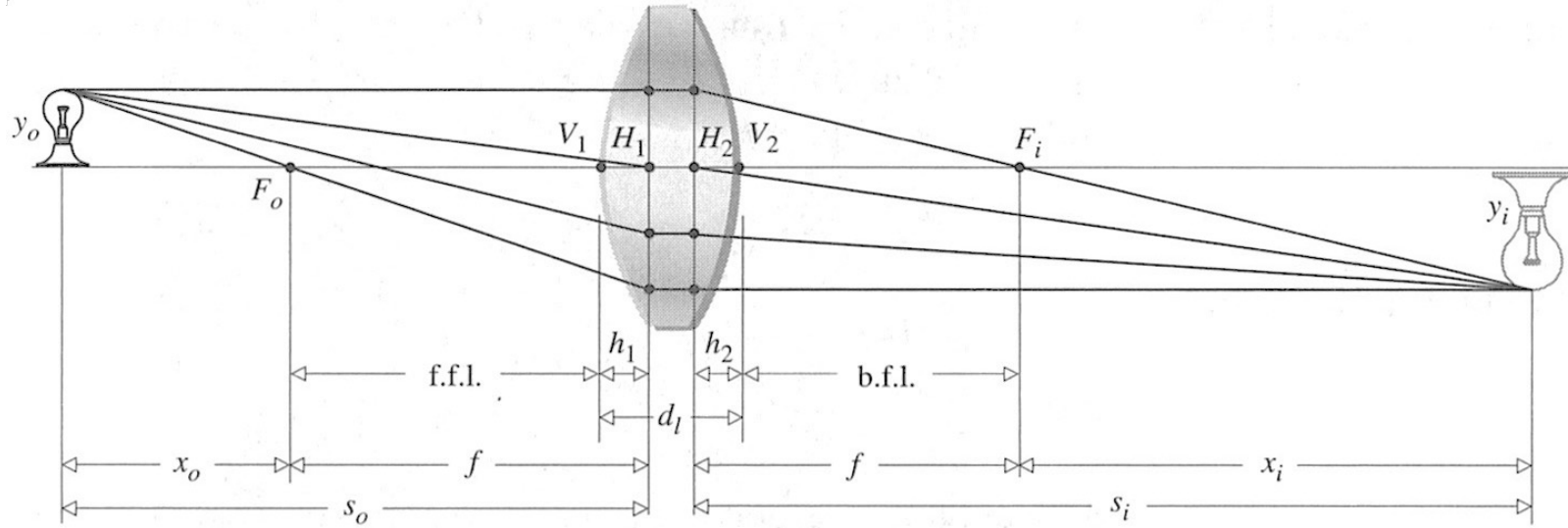
La lentille épaisse: définitions

- Dans une lentille épaisse on définit les **plans principaux** (primaire et secondaire): ce sont les plans imaginaires (différents des surfaces de la lentille) où le rayon change de direction.
- Les **points principaux** (H_1 et H_2) sont les intersections de ces plans avec l'axe optique, différents des extrémités de la lentille V_1 et V_2 . Ils peuvent se trouver en dehors de la lentille.
- Un faisceau qui passe par le centre optique O sort dans une direction parallèle. Les **points nodaux** N_1 et N_2 sont ses intersections avec l'axe optique.



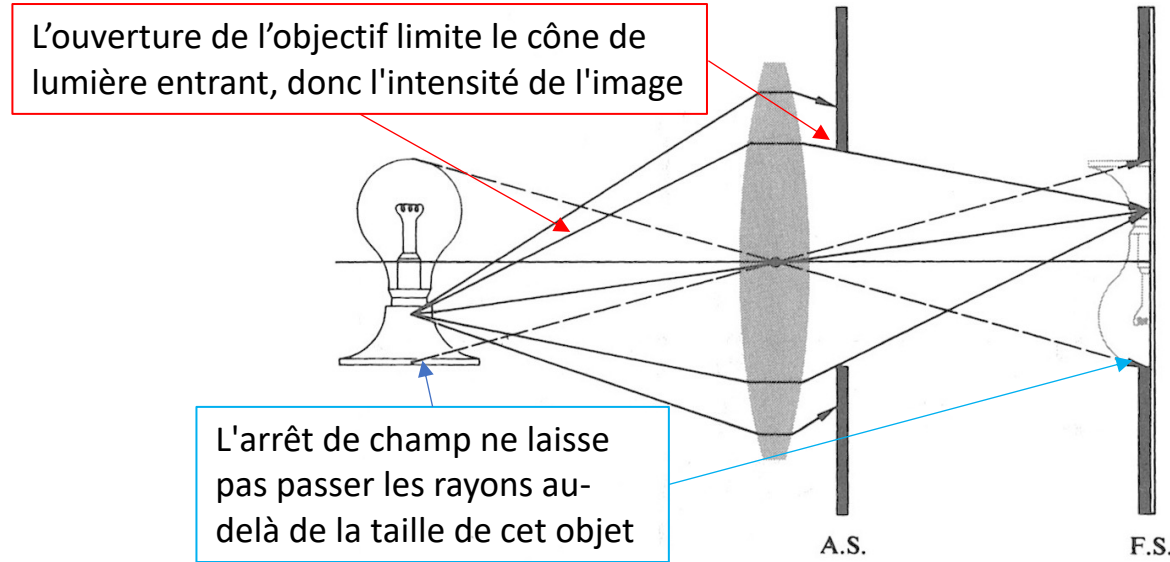
La lentille épaisse: équations

- Les équations de la lentille épaisse: $\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d_l}{nR_1R_2} \right)$
- d_l = distance entre les extrémités de la lentille (V_1 et V_2).
- Les distances focales (avant et arrière) sont aussi mesurées par rapport à V_1 et V_2 .
- Par contre, S_o , S_i sont mesurés à partir de H_1 , H_2 , avec: $h_1 = -\frac{f(n-1)d_l}{nR_2}$, $h_2 = -\frac{f(n-1)d_l}{nR_1}$
- L'agrandissement est toujours donné par: $M \equiv \frac{y_2}{y_1} = -\frac{S_i}{S_o}$.



Les diaphragmes et pupilles (1)

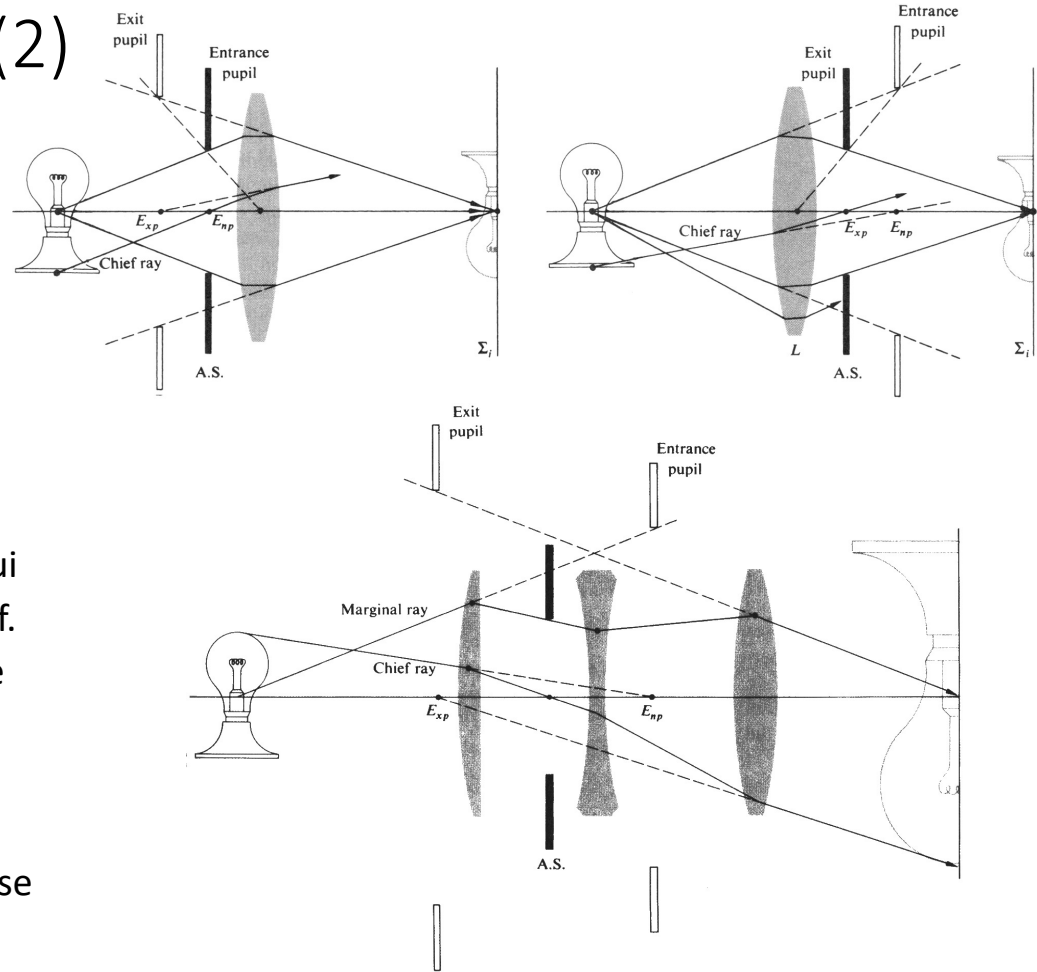
- Dans un système optique on trouve souvent des diaphragmes pour différentes raisons:
 - L'ouverture de l'objectif (aperture stop, A.S.) limite la quantité de lumière qui entre le système, donc la brillance de l'image (p. ex. pour éviter la saturation du capteur)
 - L'arrêt de champ (field stop, F.S.) limite l'extension de l'image et les rayons obliques qui peuvent ajouter des distortions à l'image.
- Parfois c'est le bord de la lentille, ou de l'élément d'imagerie (capteur), qui joue le rôle d'une ouverture de l'objectif ou d'un arrêt de champ.



Les diaphragmes et pupilles (2)

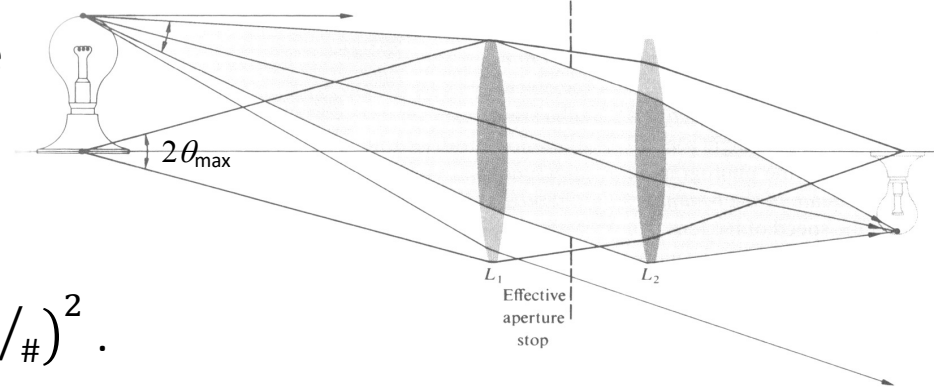
- On définit:

- **Pupille d'entrée** (entrance pupil) = image de l'ouverture de l'objectif vue depuis un point axial de l'objet.
- **Pupille de sortie** (exit pupil) = image de l'ouverture de l'objectif vue depuis un point axial de l'image.
- **Rayon principal** (chief ray) = le rayon émergeant d'un point (hors axe) de l'objet, qui passe par le centre de l'ouverture de l'objectif. Il entre le système dans la direction du centre de la pupille d'entrée et sort dans la direction depuis le centre de la pupille de la sortie.
- **Rayon marginal** (marginal ray) = le rayon émergeant d'un point axial de l'objet, qui passe par le bord de l'ouverture de l'objectif. Il représente l'angle maximal du rayon qui peut encore passer par le système.



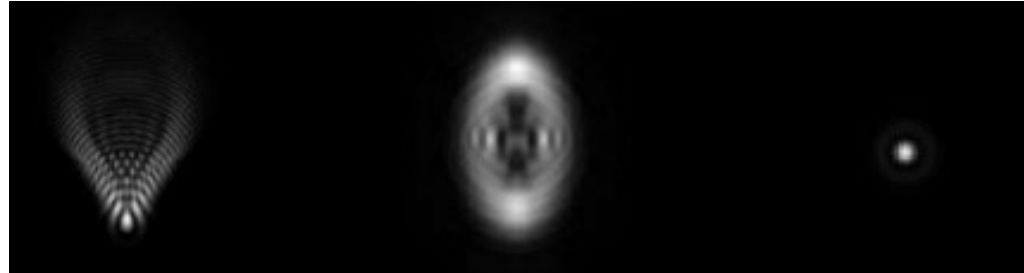
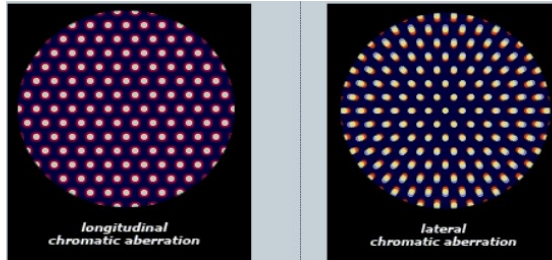
Dans un système complexe, il faut tracer les rayons à travers les différents éléments optiques pour trouver les pupilles et rayons...

-
- A romantic wedding photograph of a bride and groom. The bride, on the left, is wearing a white wedding dress with a long veil and a pearl necklace. She is looking towards the groom. The groom, on the right, is wearing a dark suit and is looking back at the bride. They are sitting in a small boat, and the background is a calm body of water under a bright sky.



Les aberrations optiques

- Dans l'analyse des systèmes optiques, nous avons fait deux approximations:
 - L'approximation de la surface sphérique par une surface paraboloidale. La première correction est en 3^{ème} ordre : $\Delta\theta = \frac{\Delta z}{z} \cong \frac{y^2}{4R^2} = \frac{\theta^3}{4} \left(\frac{z}{R}\right)^2$.
 - L'approximation de la loi de Snell par: $\sin \theta \approx \theta$ (que pour les lentilles). La première correction est en 3^{ème} ordre : $\Delta\theta \cong \frac{(\theta_2^3 - \theta_1^3)}{3}$.
- Il y a 5 types d'aberrations monochromatiques du 3^{ème} ordre (de Seidel).
- Les lentilles ont aussi des aberrations **chromatiques**, dus à la **dispersion** (la dépendance spectrale de n) .
- Même sans aberrations, il y a toujours l'ultime limite de la diffraction (ch.9)



L'aberration sphérique

- L'aberration sphérique concerne les objets sur l'axe optique.
- Dans un dioptre, l'équation paraxiale est:

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} \approx \frac{1}{R} (n_2 - n_1)$$

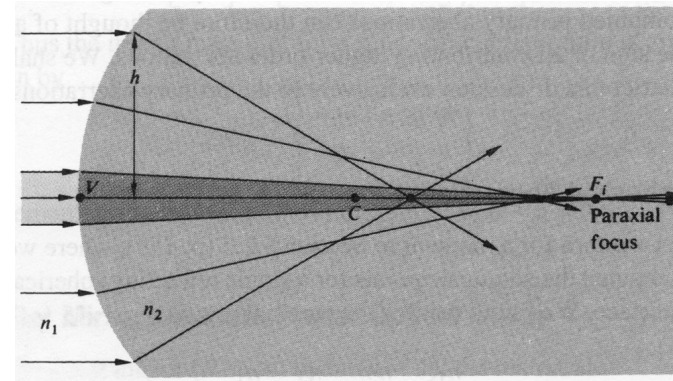
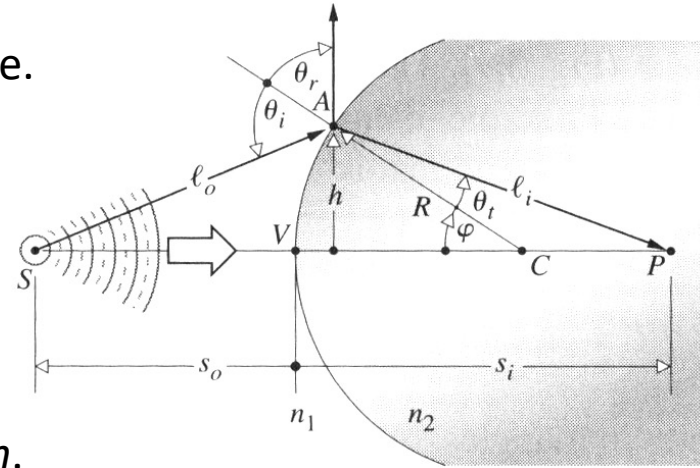
- En effet, par Snell et Fermat, on a l'expression exacte:

$$\frac{n_1}{l_o} + \frac{n_2}{l_i} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2 s_i}{l_i} - \frac{n_1 s_o}{l_o} \right)$$

- Cette équation est compliquée, car l_o et l_i dépendent de h .
- Une meilleure précision par rapport à l'équation paraxiale (1^{er} ordre) est de développer au 3^{ème} ordre, ce qui donne:

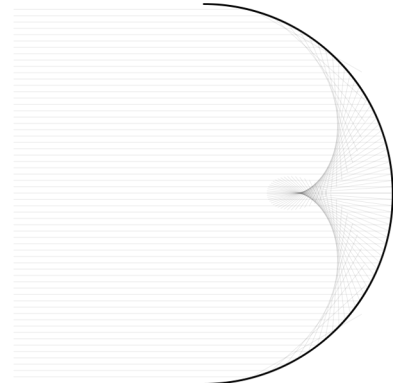
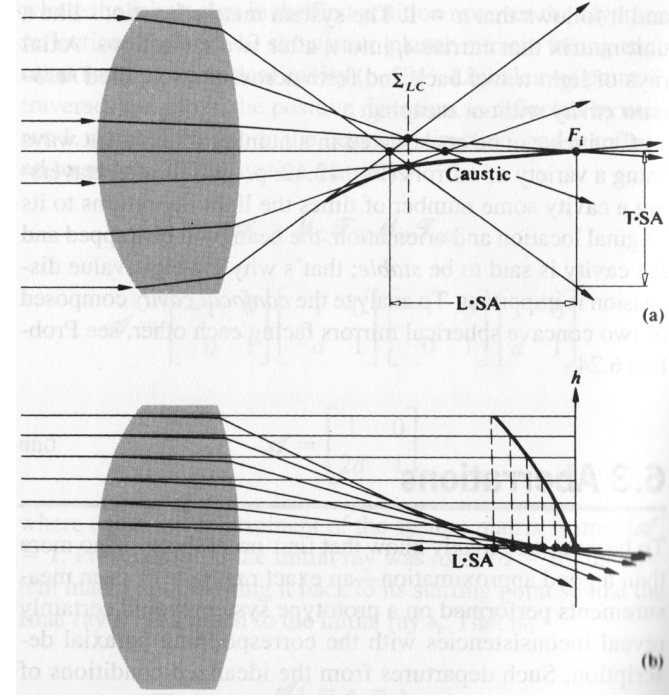
$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} \cong \frac{1}{R} (n_2 - n_1) + h^2 \left[\frac{n_1}{2s_o} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{s_o} \right)^2 + \frac{n_2}{2s_i} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{s_i} \right)^2 \right]$$

- Le terme supplémentaire montre que pour un h plus grand, le point focal S_i est plus proche de la lentille. C'est aussi intuitif (conservation du chemin optique).



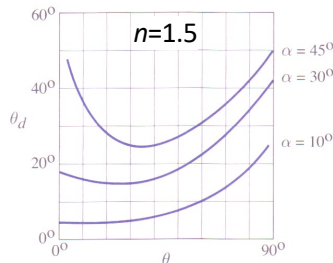
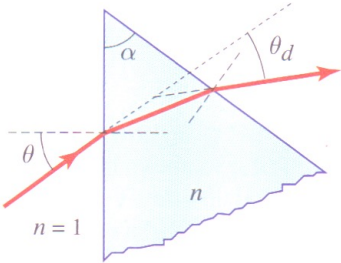
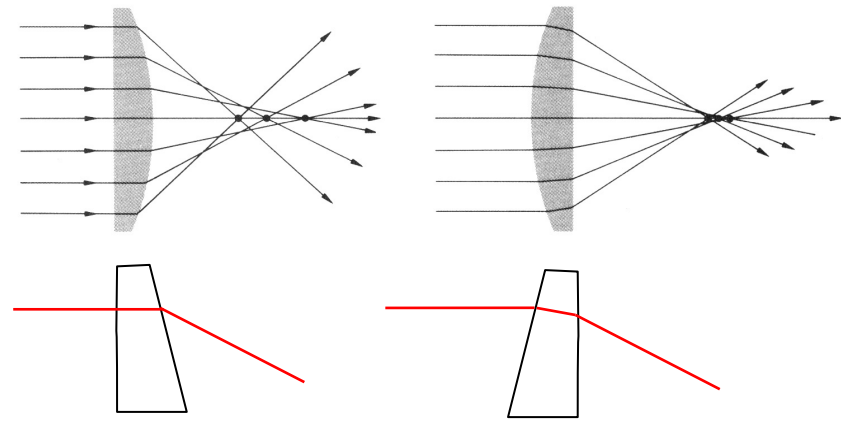
L'aberration sphérique

- L'objet se trouve sur l'axe optique.
- L'image se trouve aussi sur l'axe optique, mais la distance dépend de la hauteur h des rayons qui la forment.
- Le résultat: pas **un** point focal mais plusieurs! Pour chaque groupe circulaire des rayons, un point focal. Elles forment une ligne sur l'axe, sa longueur est l'**aberration sphérique longitudinale** (L-SA).
- Avant d'arriver au point focal, un groupe de rayons forme un cercle. L'enveloppe de tous les rayons réfractés est la **caustique**. Son intersection avec les rayons marginaux est le **cercle de confusion minimale** Σ_{LC} .
- Si on met un écran au point focal paraxial, les autres rayons vont former un cercle; sa taille est l'**aberration sphérique transverse** (T-SA).
- Le même phénomène existe pour le miroir sphérique.

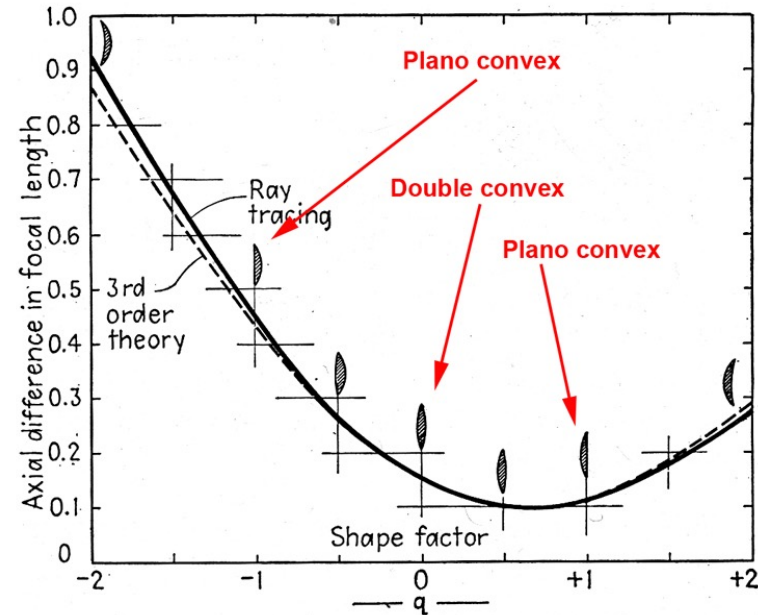


Diminuer l'aberration sphérique

- L'aberration sphérique dépend de la déflexion du faisceau: il est mieux de diviser la déflexion entre les deux faces de la lentille, comme dans le prisme.
- Exemple: Pour focaliser un faisceau parallèle il est mieux de le diriger vers la face courbe d'une lentille plano-convexe; une lentille biconvexe est meilleure pour l'imagerie 1:1 (angle similaire à l'entrée et à la sortie de la lentille).

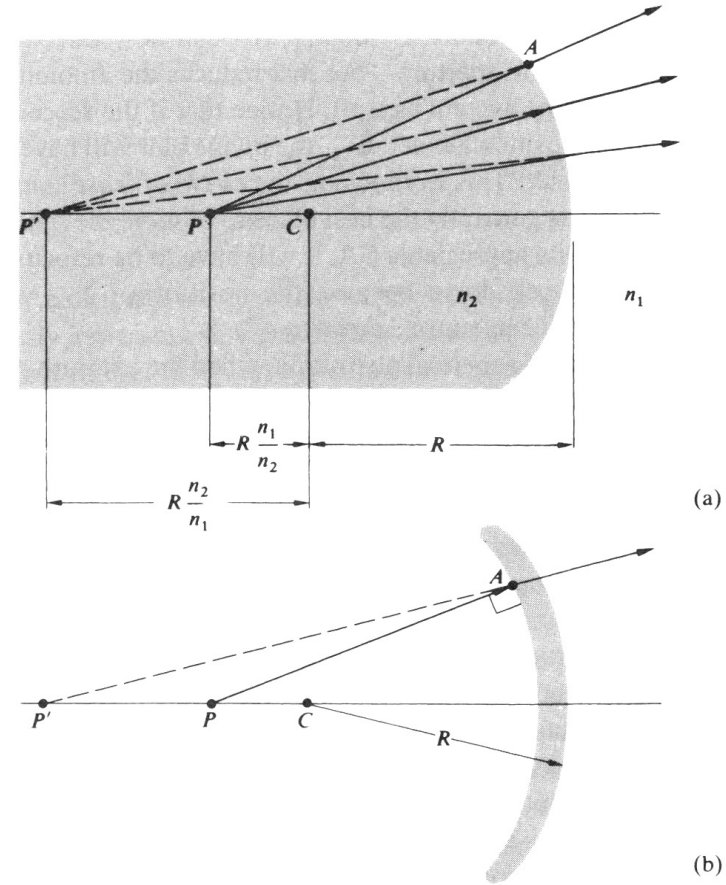


$$q \equiv \frac{r_l + r_r}{r_l - r_r}$$



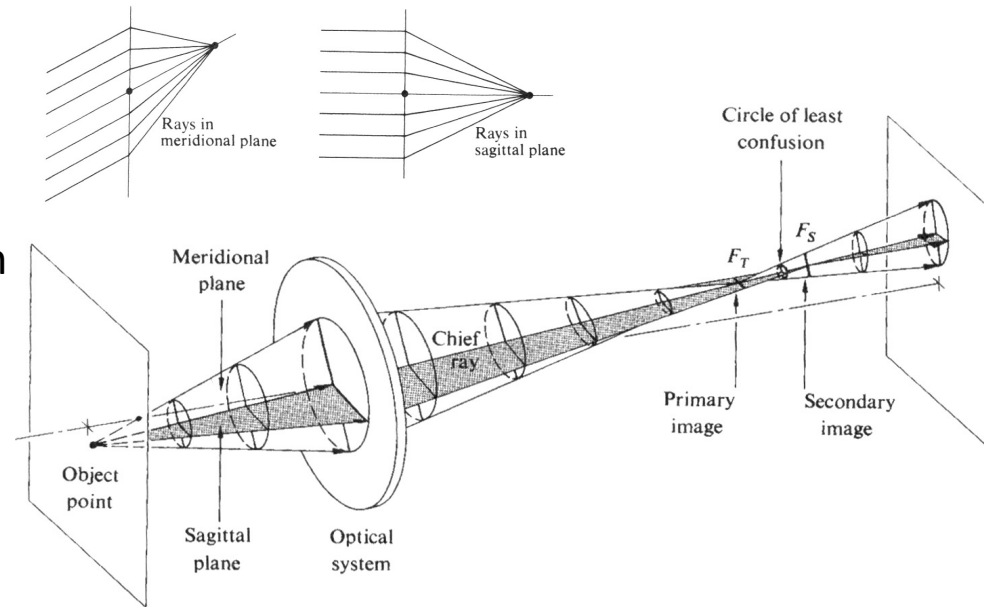
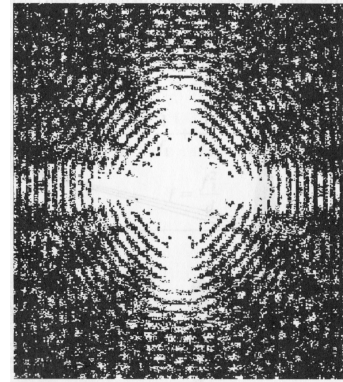
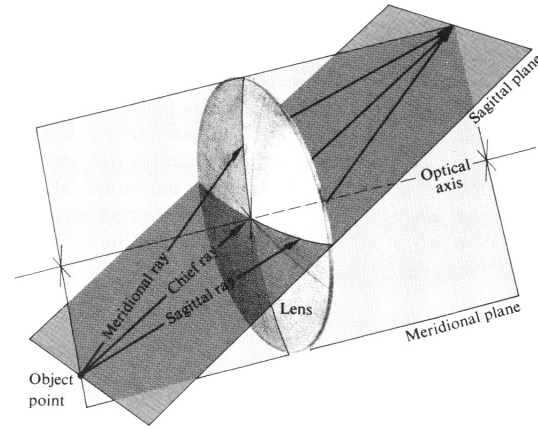
Annuler l'aberration sphérique

- Pour un dioptre sphérique avec un rayon R , un faisceau venant du point spécial P (distance $n_1 R / n_2$ du centre C), émerge d'un point A sur la surface du dioptre dans la direction $P'A$, P' étant à la distance $n_2 R / n_1$ du centre C .
- On trouve que ce faisceau est réfracté selon la loi de Snell pour tous les points A , donc il n'y a pas d'aberration sphérique.
- On peut former de ce dioptre une lentille sans aberration sphérique en ajoutant une surface d'un rayon PA centrée à P : Le faisceau émergent de P croquera toujours cette surface à angle droit, donc sans réfraction, puis il sera réfracté de la surface externe comme pour le dioptre précédant. La distance focale de cette lentille est: $f = R \frac{n(n+1)}{(n-1)(2n-1)}$



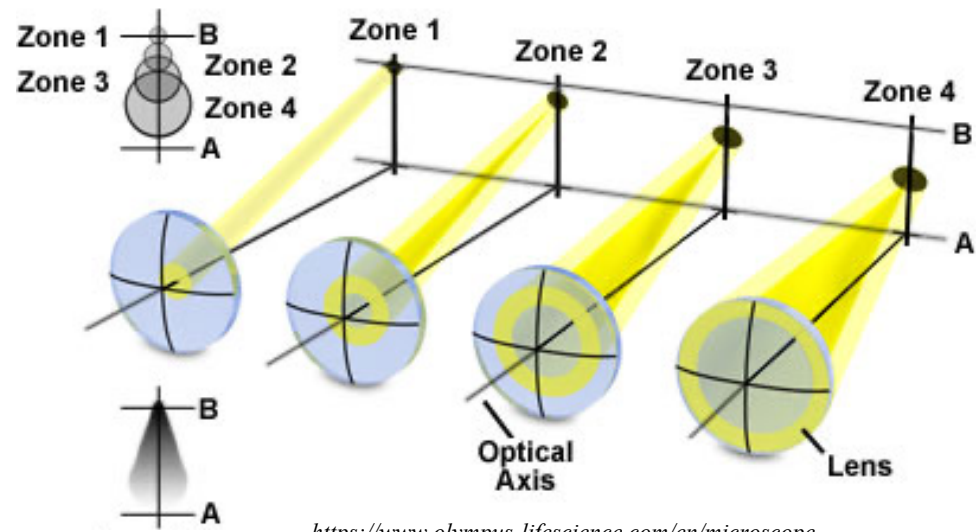
L'astigmatisme

- Pour un objet qui n'est pas sur l'axe optique, on peut définir le **plan méridional**, contenant l'objet et l'axe optique, et le **plan sagittal**, perpendiculaire au plan méridional.
- La propagation des faisceaux dans le plan sagittal est symétrique, la propagation dans le plan méridional est asymétrique par rapport à la lentille.
- En conséquence, les faisceaux dans le plan méridional se focalisent dans un "point" (en effet, une ligne) différent de celui des faisceaux du plan sagittal, plus proche de la lentille. Entre les deux il y a un plan de confusion minimale.
- Ce phénomène s'appelle **l'astigmatisme**.

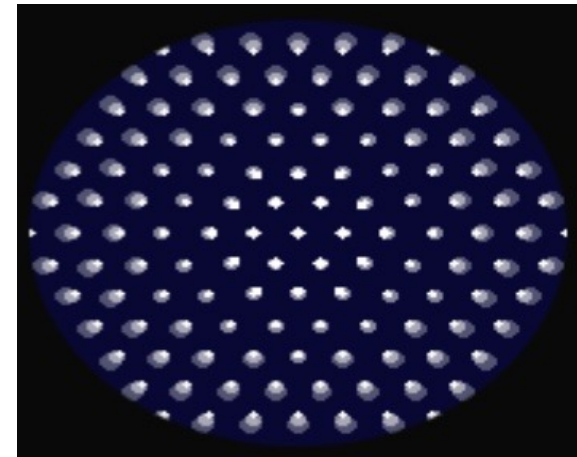


La coma

- La **coma** est une combinaison des deux aberrations précédentes: comme l'astigmatisme, elle concerne un objet qui n'est pas sur l'axe optique; comme l'aberration sphérique, elle est formée par des faisceaux qui passent par différentes parties de la lentille.
- Si le plan de l'image est au focus pour des faisceaux centraux, les faisceaux qui passent vers les bords de la lentille forment une image plus grande (hors focus) et plus proche de l'axe optique. La forme combinée est donc conique, comme un comète.



<https://www.olympus-lifescience.com/en/microscope-resource/primer/lightandcolor/opticalaberrations>



<https://www.slideshare.net/VineetPanwar4/lens-aberrations-physics-term-paper>

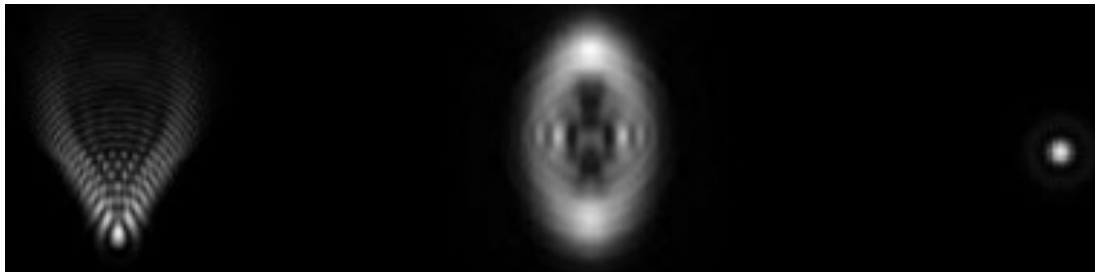
Minimiser le coma

- En changeant la forme de la lentille on peut minimiser la coma et l'aberration sphérique.
- La meilleure forme dépend de la situation: Si on focalise un faisceau parallèle, on utilise une lentille asymétrique; pour l'imagerie 1:1, on préfère une lentille symétrique.
- Un système de deux lentilles permet plus de flexibilité pour diminuer les aberrations.

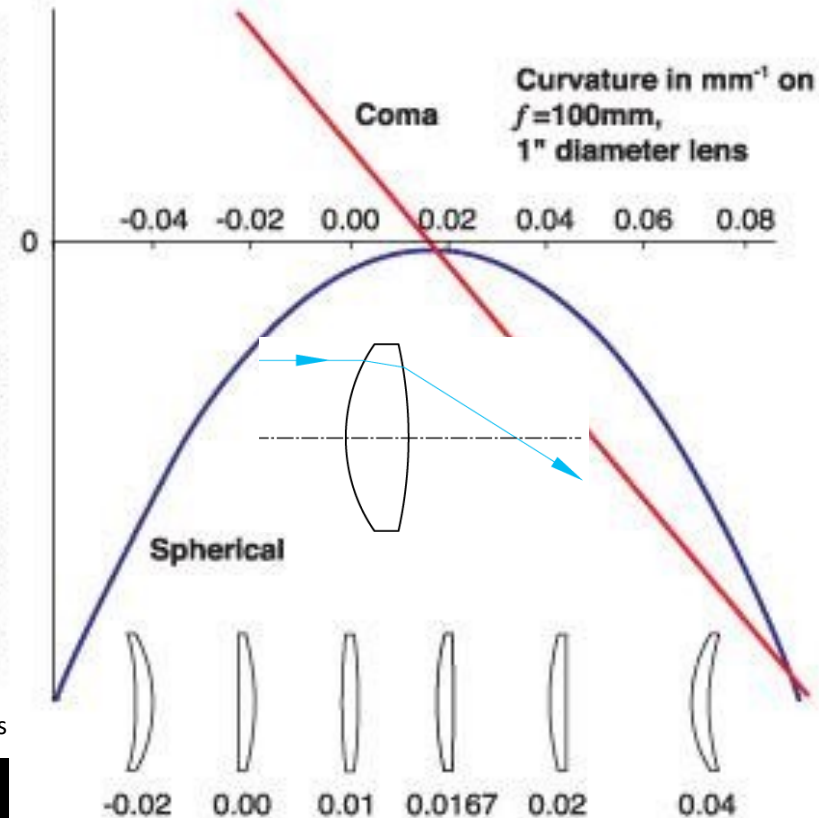
Coma

Astigmatisme

Sans aberrations

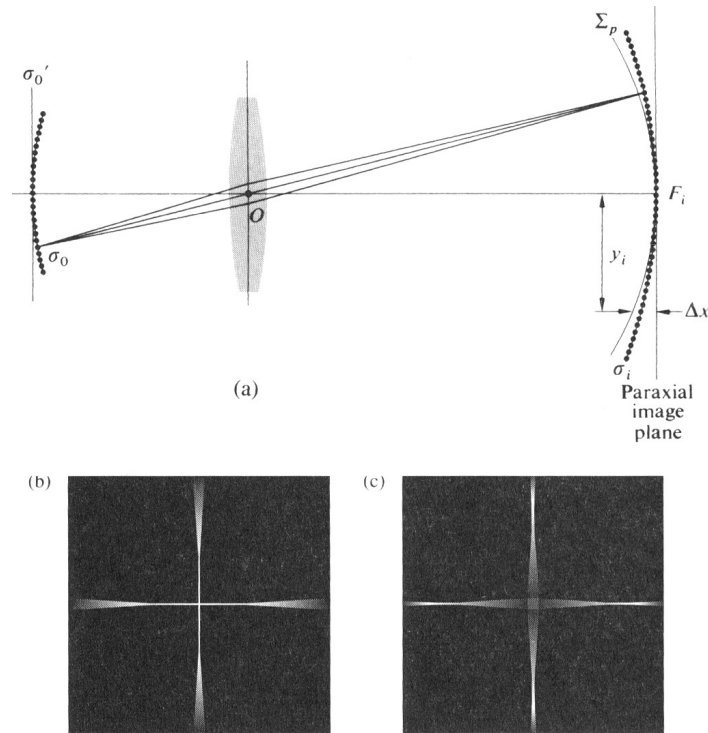


Arbitrary Units for Spherical Aberration & Coma



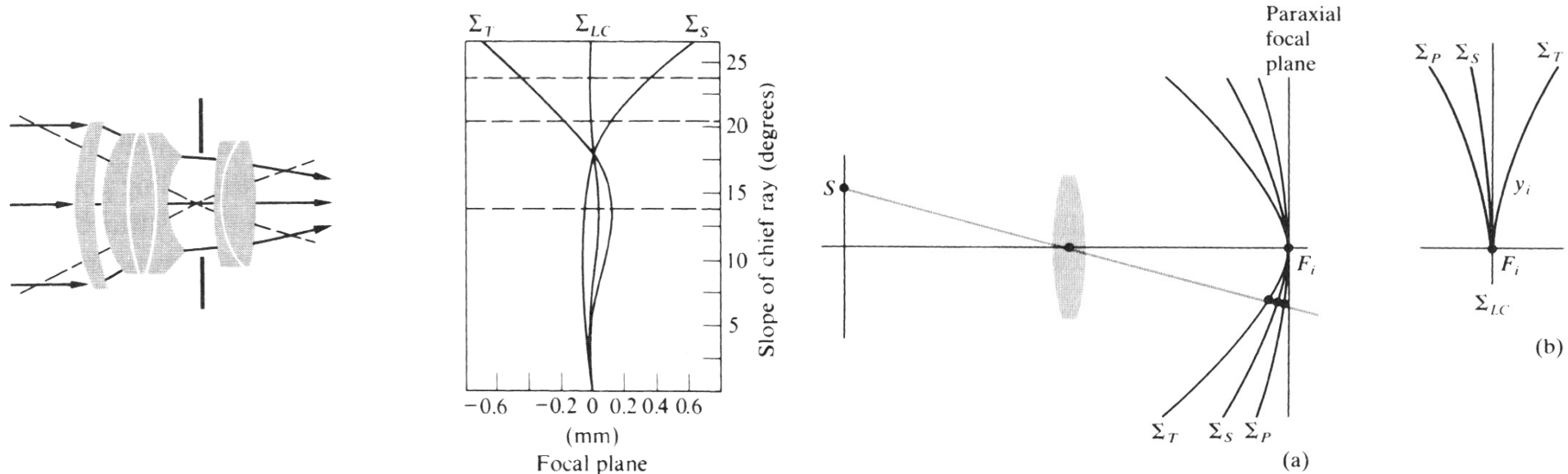
Courbure de champ

- Pour une lentille mince, sans aberrations: Un point σ_o sur un plan sphérique serait parfaitement imagé à un point σ_i sur un autre plan sphérique: $\frac{1}{\sigma_o} + \frac{1}{\sigma_i} = \frac{1}{f}$
- En réalité, le point de l'objet S_o se trouve sur un plan droit, donc plus loin de la lentille que σ_o
- L'image serait donc formée à une distance S_i , plus proche de la lentille que σ_i , formant la **surface de Petzval** Σ_p .
- Pour un système de plusieurs lentilles, la déviation Δx du plan paraxial d'un point de l'image à une hauteur y est donnée par: $\Delta x = \frac{y^2}{2} \sum_{j=1}^m \frac{1}{n_j f_j}$
- Pour deux lentilles minces à une distance d , nous pourrions **annuler** la courbure de champ si: $n_1 f_1 = -n_2 f_2$
- Exemple: $n_1 = n_2$, $f_1 = -f_2$, ce qui donne: $f_{equiv} = \frac{f_1^2}{d}$



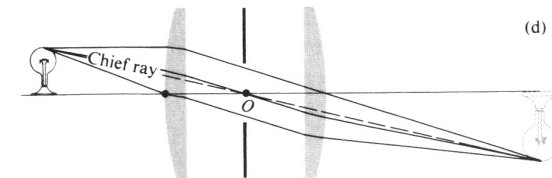
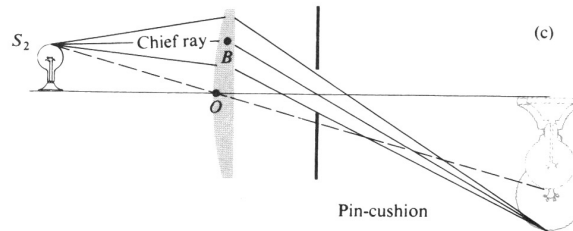
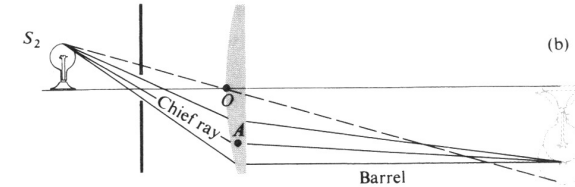
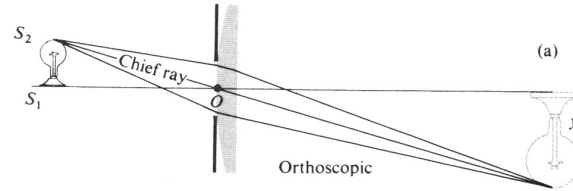
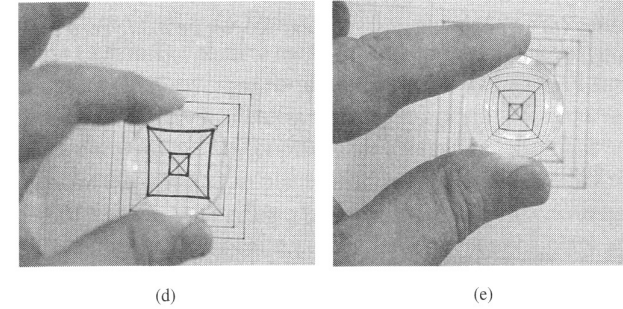
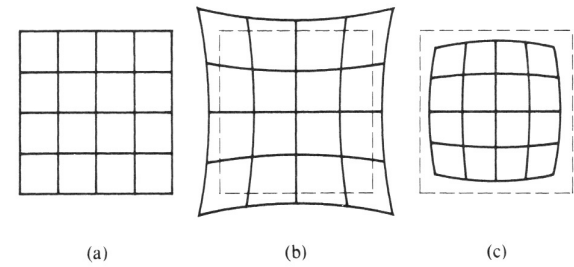
Courbure de champ et astigmatisme

- En présence de l'astigmatisme, on a trois plans focaux: Sagittal, (Σ_S), Méridional (Σ_T), et de Petzval (Σ_P). Un diaphragme devant la lentille peut inverser l'ordre des plans, donnant une compensation partielle des aberrations.
- Des lentilles complexes (multiéléments) arrivent à corriger tous les effets d'une manière suffisante.



Distorsion

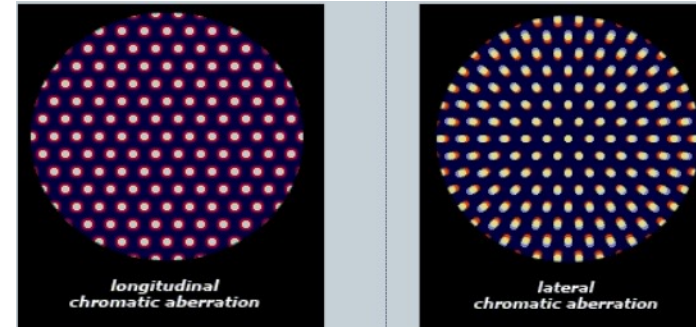
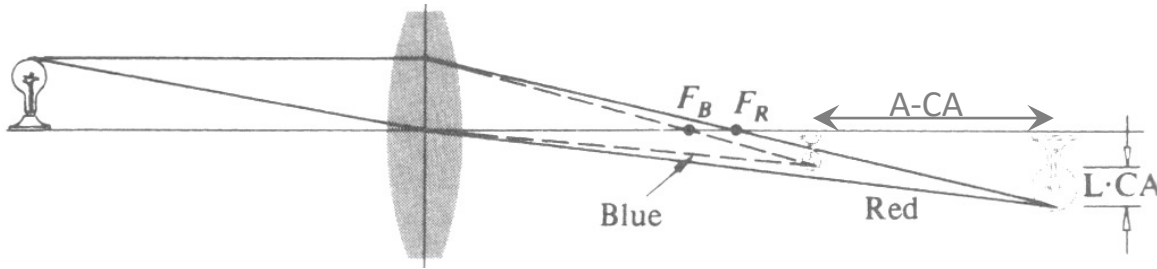
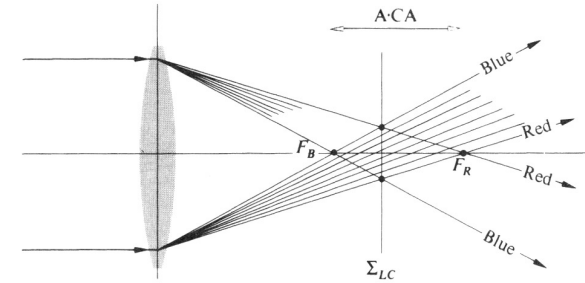
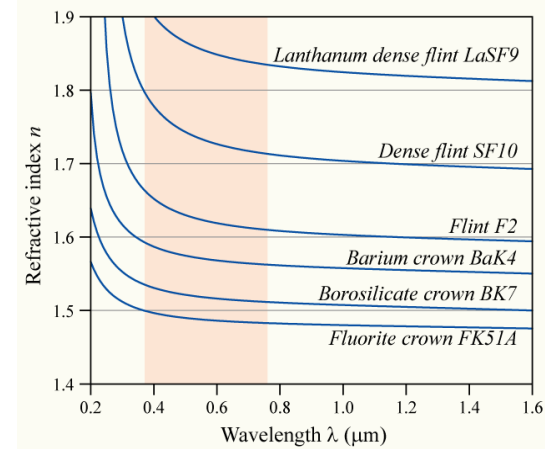
- La distorsion n'est pas liée à l'imagerie d'un point, mais aux relations entre les points de l'image.
- La cause est l'agrandissement qui dépend de la distance entre l'objet et la lentille.
- Un point de l'objet plus loin de l'axe optique est plus loin de la lentille; l'agrandissement $M = -\frac{S_i}{S_o}$ est plus petit, donc le point sur l'image serait plus proche de l'axe. C'est la distorsion du **tonneau**.
- Un diaphragme peut aussi introduire des distorsions, soit du tonneau soit du **coussin**.
- Un système symétrique donne zéro distorsion.



Aberration chromatique

- La source de l'**aberration chromatique** est la **dispersion** des matériaux (ch.1,2): $n = n(\lambda)$, via la formule de la lentille:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$
 Donc f , S_i et M dépendent de $n(\lambda)$
- Pour les longueurs d'onde différentes, il y a des points focaux différents, ce qui donne une extension axiale (A-CA) et latérale (L-CA), et un cercle de confusion minimale.
- L'indice n est souvent plus grand dans le **bleu**, donc la distance focale est plus **petite** et l'image plus **proche** de la lentille.



Classification des verres

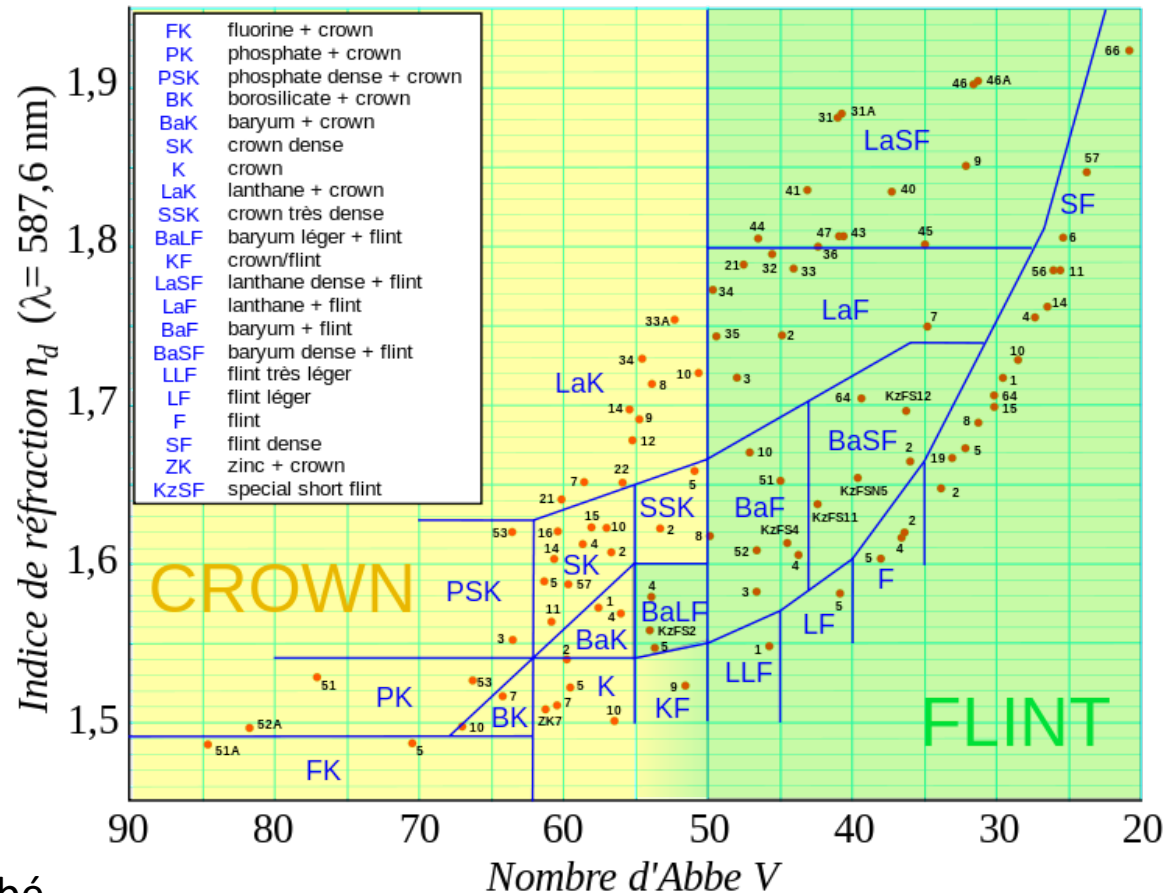
- Pour simplifier le calcul de l'effet de la dispersion, on classifie les verres par leur

No. d'Abbé: $V_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$

- Les indices sont pris aux longueurs d'onde suivantes:

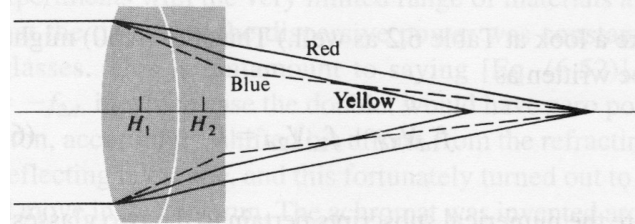
- d** - La ligne spectrale D₃ de l'Hélium à 587.6 nm
- F** - La ligne spectrale de l'Hydrogène à 486.1 nm
- C** - La ligne spectrale de l'Hydrogène à 656.3 nm

- En règle générale, le nombre d'Abbé diminue (= plus de dispersion) avec l'indice de réfraction.

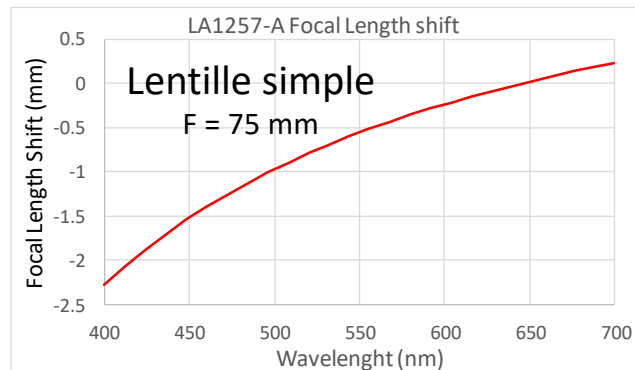
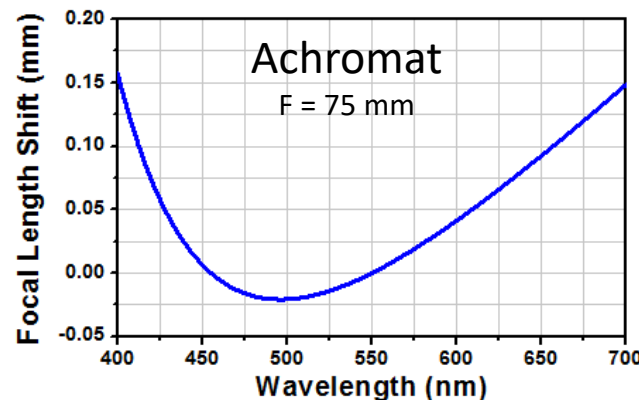


Le doublet achromatique

- On peut diminuer l'aberration chromatique en utilisant un doublet: deux lentilles collées ensemble, en verres différents.
- La dispersion de l'une compense celle de l'autre, pour donner la même distance focal dans le rouge f_C et le bleu f_F . Entre deux (jaune), la distance focale f_d est différente.
- En utilisant les formules de la lentille: $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ et la combinaison des lentilles: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$, nous pouvons trouver la condition de compensation: $f_{1d}V_1 = -f_{2d}V_2$
- Si nous voulons aussi annuler la courbure de champ, il faut aussi remplir: $n_1f_{1d} = -n_2f_{2d}$. La grande différence entre les valeurs typique de n et de V rend très difficile de remplir les deux conditions en même temps. Pour y arriver, il faut combiner d'avantage d'éléments optiques.



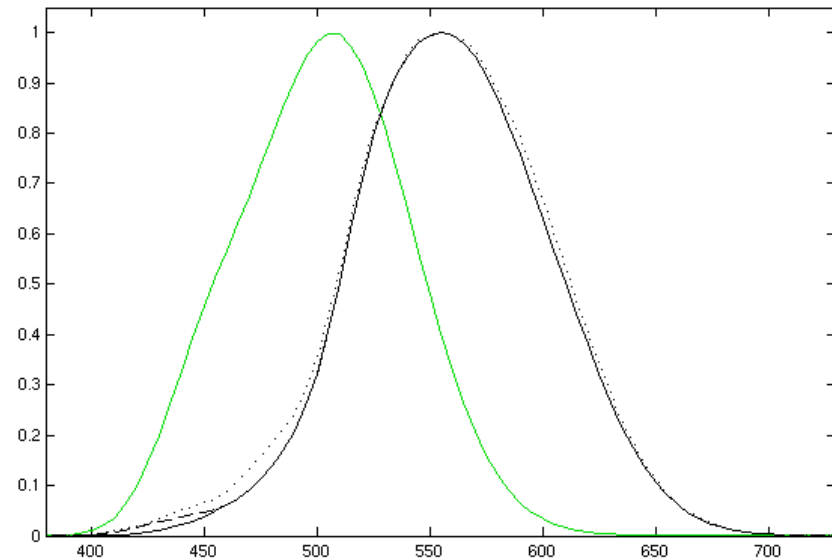
AC254-075-A Focal Length Shift



La photométrie

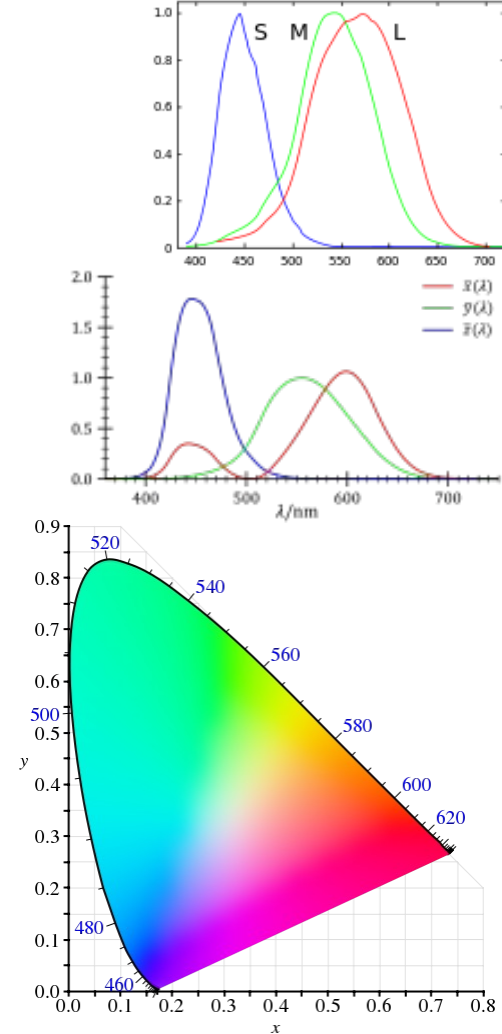
- Pour mesurer l'intensité de la lumière, il y a deux systèmes de mesure: **radiométrique** et **photométrique**.
- Les unités de base du système **radiométrique** sont le flux Φ (en W), pour la puissance totale, l'intensité I (en W/m²), pour la puissance par unité de surface, et la radiance L (en W/sr/m²), pour la puissance par unité d'angle et de surface.
- Le système **photométrique** est basé sur la sensibilité de l'œil humain; elle n'est valable que dans la partie visible du spectre!
- L'unité de base est l'intensité lumineuse I_v , mesuré par la **candela** (cd) = Intensité de 1/683 W/sr à la fréquence $540 \cdot 10^{12}$ Hz (env. 555 nm), et le flux lumineux Φ_v , mesuré en lumen (lm) = cd·sr . Sur une surface donnée, nous pouvons mesurer le flux par surface E_v en lux = lm/m²

Réponse spectral de l'œil (noir: jour; vert: nuit)



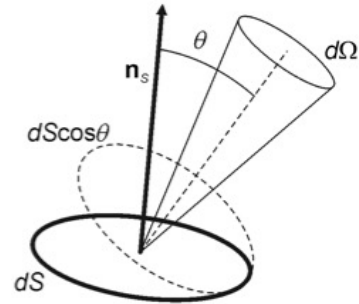
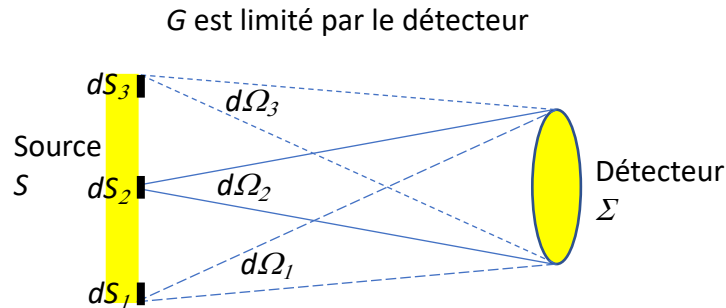
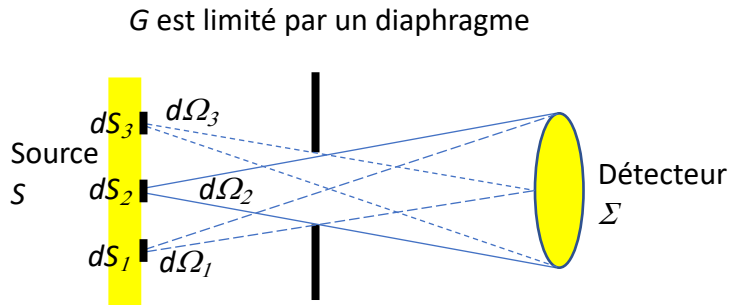
La colorimétrie

- Comme la **photométrie**, qui mesure l'intensité perçue par l'œil, la **colorimétrie** mesure la couleur perçue de la lumière. Elle tient compte de la sensibilité spectrale des trois types de cônes dans l'œil.
- Afin de standardiser les mesures, on utilise le standard CIE 1931: On définit trois courbes de réponse standard $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$, qui sont des sommes des Gaussiennes asymétriques. La courbe $\bar{y}(\lambda)$ représente la réponse photométrique de l'œil.
- Un spectre mesuré peut être converti aux unités standards XYZ par intégration: $X = \int_{380\text{ nm}}^{780\text{ nm}} L(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda$ et également pour Y, Z.
- On normalise les paramètres par: $x = \frac{X}{X+Y+Z}$, $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$, $z = \frac{Z}{X+Y+Z} = 1 - x - y$. Cela permet de représenter la couleur avec deux paramètres normalisés (x,y) sur le diagramme. La luminosité est donnée par Y.



L'étendue optique: définition

- Dans plusieurs systèmes optiques il faut tenir compte du transfert d'énergie entre différents composants.
- Il est donc utile de définir une valeur invariante: l'**étendue optique** G .
- La définition d'un élément de l'étendue d^2G d'une source est: $d^2G = n^2 dS \cos \theta d\Omega$
- L'étendue totale, ou intégrale, G est: $G = n^2 \iint_{S,\Omega} dS \cos \theta d\Omega$
- Les limites de l'intégration sont:
 - Pour S : la taille de la source ou d'un diaphragme limitante la source
 - Pour Ω : l'angle formé par la distance et la taille d'un diaphragme interne ou du détecteur.
- L'unité de l'étendue est celle d'une surface (m^2).



L'étendue optique: conservation

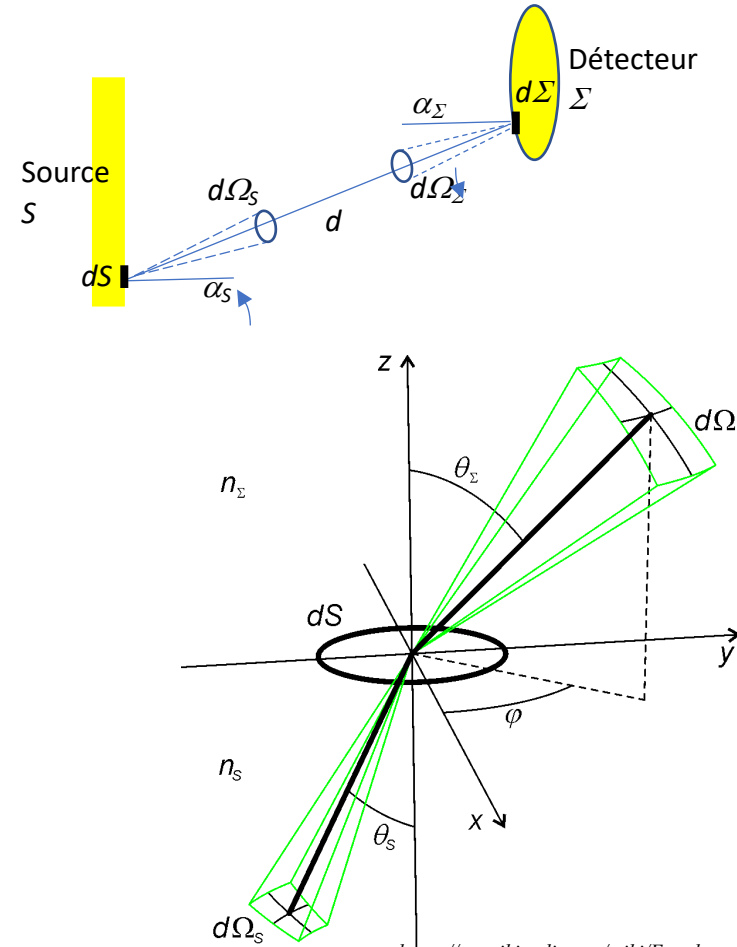
- Le cas de la propagation entre une source S et un détecteur Σ :

- Coté source: $d^2G = n^2 dS \cos \alpha_S d\Omega_S = n^2 dS \cos \alpha_S (d\Sigma \cos \alpha_\Sigma / d^2)$
- Coté détecteur: $d^2G = n^2 d\Sigma \cos \alpha_\Sigma d\Omega_\Sigma = n^2 d\Sigma \cos \alpha_\Sigma (dS \cos \alpha_S / d^2)$
- Les deux expressions sont identiques => conservation de l'étendue

- C'est la même chose pour la réflexion par un miroir.

- Le cas de la réfraction:

- Prenons la loi de Snell: $n_\Sigma \sin \theta_\Sigma = n_S \sin \theta_S$
- La dérivé donne: $n_\Sigma \cos \theta_\Sigma d\theta_\Sigma = n_S \cos \theta_S d\theta_S$
- On multiplie ces équations, cela donne: $n_\Sigma^2 \cos \theta_\Sigma \sin \theta_\Sigma d\theta_\Sigma = n_S^2 \cos \theta_S \sin \theta_S d\theta_S$
- On multiplie les deux cotés par $dS d\varphi$, pour obtenir: $dG_\Sigma^2 = n_\Sigma^2 \cos \theta_\Sigma dS d\Omega_\Sigma = n_S^2 \cos \theta_S dS d\Omega_S = dG_S^2$.



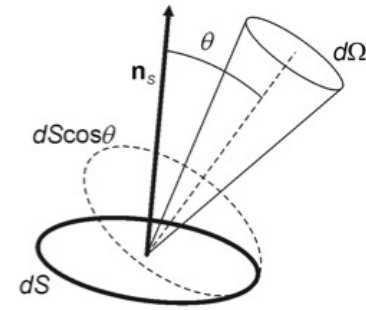
L'étendue optique dans la pratique: symétrie axiale

- Dans un système avec symétrie axiale, nous pouvons simplifier le calcul de l'étendue en utilisant: $d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$.

- Nous pouvons intégrer sur φ ($=2\pi$), puis sur θ , pour obtenir l'étendue

totale: $G = n^2 \iint_{S,\Omega} dS \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = 2\pi n^2 S \frac{\sin^2 \theta}{2} = (\pi n h \sin \theta)^2$

$2h$ =diamètre de la source



- Nous pouvons voir comment cela marche avec une lentille: La lentille qui diminue l'angle du faisceau donne une image de la source qui est plus grande, et l'inverse: $h\theta = h'\theta'$.

<https://en.wikipedia.org/wiki/Etendue>

- Dans ce cas nous pouvons aussi prendre la racine de G pour obtenir l'étendue totale en 2D: $G^{2D} = \pi n h \sin \theta$, ou en utilisant l'ouverture numérique: $G^{2D} = \pi n h \cdot NA = \pi n h D / 2f$

