Physique Avancée IV Semestre de printemps 2024

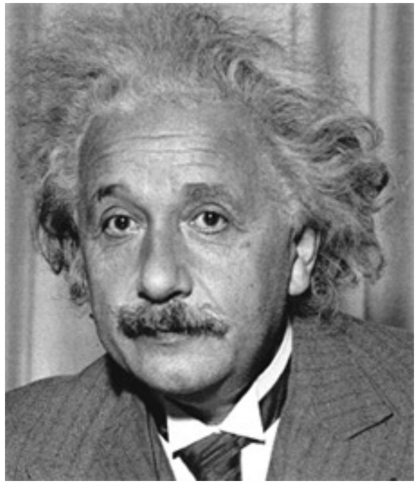
Semaines 14

30 et 31 mai 2024

- 3.2.3 Diagramme espace-temps
- 3.2.4 Paradoxe des jumeaux

3.3 Dynamique relativiste

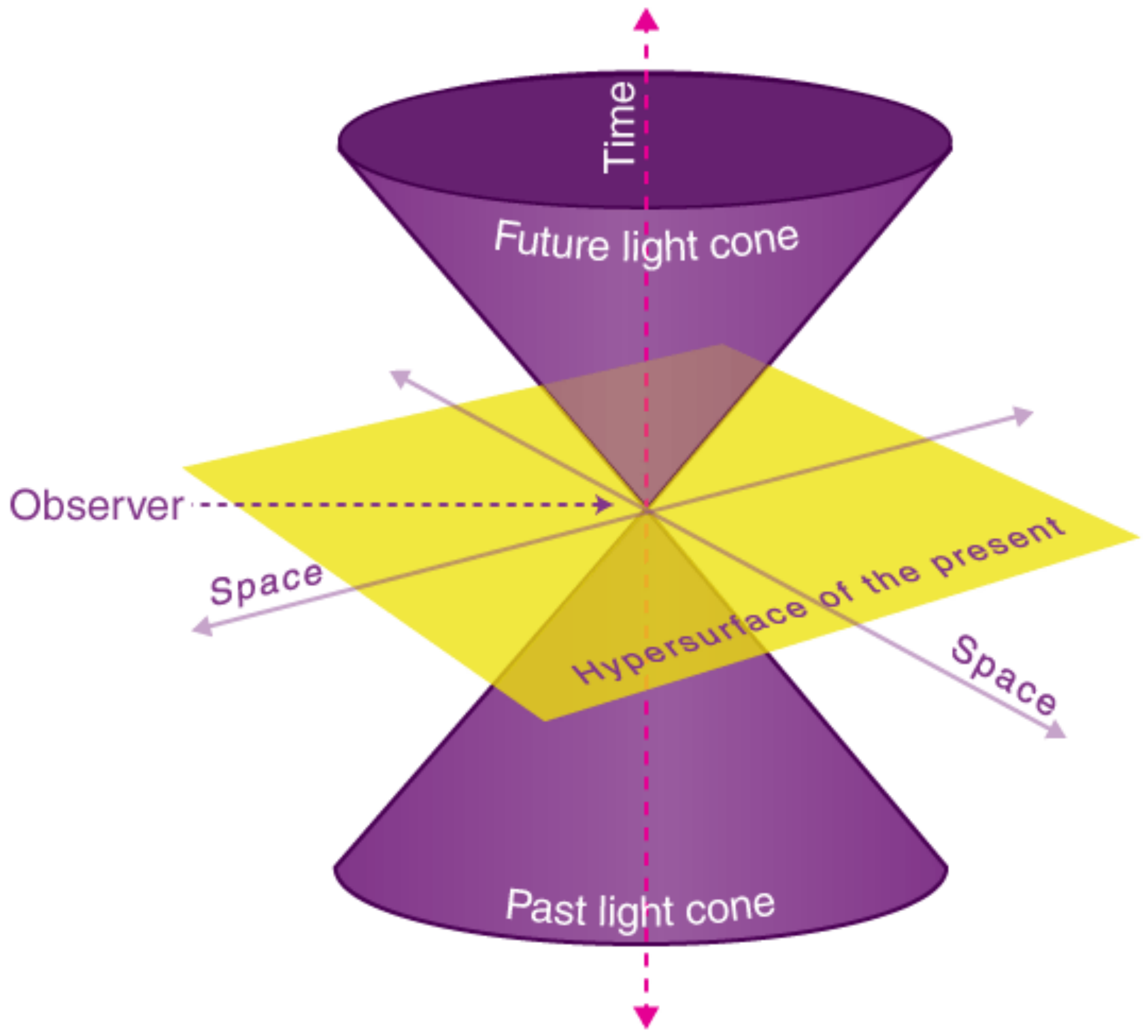
- 3.3.1 Quantité de mouvement
- 3.3.2 Force
- 3.3.3 Énergie
- 3.3.4 Relation entre énergie et quantité de mouvement
- 3.3.5 Effet Compton



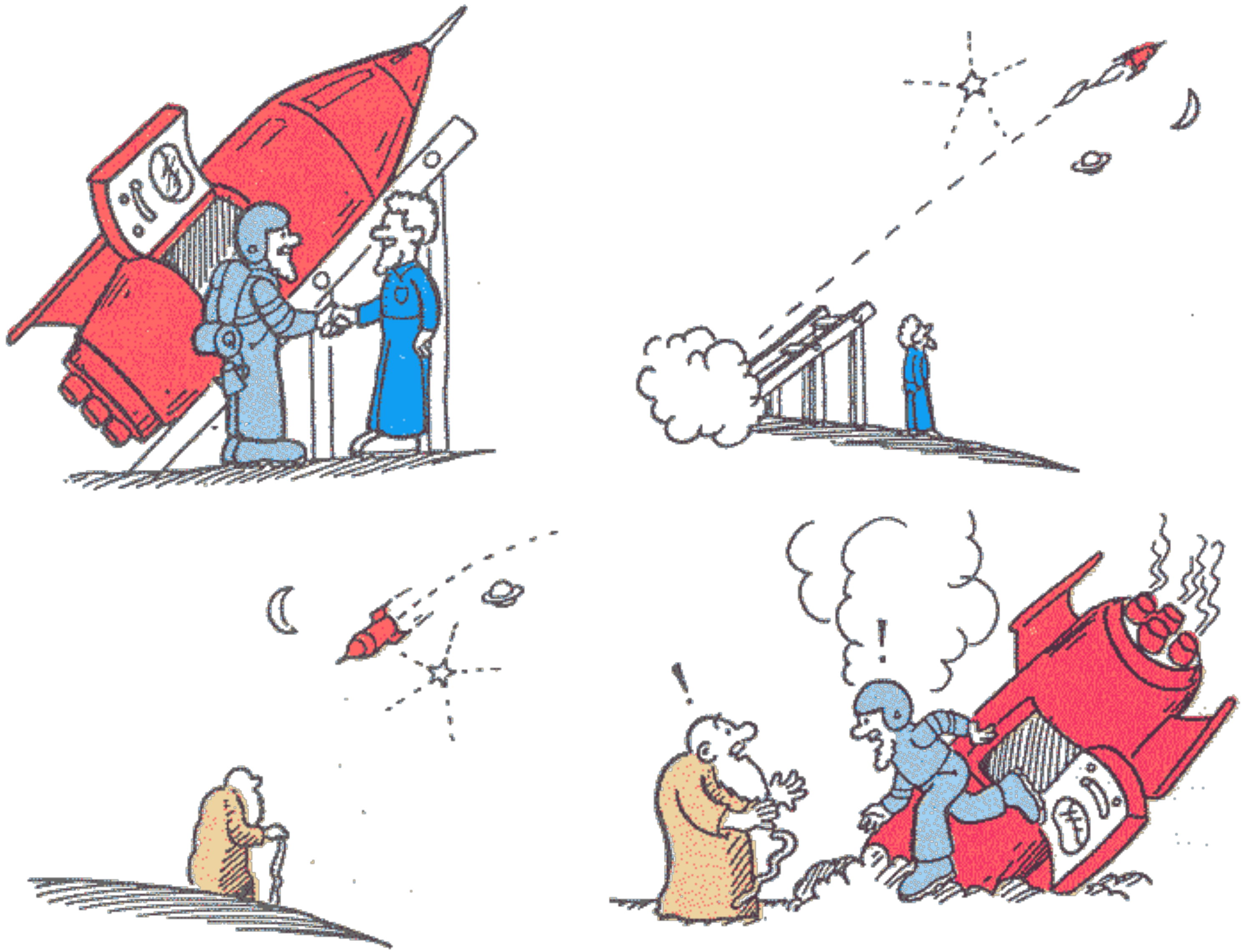
Albert Einstein
(1879-1955)

Commentaires sur test-à-blanc
Série 13

3.2.3 Diagramme espace-temps



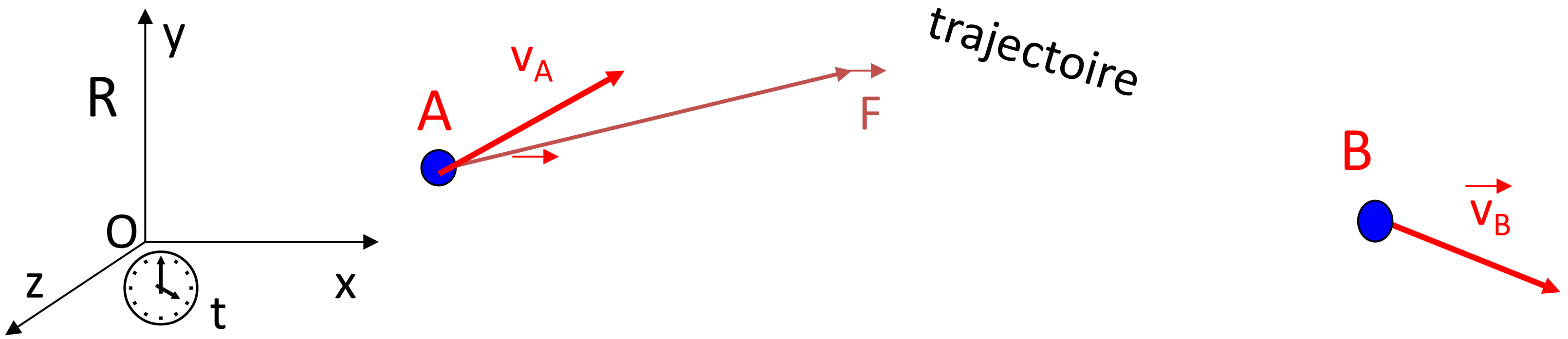
3.2.4 Le paradoxe des jumeaux



3.3.1 Quantité de mouvement

$$\mathbf{p} = m_0 \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t_0} = m_0 \gamma \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = m_0 \gamma \mathbf{v} = m_{rel} \mathbf{v}$$

3.3.2 Force

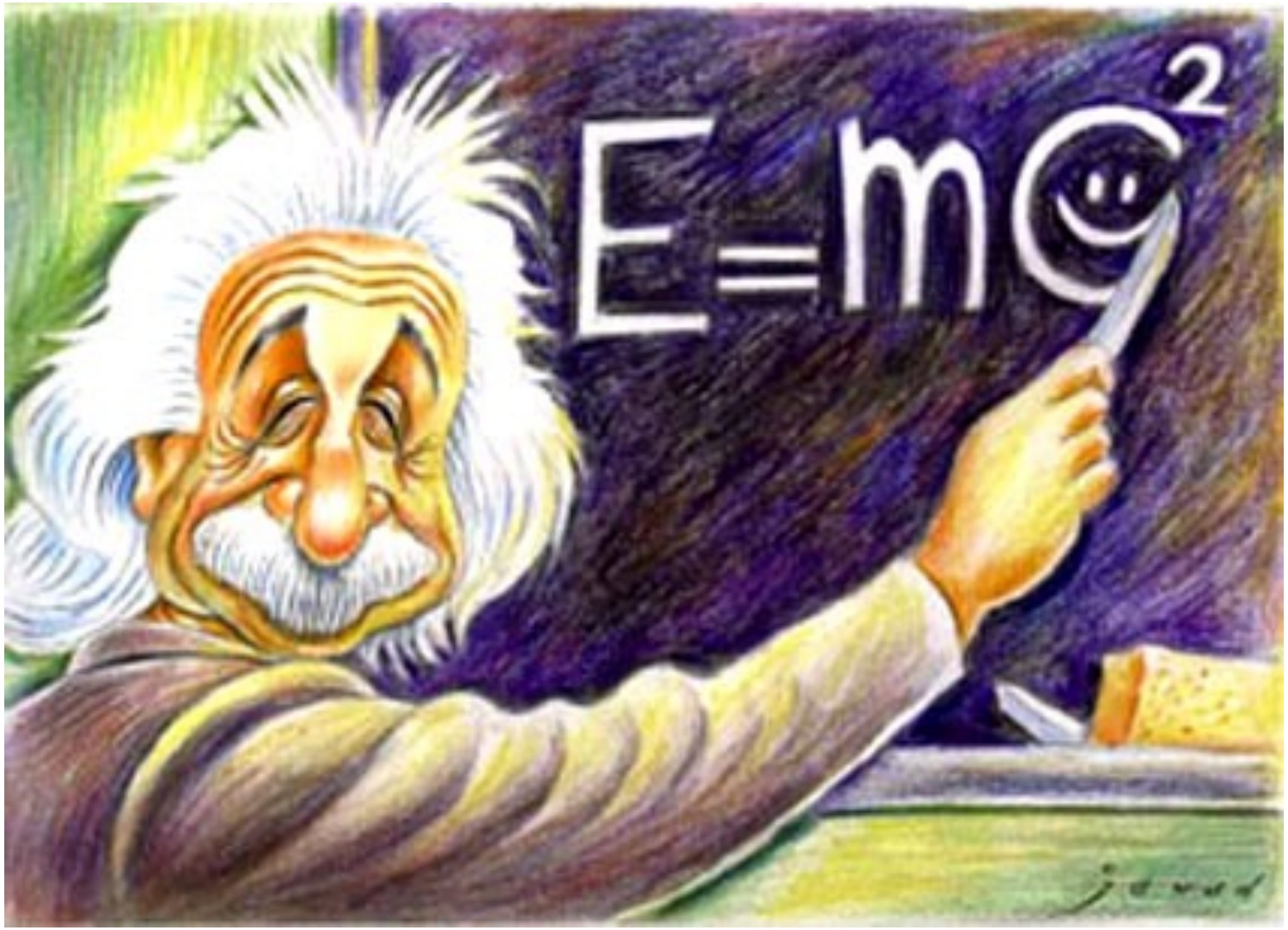


$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

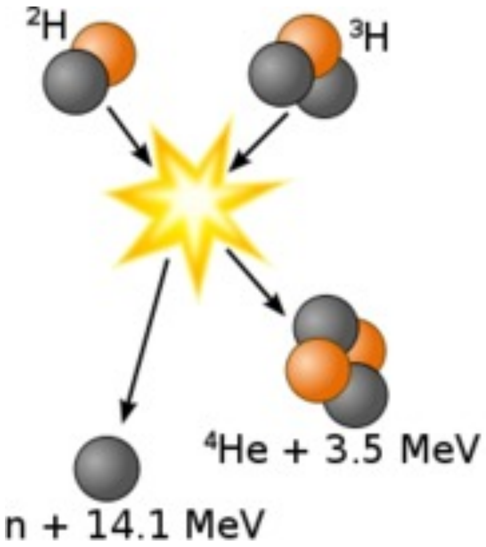
3.3.3 Energie

$$E = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

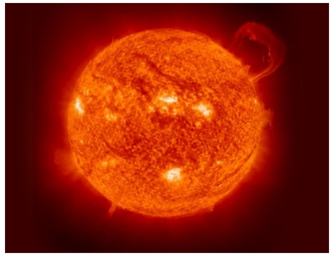
Energie

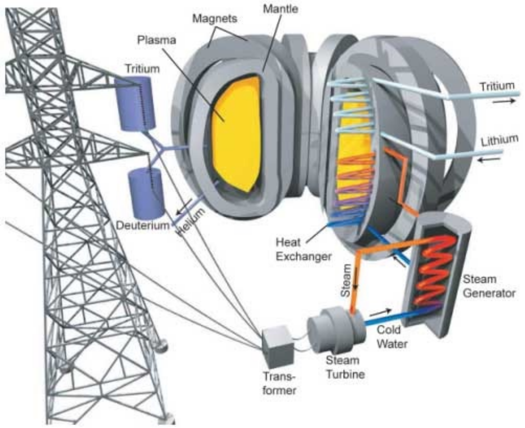


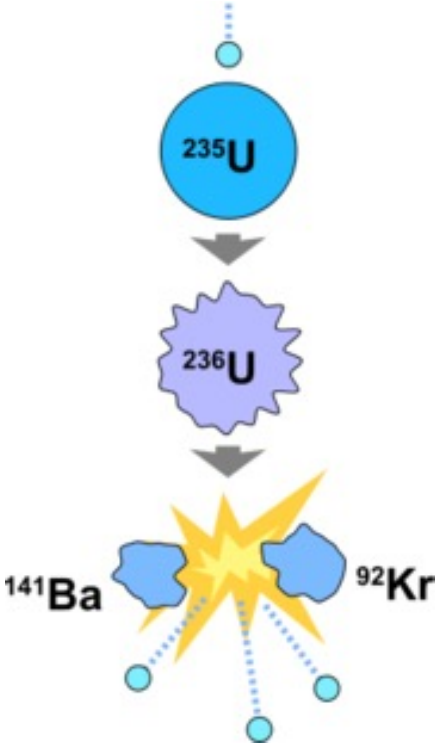
La fusion et la fission



Fusion nucléaire







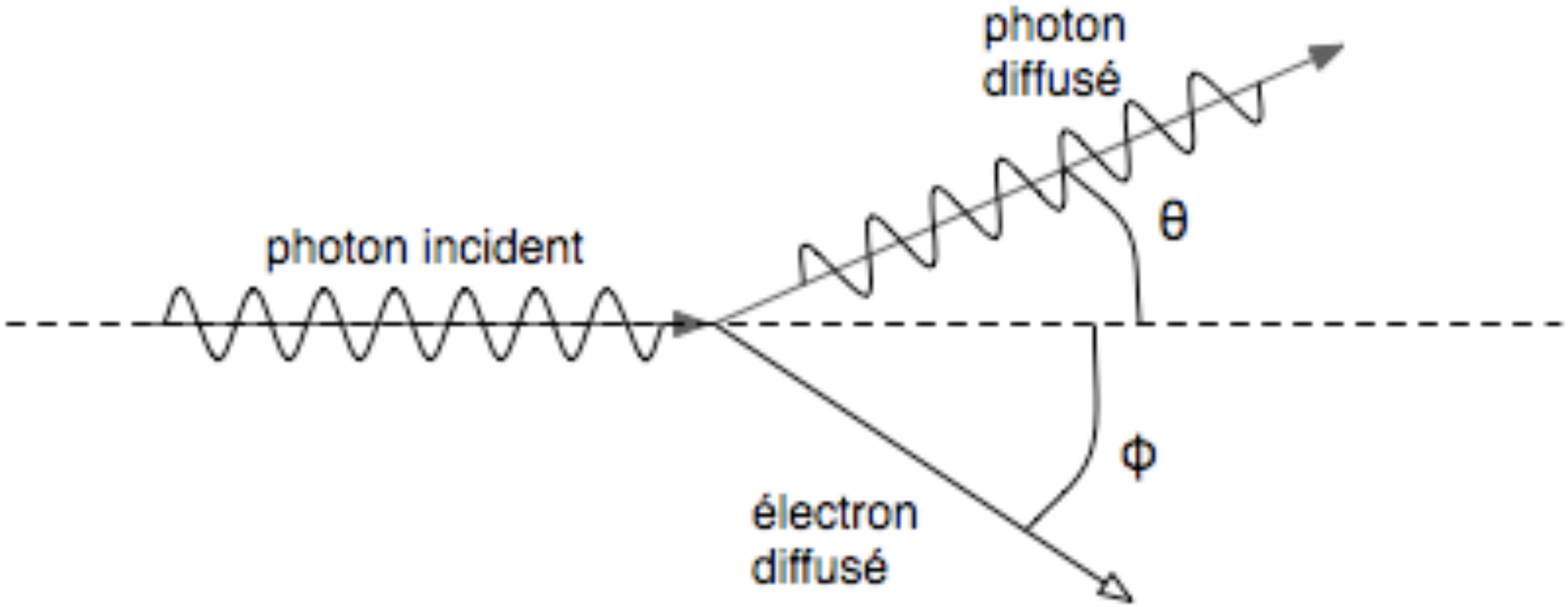
Fission nucléaire

3.3.4 Relation entre énergie et quantité de mouvement

$$\mathbf{v} = \frac{c^2\mathbf{p}}{E}$$

$$E = c\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}$$

3.3.5 Effet Compton

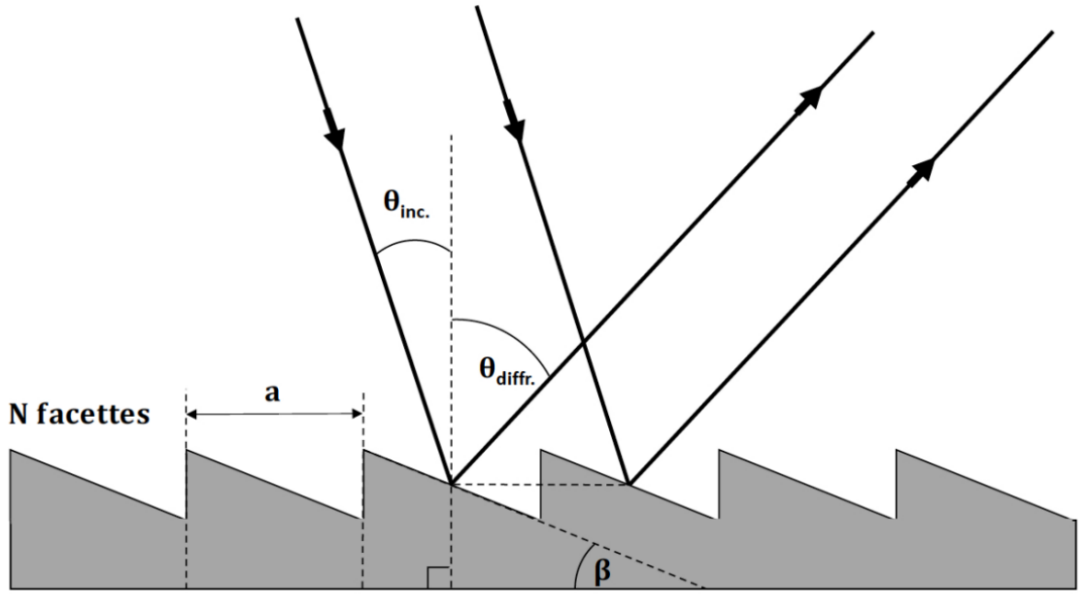


Arthur Compton
(1892 – 1962)

Test à blanc

1 Diffraction par un réseau échelette

Dans les spectromètres optiques, les réseaux échelettes de diffraction sont un composant essentiel. Ces derniers permettent de concentrer une grande partie de l'intensité diffractée dans une direction donnée afin d'augmenter la résolution spectrale. Un réseau échelette est constitué de N facettes réfléchissantes, espacées d'une distance a et inclinées d'un angle β par rapport au plan macroscopique de réseau (voir figure ci-dessous). On considère un tel réseau éclairé par des ondes planes monochromatiques d'une longueur d'onde λ, toutes incidentes à un angle θ_{inc} par rapport à la normale au plan macroscopique du réseau. On se pose l'objectif de calculer la distribution angulaire de l'intensité lumineuse selon l'angle θ_{diffr} collectée sur un écran lointain (approximation de Fraunhofer).



Dans un premier temps, on considère la figure de diffraction de l'onde réfléchie par une seule facette

(a) Montrer que la figure de diffraction d'une facette peut être écrite comme

$$I = I_0 \,\mathrm{sinc}^2(\chi), \tag{1}$$

où $\chi = k\Delta/2$, avec k le vecteur d'onde et Δ la différence de chemin parcourue par la lumière pour deux rayons, qu'on devra spécifier en fonction des paramètres donnés.

Série 13

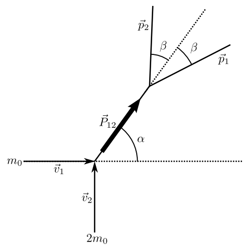
Cours de physique IV – Prof. Paolo Ricci – SPC

31 mai 2024

Série 13 : Dynamique relativiste

1 Collision relativiste à l'équerre

Une particule de masse au repos m_0 et de vitesse scalaire v entre en collision avec une particule de masse au repos $2m_0$, de même vitesse scalaire v, mais sur une trajectoire perpendiculaire à celle de la première particule (voir dessin). Juste après la collision, les deux particules forment une nouvelle particule, qu'on appellera la "particule composite". Cette particule composite se décompose, après un certain temps, en deux photons. L'angle entre les deux photons vaut 2ϕ.



(a) Quel est le module de la quantité de mouvement de la particule composite ?
(b) Quelle est la masse au repos de cette particule composite ?
(c) Que vaut l'angle ϕ ?

Remarques :

- Exprimer tous les résultats en fonction de v, m_0 et c, avec c la vitesse de la lumière.

2 Choc relativiste

On considère deux particules élémentaires (1 et 2), de masses au repos $m_1 = m_2 = m$, dirigées l'une vers l'autre dans un référentiel R lié au laboratoire. Dans R, la première particule se déplace à une vitesse relativiste $\vec{v}_1 = v_1\hat{e}_x$ ($v_1 > 0$) et la deuxième particule se deplace à une vitesse relativiste $\vec{v}_2 = -v_2\hat{e}_x$ ($v_2 \geq 0$), où $\hat{e}_x$ est le vecteur unitaire le long de l'axe x. On définit les deux événements A et B comme

— événement A : la particule 1 se trouve aux coordonnées $t_A = 0$ et $x_A = 0$ (dans R)
— événement B : la particule 2 se trouve aux coordonnées $t_B = 0$ et x_B (dans R).

Dans le référentiel R' lié à la particule 1 (c'est-à-dire que la particule 1 est au repos dans R'), l'événement A a lieu aux coordonnées $t'_A = 0$ et $x'_A = 0$ et l'événement B a lieu aux coordonnées t'_B et $x'_B > 0$.

(a) Déterminer x_B et t'_B. Est-ce que les deux événements A et B sont simultanés dans R' ? Déterminer aussi la vitesse $\vec{v}'_2$ de la particule 2 dans le référentiel R'.

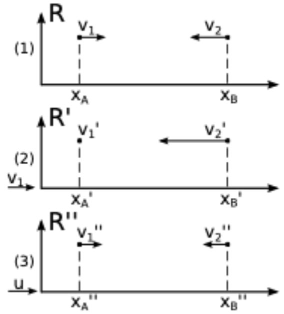


Figure 1

(b) On définit l'événement C comme : la particule 1 et la particule 2 entrent en collision. Déterminer les coordonnées t_C et x_C de l'événement C dans le référentiel R. Faire de même pour les coordonnées t'_C et x'_C dans R'.

À partir de maintenant, on suppose que $v_2 = 0$, c'est-à-dire que la particule 2 est au repos dans le référentiel R avant la collision.

(c) Soit R'' le référentiel dans lequel la somme de la quantité de mouvement des deux particules est nulle (R'' est donc le référentiel du centre de masse). Déterminer la vitesse de R'' par rapport à R. Montrer que dans le cas $v_1 \ll c$ on retrouve le résultat de la mécanique classique.
(d) Après la collision, les deux particules se déplacent respectivement à des vitesses $\vec{v}_{1,a}$ et $\vec{v}_{2,a}$ dans le référentiel R, avec $|\vec{v}_{1,a}| = |\vec{v}_{2,a}|$ (voir Figure, après la collision, toujours dans R). On suppose que la masse au repos de chacune des deux particules reste inchangée pendant la collision. Déterminer l'angle α que fait la vitesse $\vec{v}_{1,a}$ avec l'axe x dans R.

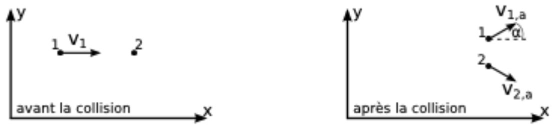


Figure 2

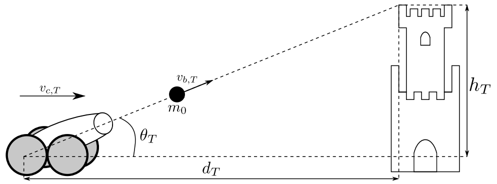
Remarques :

- Exprimer tous les résultats en fonction de v_1, v_2, m, x'_B, et c, avec c la vitesse de la lumière.
- Dans une collision entre particules élémentaires, l'énergie mécanique du système est toujours conservée.

3 Bataille relativiste

Dans le but d'attaquer une tour fortifiée, les attaquants ont mis au point un canon capable de rouler et de tirer à des vitesses relativistes. Dans le référentiel de la tour, le canon roule avec une vitesse $v_{c,T}$ constante en direction de la tour et lorsqu'il fait feu, il se trouve à une distance d_T de la fortification.

Toujours dans le référentiel de la tour, l'angle de tir θ_T est de sorte à ce que le boulet, qui a une vitesse de module $v_{b,T}$ et une masse au repos m_0, touche le haut de la tour. On peut négliger les effets de la gravité et de toute autre force (frottement, etc.).



(a) Calculer la hauteur h_T de la tour dans son référentiel. Puis, calculer le temps que met le boulet pour arriver à son objectif dans le référentiel de la tour, Δt_T, et dans celui du canon, Δt_C. De plus, calculer la distance horizontale parcourue par le boulet jusqu'à la tour vue dans le référentiel du canon, d_C.
(b) Calculer l'angle de tir θ_C dans le référentiel du canon.
(c) Calculer l'énergie cinétique relativiste du boulet dans le référentiel de la tour, $E_{b,T}$, et dans celui du canon, $E_{b,C}$.

Remarque : Exprimer tous les résultats en fonction des paramètres $\theta_T, d_T, v_{b,T}, m_0, v_{c,T}$ et de la vitesse de la lumière c.

4 Accélération d'une particule relativiste

La 2ème loi de Newton s'exprime de la forme suivante :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

où $\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$. On désire connaître la trajectoire d'une particule soumise à des champs électriques et magnétiques uniformes, sans négliger les effets relativistes.

(a) Dériver l'équation temporelle de la vitesse d'une particule de charge q et de vitesse initiale $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ dans un champ électrique uniforme $\vec{E} = E\vec{e}_x$.
(b) Dériver également l'équation temporelle de la vitesse et la trajectoire pour une particule de charge q et de vitesse $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$.
(c) Prendre la limite non-relativiste des résultats trouvés en a) et b) et montrer qu'elles correspondent aux résultats de la mécanique classique.

Challenge

(d) Donner l'équation de la trajectoire d'une particule chargée (de charge q) soumis à un champ électromagnétique uniforme $\vec{E} = E\vec{e}_y$ et $\vec{B} = B\vec{e}_z$.
Indications : Un changement de référentiel $\mathcal{R} \longrightarrow \mathcal{R}'$ peut être utile. Lors d'un boost le long de l'axe x, les champs électromagnétique transforment comme suit :

$$E'_x = E_x \qquad B'_x = B_x$$
$$E'_y = \gamma(E_y - c\beta B_z) \qquad B'_y = \gamma(B_y + \frac{\beta}{c}E_z)$$
$$E'_z = \gamma(E_z + c\beta B_y) \qquad B'_z = \gamma(B_z - \frac{\beta}{c}E_y)$$

Il n'est pas nécessaire de trouver la trajectoire exacte de la particule dans le référentiel d'origine $\mathcal{R}$, simplement de décrire la trajectoire finale.