Physique 202 - Mécanique analytique - examen blanc - 16.12.2024

Exercice 1 (12 points)

On considère une particule de charge e et de masse m dans un champ magnétique $\vec{B} = (0, 0, B_z)$, et soumise à un potentiel harmonique $V(\vec{q}) = V(q_z) = m\omega^2 q_z^2/2$.

a) Ecrire le Lagrangien du système.

b) Déterminer les intégrales du mouvement.

c) Ecrire les équations du mouvement et en donner la solution générale.

d) Déterminer sous quelle(s) condition(s) les orbites sont périodiques et en déterminer alors la période.

Exercice 2 (8 points)

Un système Hamiltonien est décrit par un coordonnée généralisée q et une impulsion conjuguée p. Une transformation de coordonnées mène à des variables P et Q. Les relations suivantes sont satisfaites:

$p = qP + \chi P^3 + \lambda t, \qquad Q = q^2/2 + 3qP^2.$

a) Déterminer la valeur de χ pour laquelle la transformation est canonique.

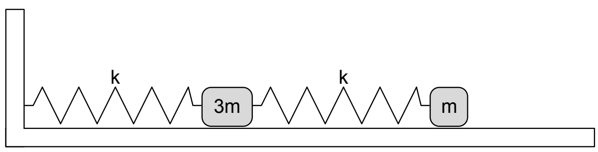
b) Déterminer la fonction génératrice $F_2(q, P, t)$ de cette transformation.

c) Suite à la transformation, l'Hamiltonien devient $K(Q, P, t) = 0$. Déterminer l'Hamiltonien d'origine $H(q, p, t)$.

d) Ecrire les équations d'Hamilton pour q et p et les résoudre.

Exercice 3 (10 points)

On considère le système à deux masses et deux ressorts suivant:



a) Déterminer le nombre de degrés de liberté, choisir des coordonnées généralisées et écrire le Lagrangien.

b) Exécuter une transformation de Legendre pour obtenir l'Hamiltonien.

c) Ecrire les équations d'Hamilton et déterminer les fréquences propres du système.