

Mécanique générale, classe inversée.

12-13 Novembre 2024

Infos générales

- Exo en amph mardi 19 et mardi 26

Mercredi → cours normal

- Examen blanc

18-24 Vendredi

→

ii. Considérons un pendule simple qui oscille entre $-\varphi_0$ et $+\varphi_0$. Quelles sont les affirmations justes

~~La tension dans le fil est constante~~

9

~~La tension dans le fil est maximum en $+\varphi_0$ et $-\varphi_0$~~

16

✗ La tension dans le fil est maximale en $\varphi = 0$ (verticale)

79%

~~La tension dans le fil en φ_0 vaut mg~~

17

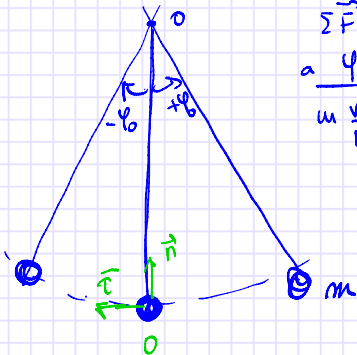
✗ La tension dans le fil dépend de la masse, de φ_0 et de l'angle

12%

✗ La tension maximale dépend de φ_0

32%

↳ augmente si φ_0 augmente.



$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g}$$

$$a_{\varphi} = 0 \quad a_r = 0$$

$$m \frac{v^2}{R} = T - mg$$

$$T = m \frac{v^2}{R} + mg$$

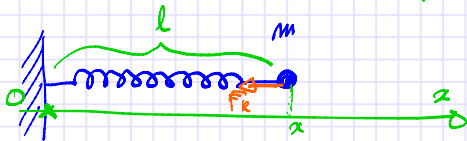
plus φ_0 grand

plus v en $\varphi = 0$ grand

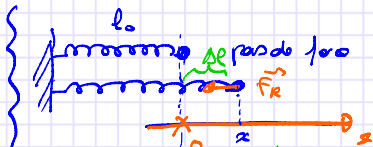
⇒ plus T est grand

allongement versus longueur

- (l_0) longueur au repos } longueur mesurée sans forces aucune.
longueur du ressort } dépendant du ressort pas de ce il est
allongement Δl } l longueur du ressort $l(t)$ mesurée
en présence de force
 $l - l_0$ $\Delta l \geq 0$ ou $\Delta l \leq 0$
ressort étiré ressort comprimé
- position de m → dans un repère → axe (Ox) et un "zéro"



ici: choix de (Ox) et position de m
est telle que $x = l$



choix de repère tel que
 $x = \text{allongement}$

allongement versus longueur

dans le cas 2 : $\Delta l = x$ position = allongement

F_k dépend de l'allongement $\vec{F}_k = -k \Delta l \vec{e}_x$

dans le cas 2 : $\Delta l = x \Rightarrow \vec{F}_k = -k x \vec{e}_x$

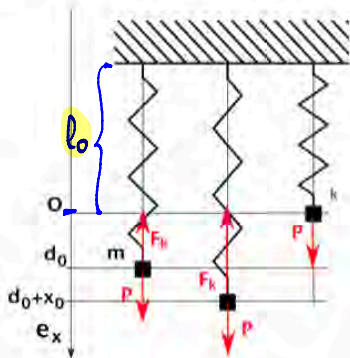
cas (1) pas ~~$\vec{F}_k = -k x \vec{e}_x$~~ $\vec{F}_k = -k(l - l_0) \vec{e}_x = -k(x - l_0) \vec{e}_x$



$\vec{F}_k = -k x \vec{e}_x$ si x est l'allongement

Oscillateur vertical

Exercice : Montage vertical



On considère une masse m suspendue à ^{un} ressort de longueur au repos l_0 et de constante k accroché verticalement.

On place l'origine du repère à la position de la masse quand le ressort est au repos. ^{ressort = l_0}
On appelle d_0 la position de la masse à l'équilibre.

On tire la masse vers le bas de x_0 en plus de d_0 et on la lâche sans vitesse initiale.
But : calculer la position de la masse en fonction du temps.

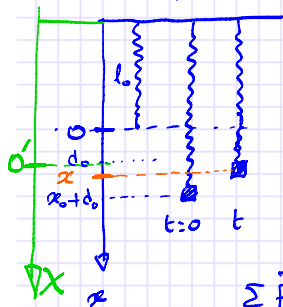
Oscillateur vertical

- 1- Calculer d_0 en fonction des données
- 2- Etablir l'équation différentielle dans le repère de la figure.
- 3- Faire un changement de variable sur x pour retrouver l'équation différentielle habituelle et la résoudre.
- 4- Calculer et tracer l'énergie potentielle dans le référentiel de la figure.
- 5- Utiliser cette énergie potentielle pour retrouver la solution précédente.

1- A l'équilibre $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$; forces: $m\vec{g}$; $\vec{F}_k$
 $\vec{F}_k = -k \underset{\text{allongement}}{\Delta l} \vec{e}_x$ à l'équilibre $\Delta l = d_0 \Rightarrow \vec{F}_k = -kd_0 \vec{e}_x$
 $m\vec{g} = mg\vec{e}_x$; $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow mg\vec{e}_x - kd_0 \vec{e}_x = \vec{0} \Rightarrow mg = kd_0$ $d_0 = \frac{mg}{k}$

Oscillateur vertical

2. $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$



lien entre x coordonnées de m et Δl allongement du ressort.

$\Delta l = l - l_0 = x$ à cause du choix de l'origine.

$\vec{F}_k = -kx \vec{e}_x$

$m\vec{g} = mg \vec{e}_x$

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -kx \vec{e}_x + mg \vec{e}_x = m\ddot{x} \vec{e}_x$

Soit ($\vec{e}_x$) $m\ddot{x} = mg - kx$

$m\ddot{x} + kx = mg$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = g$

Oscillateur vertical

3- (OX) orienté vers le bas l'origine en $x = d_0$

$$x = X + d_0 \quad X = x - d_0$$

équation en variable X ; $x = X + d_0 \Rightarrow \dot{x} = \dot{X} \Rightarrow \ddot{x} = \ddot{X}$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = g \Rightarrow \ddot{X} + \frac{k}{m} (X + d_0) = g \Rightarrow \ddot{X} + \frac{k}{m} X + \frac{k d_0}{m} = g$$

$$\text{or } d_0 = \frac{mg}{k} \Rightarrow \ddot{X} + \frac{k}{m} X + \cancel{\frac{k}{m} \frac{mg}{k}} = \cancel{g} \Rightarrow \boxed{\ddot{X} + \frac{k}{m} X = 0}$$

$$\Omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \ddot{X} + \Omega_0^2 X = 0$$

$X(t) = A \cos \Omega_0 t + B \sin \Omega_0 t$ constantes d'intégration A et B

$t=0$ vitesse nulle $\dot{X}(0)=0$; position $X(0)=x_0$

Oscillateur vertical

$$\dot{X}(t) = -A \Omega_0 \sin \Omega_0 t + B \Omega_0 \cos \Omega_0 t$$

$$\dot{X}(0) = -A \Omega_0 \sin(0) + B \Omega_0 \underbrace{\cos(0)}_1 = B \Omega_0 = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$X(t) = A \cos \Omega_0 t \quad X(0) = x_0 = A \cos(0) = A \Rightarrow A = x_0$$

$$\underline{X(t) = x_0 \cos \Omega_0 t}$$

$$x(t) = x_0 \cos \Omega_0 t + d_0$$

Oscillateur vertical

$$4) E_p = E_p(\text{ressort}) + E_p \text{ gravitationnelle}$$

Dans (Ox)

$$E_p^k = \frac{1}{2} k \Delta l^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_p^g = -m g x \quad (\text{zéro en } 0)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 - m g x$$

$$m \ddot{x} = -\frac{dE_p}{dx} = -\left[\frac{1}{2} k 2x - m g\right]$$

$$m \ddot{x} = -k x + m g \quad \left\{ \ddot{x} + \frac{k}{m} x = g \right.$$

Dans $(O'X)$

$$E_p^k = \frac{1}{2} k (X + d_0)^2$$

$$E_p^g = -m g X \quad (\text{zéro de } E_p^g \text{ en } O')$$

$$\frac{1}{2} k (X + d_0)^2 - m g X$$

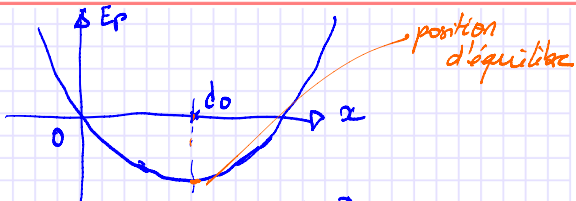
$$E_p^{\text{tr}} = \frac{1}{2} k (X + d_0)^2 - m g X$$

$$m \ddot{X} = -\frac{dE_p}{dX} = -\left(\frac{1}{2} k 2(X + d_0) - m g\right)$$

$$= -k X - \underbrace{k d_0 + m g}_0 \Rightarrow \ddot{X} + \frac{k}{m} X = 0$$

Oscillateur vertical

$$E_p(x) = \frac{1}{2} kx^2 - mgx$$



Remarque [fait pendant la pause suite à 1 question]

Avec l'énergie mécanique $E_m(\text{temps}) = \text{cte} = E_p(t) + E_c(t)$

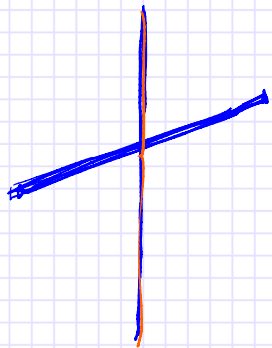
$$E_m(t) = E_p[x(t)] + E_c(t) = \frac{1}{2} kx(t)^2 - mgx(t) + \frac{1}{2} m\dot{x}(t)^2$$

dérivation par rapport à t

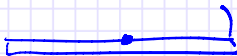
$$0 = \frac{1}{2} k \cancel{x} \dot{x} - mg \dot{x} + \frac{1}{2} m \cancel{x} \dot{x} \ddot{x} \Rightarrow \dot{x} [kx - mg + m\ddot{x}] = 0$$

$$\text{Soit } \dot{x} = 0 \text{ ou } 0: \text{équilibre soit } kx - mg + m\ddot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = g$$

~~Oscillateur vertical~~



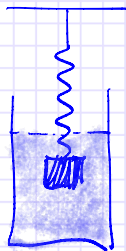
deceus



On considère un oscillateur amorti constitué d'une masse m plongée dans un fluide et accrochée à un ressort. Si on prend en compte la poussée d'Archimède par rapport au cas où on la néglige, cela change:

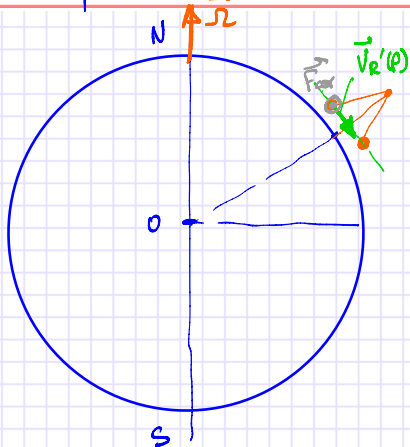
- ~~La pulsation propre ω_0~~
- ~~La pseudo pulsation ω~~
- ☒ La position d'équilibre
- ~~Rien~~

masse reste dans l'eau



$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m \vec{a} \\ &= \underbrace{F_h}_{\text{etc}} + \underbrace{F_{\text{Arch}}}_{\text{etc}} + \underbrace{F_{\text{wp}}}_{\text{etc}} \end{aligned}$$

pendule de Foucault



$$\vec{a}_{cor} = 2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{R'}(P)$$



$$\vec{F}_{cor} = -2m \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{R'}(P)$$

