

26 avril 2024

Série 8 : Propriétés de base des ondes électromagnétiques

1 Polarisation : représentation de Jones

La représentation de Jones est un formalisme vectoriel décrivant les ondes polarisées. Pour le cas d'une onde EM polarisée se propageant dans la direction z , on peut écrire $\vec{E} = E_x \cos(kz - \omega t + \phi_x) \vec{e}_x + E_y \cos(kz - \omega t + \phi_y) \vec{e}_y$, c'est à dire :

$$\mathbf{E} = \text{Re} \left[\begin{pmatrix} E_x e^{i\phi_x} \\ E_y e^{i\phi_y} \end{pmatrix} e^{i(kz - \omega t)} \right]$$

L'intensité I d'une onde est donnée par $I \propto \mathbf{E}^* \cdot \mathbf{E}$. L'avantage de ce formalisme est de représenter simplement les ondes EM polarisées et également représenter matriciellement les polariseurs :

- Écrivez dans la représentation de Jones les ondes électromagnétiques polarisées suivantes :
 - Polarisée rectiligne parallèle à $\vec{e}_x$
 - Polarisée rectiligne faisant un angle $\theta = \pi/4$ avec $\vec{e}_x$
 - Polarisée circulaire droite et gauche
 - Polarisée elliptiquement de demi-grand axe égale 2 fois plus grand que le demi-petit axe
- Un polariseur rectiligne est perméable à la composante parallèle à l'axe du polariseur. En supposant une onde EM incidente polarisée rectiligne de norme E et parallèle à $\vec{e}_x$, donner la forme matricielle du polariseur rectiligne idéale qui fait un angle θ avec l'axe $\vec{e}_x$. En déduire la loi de Malus, qui donne l'expression de l'intensité de l'onde sortante I en fonction de l'intensité I_0 de l'onde incidente sur le polariseur et de l'angle θ :

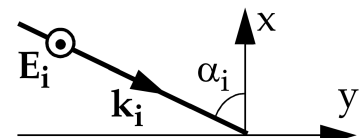
$$I = I_0 \cos^2(\theta). \quad (6)$$

Quelle est l'intensité moyenne d'une onde EM non polarisée ?

- Le Polaroid est un filtre rectiligne non-idéale, c'est-à-dire que celui-ci a une transmittance T_1 le long de la direction privilégiée et T_2 le long de la direction perpendiculaire., où $T_2 < T_1 \leq 1$. En considérant ces hypothèses, réécrire la forme matricielle de la matrice représentant le filtre Polaroid quand la direction privilégiée est :
 - parallèle à l'axe $\vec{e}_x$
 - faisant un angle θ avec l'axe $\vec{e}_x$
 Dériver la loi de Malus dans le cas du filtre Polaroid. Que constate-t-on ?
- Les lames à retard sont des polariseurs particuliers, introduisant une phase $\phi/2$ qui retarde la composante perpendiculaire à l'axe optique, un axe de symétrie de la lame à retard qui est choisi comme référence. Donner la forme générale d'une lame à retard si l'axe optique fait un angle θ avec $\vec{e}_x$. Que peut-on dire de ce polariseur si $\phi = \pi$? et quand $\phi = \pi/2$?

2 Réflexion d'une onde EM sur un miroir parfaitement réfléchissant

Une onde électromagnétique plane sinusoïdale se propage dans le vide. Elle arrive, sous un angle d'incidence α_i sur une surface plane Σ parfaitement réfléchissante. Le champ électrique $\mathbf{E}_i$ est normal au plan d'incidence O_{xy} , O_x étant normal à Σ .



- Montrer que le champ électrique $\mathbf{E}$, résultant de l'interférence de $\mathbf{E}_i$ avec le champ $\mathbf{E}_r$ de l'onde réfléchie, est une onde se propageant selon y , dont l'amplitude dépend de x .
- Déterminer les plans nodaux et les plans ventraux de $\mathbf{E}$.
- Exprimer la vitesse de phase u de $\mathbf{E}$ en fonction de la vitesse de la lumière c et α_i , puis discuter.

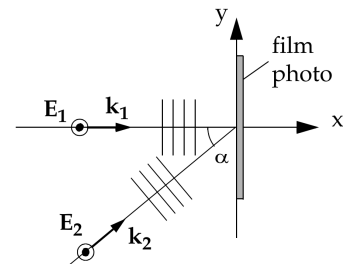
- (d) Exprimer, par un raisonnement mathématique puis par un raisonnement géométrique, la vitesse de groupe v de $\mathbf{E}$.

On place un second miroir plan parfait Σ' parallèle à Σ , à une distance X de Σ . L'onde incidente subit ainsi des réflexions multiples entre Σ et Σ' .

- (e) Dans ces conditions, exprimer la vitesse de phase u en fonction de X , λ et c . Montrer ensuite que pour tout X donné, il existe une longueur d'onde λ_c et donc une pulsation ω_c de coupure au-dessous de laquelle l'onde de $\mathbf{E}$ ne se propage pas.
- (f) Déterminer la relation de dispersion de cette onde.

3 Holographie : principe de base

Le principe de l'holographie repose sur l'interférence entre 2 ondes incidentes. Soit deux ondes lumineuses planes, cohérentes, de même longueur λ , de même intensité, polarisée linéairement et de vecteur $\mathbf{E}$ parallèle à l'axe z . Le vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$ de la 1ère onde est parallèle à x et le vecteur d'onde $\mathbf{k}_2$ de la seconde forme un angle α par rapport à x .



- (a) Montrer que l'intensité résultant de la superposition des 2 ondes dans le plan $x = 0$ est donnée par :

$$I(y) = I_0 \cos^2 \left(\frac{1}{2} k y \sin(\alpha) \right)$$

On place dans le plan $x = 0$ un film photographique dont le noircissement est proportionnel à l'intensité $I(y)$ incidente sur ce film. Une fois ce film exposé et noircit, on l'éclaire avec un onde incidente de vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$.

- (b) Montrer que seules les intensités diffractées dans les directions $\theta = 0$ et $\theta = \pm\alpha$ sont non nulles. C'est le principe de l'holographie : avec uniquement le film noircit et une onde incidente $\mathbf{k}_1$, on refait apparaître l'onde $\mathbf{k}_2$ qui avait été utilisé pour le noircissement.

Indication : l'amplitude du champ électrique transmis par le film est proportionnelle à $(1 - \cos^2) \left(\frac{1}{2} k \sin(\alpha) \right)$

