

Semaine 9

25 et 26 avril 2024

2.1.6.2 Oscillateur de Hertz

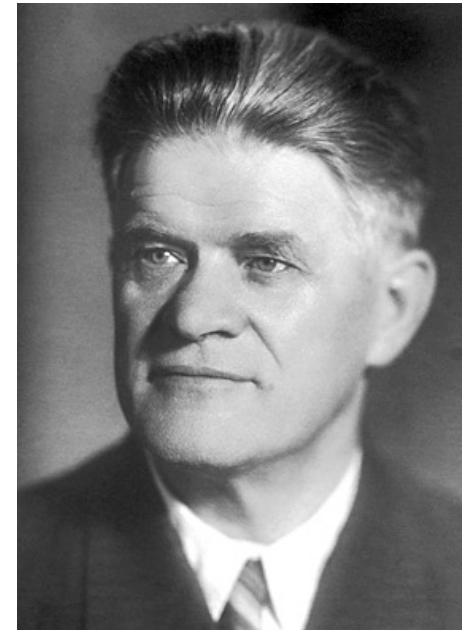
2.2 Propagation des ondes électromagnétiques dans la matière

2.2.1 Milieux diélectriques isotropes

2.2.2 Milieux diélectriques anisotropes

2.2.3 Milieux conducteurs

Serie 8



Pavel Tcherenkov
(1904 - 1990)

Potentiel vecteur et scalaire

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

$$\nabla^2 V - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\mathbf{E} = - \left(\nabla V + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right), \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\text{Condition de Lorentz:} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

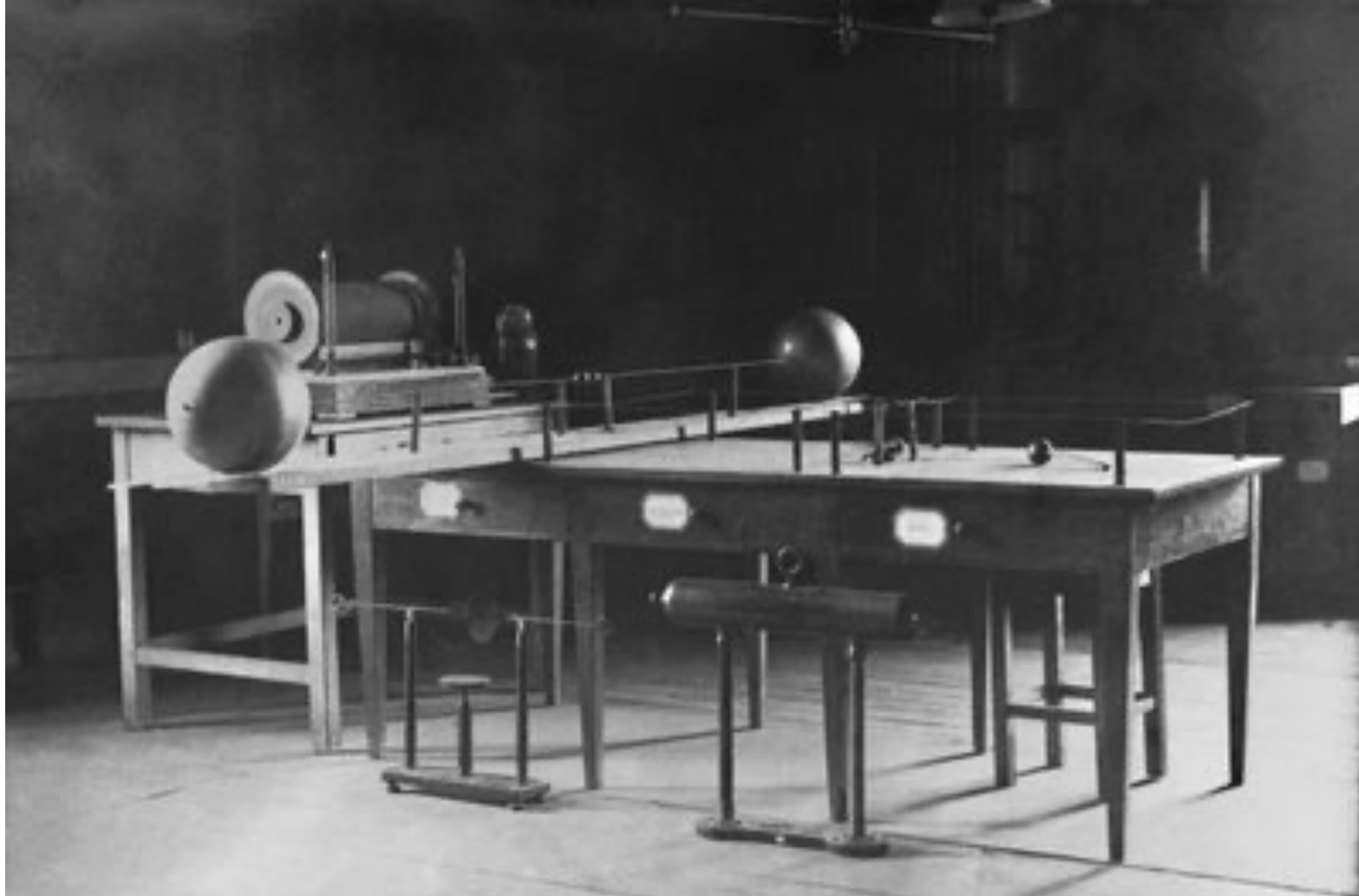
2.1.6.1 Les potentiels retardés

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Omega} \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} d\Omega$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} d\Omega$$

$$R = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|$$

2.1.6.2 Oscillateur de Hertz



(ρ, θ, φ) : Scalar function F ; Vector field $\mathbf{f} = f_\rho \mathbf{e}_\rho + f_\theta \mathbf{e}_\theta + f_\varphi \mathbf{e}_\varphi$

- gradient : $\nabla F = \frac{\partial F}{\partial \rho} \mathbf{e}_\rho + \frac{1}{\rho \sin \varphi} \frac{\partial F}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi$
- divergence : $\nabla \cdot \mathbf{f} = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho^2 f_\rho) + \frac{1}{\rho} \sin \varphi \frac{\partial f_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\sin \varphi f_\varphi)$
- curl : $\nabla \times \mathbf{f} = \frac{1}{\rho \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (\sin \varphi f_\theta) - \frac{\partial f_\varphi}{\partial \theta} \right) \mathbf{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho f_\varphi) - \frac{\partial f_\rho}{\partial \varphi} \right) \mathbf{e}_\theta + \left(\frac{1}{\rho \sin \varphi} \frac{\partial f_\rho}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho f_\theta) \right) \mathbf{e}_\varphi$
- Laplacian : $\Delta F = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial F}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\rho^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right)$

2.2 Propagation des ondes électromagnétiques dans la matière



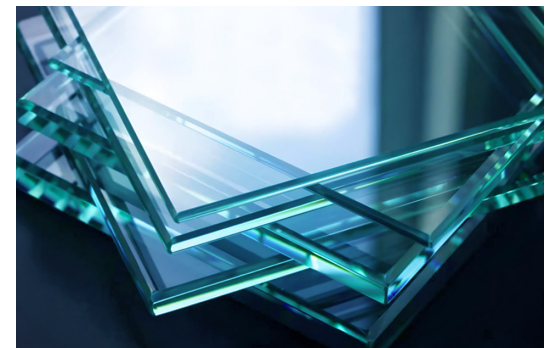
$$u = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}$$

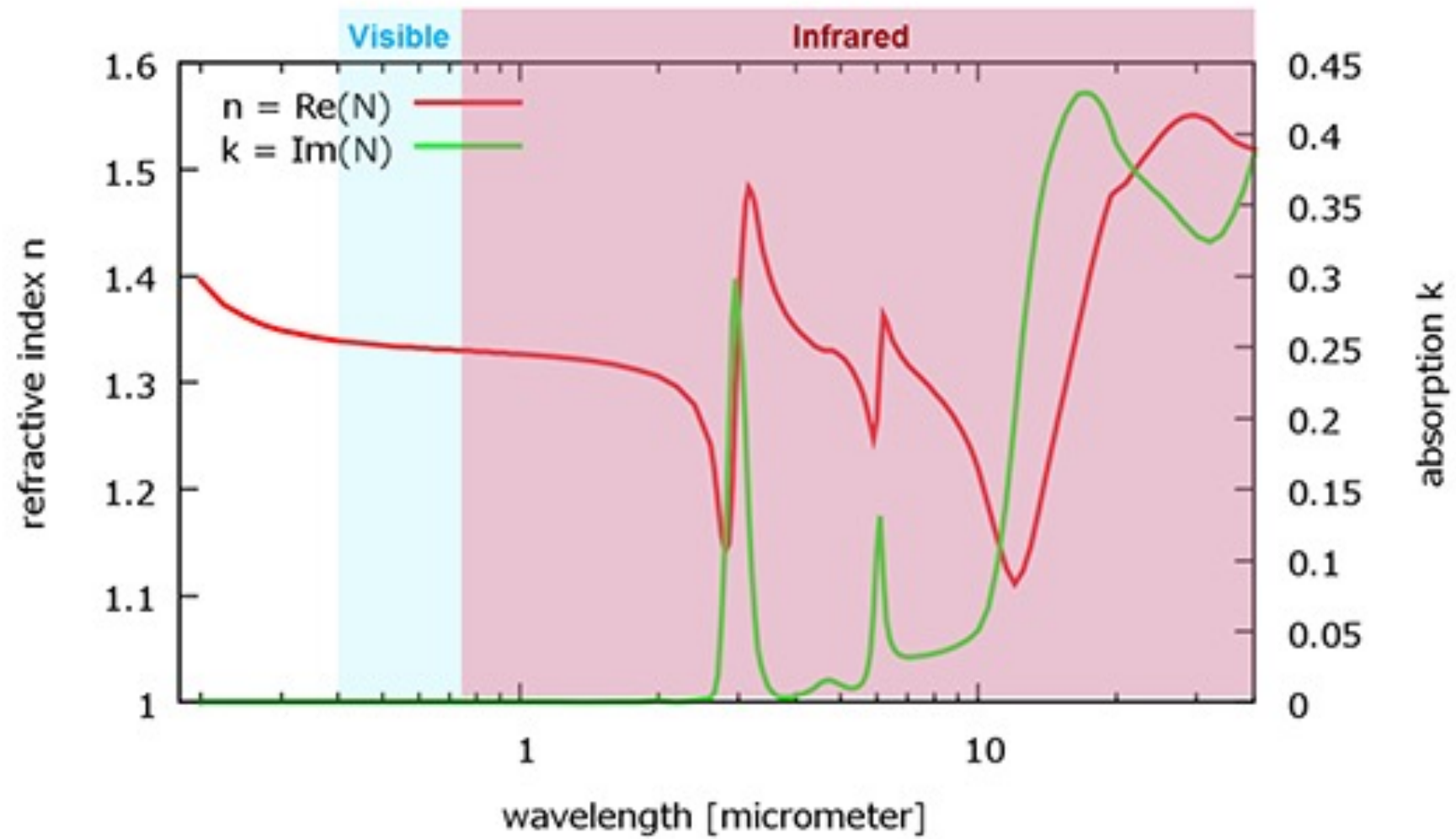
Matériaux	ϵ_r	μ_r
Eau	80	0.999992
Cuivre	∞	0.999994
Air	1	1.00000037
Bois	1.4 – 4.0	1.00000043
Diamant	5.7	0.999998
Saphir	~ 10	0.99999976

2.2.1 Milieux diélectriques isotropes

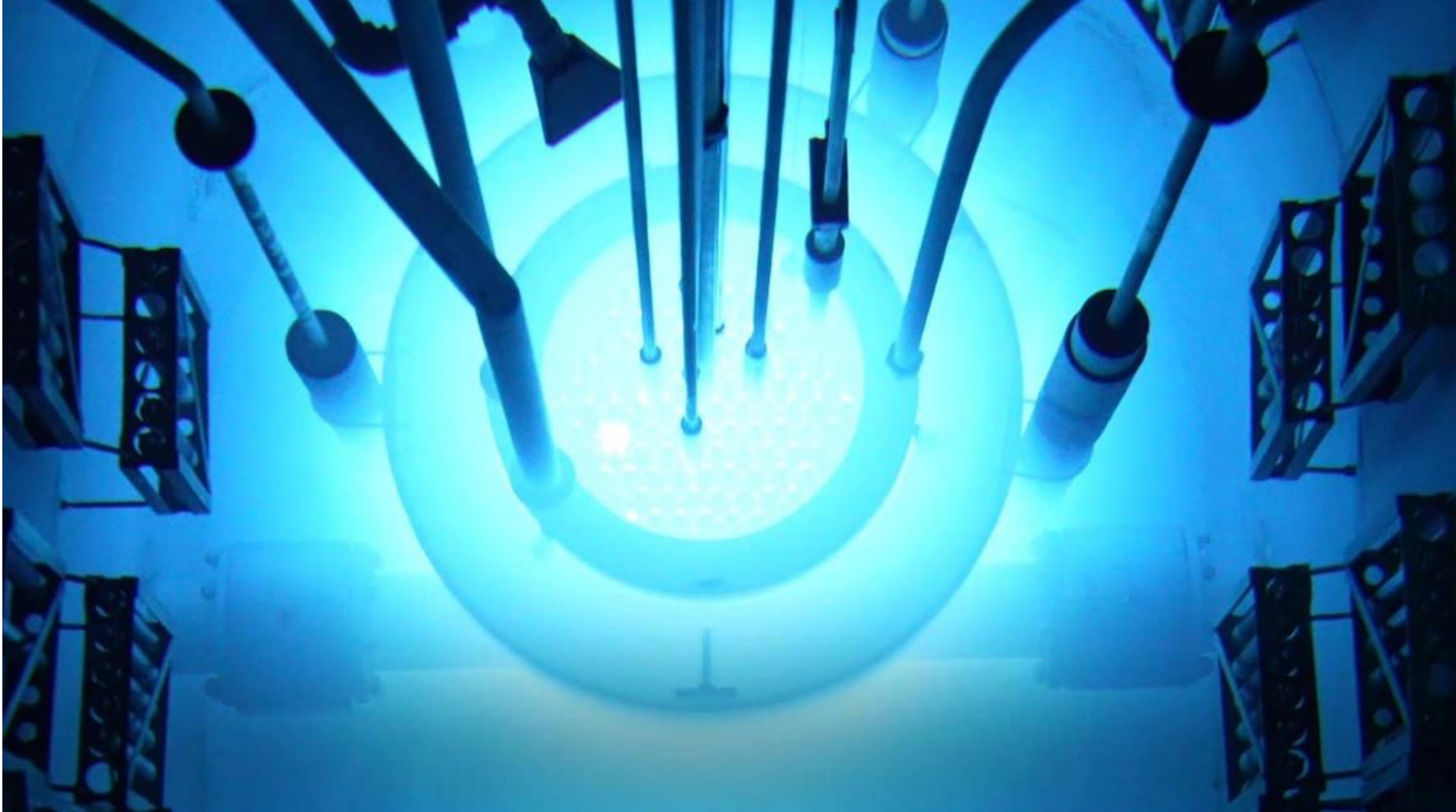
$$n \simeq \sqrt{\epsilon_r} \simeq 1 + \frac{N\alpha}{2\epsilon_0}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{m_e} \sum_k \frac{f_k}{\omega_{0k}^2 - \omega^2 + i\gamma_k\omega}$$





Index de refraction de l'eau



Rayonnement de Tcherenkov

2.2.2 Milieux diélectriques anisotropes



Série 8

Cours de physique IV – Prof. Paolo Ricci – SPC

26 avril 2024

Série 8 : Propriétés de base des ondes électromagnétiques

1 Polarisation : représentation de Jones

La représentation de Jones est un formalisme vectoriel décrivant les ondes polarisées. Pour le cas d'une onde EM polarisée, $\vec{E} = E_x \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \phi_x) \vec{e}_x + E_y \sin(\vec{k} \cdot \vec{y} - \omega t + \phi_y) \vec{e}_y$ peut aussi s'écrire comme :

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t + \phi_x) \\ E_y \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t + \phi_y) \end{pmatrix}$$

L'intensité I d'une onde est donnée par $I \propto \mathbf{E}^* \cdot \mathbf{E}$. L'avantage de ce formalisme est de représenter simplement les ondes EM polarisées et également représenter matriciellement les polariseurs :

- (a) Écrivez dans la représentation de Jones les ondes électromagnétiques polarisées suivantes :
- Polarisée rectiligne parallèle à $\vec{e}_x$
 - Polarisée rectiligne faisant un angle $\theta = \pi/4$ avec $\vec{e}_x$
 - Polarisée circulaire droite et gauche
 - Polarisée elliptiquement de demi-grand axe égale 2 fois plus grand que le demi-petit axe
- (b) Un polariseur rectiligne est perméable à la composante parallèle à l'axe du polariseur. En supposant une onde EM incidente polarisée rectiligne de norme E et parallèle à $\vec{e}_x$, donner la forme matricielle du polariseur rectiligne idéale qui fait un angle θ avec l'axe $\vec{e}_x$. En déduire la loi de Malus, qui donne l'expression de l'intensité de l'onde sortante I en fonction de l'intensité I_0 de l'onde incidente sur le polariseur et de l'angle θ :

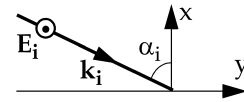
$$I = I_0 \cos^2(\theta). \quad (6)$$

Quelle est l'intensité moyenne d'une onde EM non polarisée ?

- (c) Le Polaroid est un filtre rectiligne non-idéal, c'est-à-dire que celui-ci a une transmittance T_1 le long de la direction privilégiée et T_2 le long de la direction perpendiculaire, où $T_2 < T_1 \leq 1$. En considérant ces hypothèses, réécrire la forme matricielle de la matrice représentant le filtre Polaroid quand la direction privilégiée est :
- parallèle à l'axe $\vec{e}_x$
 - faisant un angle θ avec l'axe $\vec{e}_x$
- Dériver la loi de Malus dans le cas du filtre Polaroid. Que constate-t-on ?
- (d) Les lames à retard sont des polariseurs particuliers, introduisant une phase $\phi/2$ qui retarde la composante perpendiculaire à l'axe optique, un axe de symétrie de la lame à retard qui est choisi comme référence. Donner la forme générale d'une lame à retard si l'axe optique fait un angle θ avec $\vec{e}_x$. Que peut-on dire de ce polariseur si $\phi = \pi$? et quand $\phi = \pi/2$?

2 Réflexion d'une onde EM sur un miroir parfaitement réfléchissant

Une onde électromagnétique plane sinusoïdale se propage dans le vide. Elle arrive, sous un angle d'incidence α_i sur une surface plane Σ parfaitement réfléchissante. Le champ électrique $\mathbf{E}_i$ est normal au plan d'incidence O_{xy} , O_x étant normal à Σ .



- (a) Montrer que le champ électrique $\mathbf{E}$, résultant de l'interférence de $\mathbf{E}_i$ avec le champ $\mathbf{E}_r$ de l'onde réfléchie, est une onde se propageant selon y , dont l'amplitude dépend de x .
- (b) Déterminer les plans nodaux et les plans ventraux de $\mathbf{E}$.
- (c) Exprimer la vitesse de phase u de $\mathbf{E}$ en fonction de la vitesse de la lumière c et α_i , puis discuter.

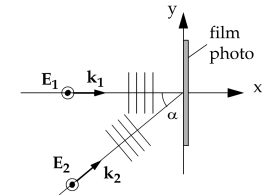
- (d) Exprimer, par un raisonnement mathématique puis par un raisonnement géométrique, la vitesse de groupe v de $\mathbf{E}$.

On place un second miroir plan parfait Σ' parallèle à Σ , à une distance X de Σ égale à celle de l'un des plans nodaux de $\mathbf{E}$. L'onde incidente subit ainsi des réflexions multiples entre Σ et Σ' .

- (e) Calculer la vitesse de phase u en fonction de X , λ et c . Montrer ensuite que pour tout X donné, il existe une longueur d'onde λ_c et donc une pulsation ω_c de coupure au-dessous de laquelle l'onde de $\mathbf{E}$ ne se propage pas.
- (f) Déterminer la relation de dispersion de cette onde

3 Holographie : principe de base

Le principe de l'holographie repose sur l'interférence entre 2 ondes incidentes. Soit deux ondes lumineuses planes, cohérentes, de même longueur λ , de même intensité, polarisée linéairement et de vecteur $\mathbf{E}$ parallèle à l'axe z . Le vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$ de la 1ère onde est parallèle à x et le vecteur d'onde $\mathbf{k}_2$ de la seconde forme un angle α par rapport à x .



- (a) Montrer que l'intensité résultant de la superposition des 2 ondes dans le plan $x = 0$ est donnée par :

$$I(y) = I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}ky \sin(\alpha)\right)$$

On place dans le plan $x = 0$ un film photographique dont le noircissement est proportionnel à l'intensité $I(y)$ incidente sur ce film.

- (b) Montrer que si l'on envoie sur le film noirci une onde incidente de vecteur $\mathbf{k}_1$, seules les intensités diffractées dans les directions $\theta = 0$ et $\theta = \pm\alpha$ sont non nulles : principe de l'holographie.

Indication : l'amplitude du champ électrique transmis par le film est proportionnelle à $(1 - \cos^2)\left(\frac{1}{2}k \sin(\alpha)\right)$

