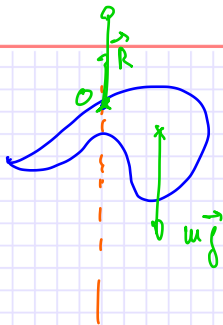


Mécanique générale, classe inversée.

3-4 Décembre 2024

Solide 1

Centre de masse



Solide 1



Moments d'inertie

Je compare une sphère et un cylindre, de même rayon, de même masse et tous deux faits du même matériau homogène. Que peut-on dire de leurs moments d'inertie?

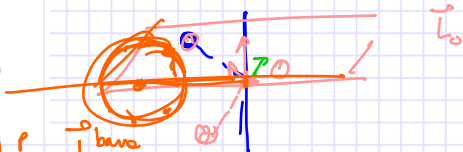
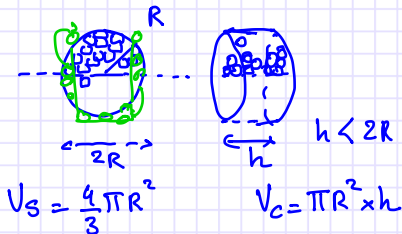
☐ Ils sont identiques 0%

☒ Celui du cylindre est plus grand 0%

☐ Celui de la sphère est plus grand 0%

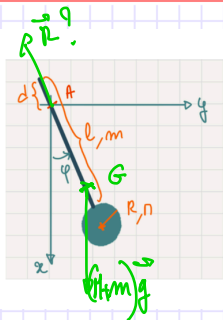
☐ On ne peut pas avoir un cylindre et une sphère de même masse, même rayon et même masse volumique 0%

No votes



$$I_o = I_c + I_p + I_{\text{bary}}$$

Solide : pendule pesant



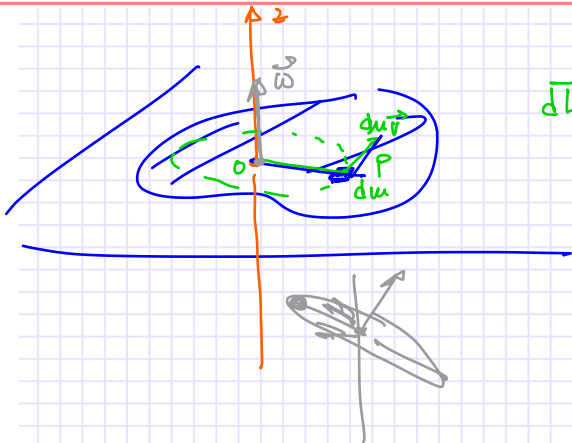
Un pendule pesant est constitué d'une barre de masse m et de longueur l accrochée par une de ses extrémités à un pivot, et avec à l'autre extrémité un disque de rayon R et de masse M . L'attache du pivot est à la distance d du bord de la barre. A $t = 0$ on l'écarte d'un angle α de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale.

Etablir l'équation différentielle du mouvement et la résoudre dans le cas de petites oscillations.

1) Où est le centre de masse? $\rightarrow G$

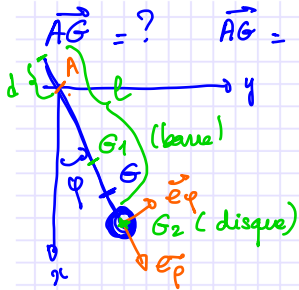
2) $\sum \vec{\mathcal{L}}_A = \frac{d\vec{L}}{dt}_A$ Az axe principal $\vec{L}_A = \vec{I}_A \vec{\omega}$

Solide 1



$$\begin{aligned}
 d\vec{L}_0 &= \vec{OP} \wedge (dm \vec{v}) \\
 &= dm \underbrace{\vec{OP} \wedge \vec{v}}_{\parallel \vec{Oz}} \\
 \vec{L}_0 &\parallel \vec{Oz} \parallel \vec{\omega}
 \end{aligned}$$

Solide 1



$$\vec{AG} = ?$$

$$\vec{AG} = d_{AG} \vec{e}_\rho = \frac{m(\frac{l}{2}-d)\vec{e}_\rho + M(l-d+R)\vec{e}_\rho}{(m+M)}$$

$$d_{AG} = \frac{m(\frac{l}{2}-d) + M(l-d+R)}{m+M}$$

$$I_A^{\text{solide}} = I_A^{\text{barre}} + I_A^{\text{disque}}$$

$$I_A^{\text{barre}} = I_{G_1} + m d_{AG_1}^2 = \frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{2} - d \right)^2$$

$$I_A^{\text{disque}} = I_{G_2}^{\text{disque}} + M d_{AG_2}^2$$

$$= \frac{1}{2} M R^2 + M (l-d+R)^2$$

$$I_A = \frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{2} - d \right)^2 + \frac{1}{2} M R^2 + M (l-d+R)^2$$

Solide 1

$$\Sigma \vec{\mathcal{L}}_A = \frac{d\vec{L}_A}{dt} = \frac{d}{dt} (I_A \vec{\omega}) = I_A \ddot{\omega}$$

$$\vec{\omega} ? \quad \vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{e}_3 \Rightarrow \ddot{\omega} = \ddot{\psi} \vec{e}_3$$

$$\Sigma \vec{\mathcal{L}}_A = \vec{AA'} \wedge \vec{N} + \vec{AG} \wedge (m+M)\vec{g}$$

$\vec{N}$: réaction du pivot

$$= d_{AG} \vec{e}_\rho \wedge (m+M)g \vec{e}_z = d_{AG} (m+M)g \vec{e}_\rho \wedge \vec{e}_z$$

$$\vec{e}_\rho \wedge \vec{e}_z = -\sin \psi \vec{e}_3$$



Solide 1

Aute méthode : exprimer $\vec{e}_p$ et $\vec{e}_n$ dans la même base



$$\vec{e}_p = \cos \varphi \vec{e}_n + \sin \varphi \vec{e}_y$$

$$\begin{aligned} \vec{e}_p \wedge \vec{e}_n &= (\cos \varphi \vec{e}_n + \sin \varphi \vec{e}_y) \wedge \vec{e}_n \\ &= \cos \varphi \underbrace{\vec{e}_n \wedge \vec{e}_n}_0 + \sin \varphi \underbrace{\vec{e}_y \wedge \vec{e}_n}_{-\vec{e}_z} = -\sin \varphi \vec{e}_z \end{aligned}$$

$$\vec{e}_p \begin{vmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\sin \varphi \end{vmatrix} \rightarrow -\sin \varphi \vec{e}_z$$

$$\sum \vec{\mathcal{L}}_A = -d_{AG} (m + M) g \sin \varphi \vec{e}_z = \frac{d\vec{L}_A}{dt} = I_A \ddot{\varphi} \vec{e}_z$$

Solide 1

$$\ddot{\varphi} + \underbrace{\frac{dmg(u+M)g}{I_A}}_{\Omega_0^2} \sin \varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \Omega_0^2 \sin \varphi = 0$$

Resolution pour petites oscillations? $\varphi \ll 1$ $\sin \varphi \simeq \varphi$

$$\ddot{\varphi} + \Omega_0^2 \varphi = 0$$

$$\varphi(t) = A \cos \Omega_0 t + B \sin \Omega_0 t$$

$$\dot{\varphi}(0) = 0 \quad \text{et} \quad \varphi(0) = \alpha$$

$$\dot{\varphi}(t) = -A \Omega_0 \sin \Omega_0 t + B \Omega_0 \cos \Omega_0 t$$

$$\dot{\varphi}(0) = B \Omega_0 = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\varphi(0) = A = \alpha$$

$$\left. \begin{array}{l} \varphi(t) = \alpha \cos \Omega_0 t \end{array} \right\}$$

Solide 1

$$\text{Si } m=0 \text{ et } d=0 \text{ et } R=0$$

$$d_{AG} = \frac{0 + \pi(l - 0 + 0)}{\pi} = l \quad \text{ii}$$

$$I_A = M(l - 0 + 0)^2 = \pi l^2 \quad \text{ii}$$

$$\Omega_0^2 = \frac{d_{AG}(m + \pi)g}{I_A} = \frac{\cancel{l} \cdot \cancel{\pi} \cdot g}{\cancel{\pi} l^2} = \frac{g}{l} \quad \text{ii}$$

Solide 1

Bonus (non fait en ampli) On peut utiliser l'énergie pour trouver l'équation différentielle

$$E_{\text{mec}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{rot}} = \text{cte} = (M+m)gh + \frac{1}{2} I_A \omega^2$$

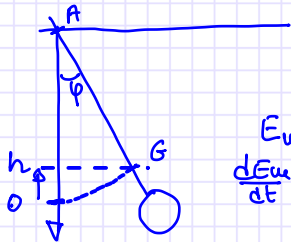
0 épot quand $\varphi = 0$

h : hauteur de G au dessus du zéro

$$h = d_{AG} (1 - \cos \varphi)$$

$$E_m = (M+m)d_{AG}(1 - \cos \varphi)g + \frac{1}{2} I_A \dot{\varphi}^2 = \text{cte}$$
$$\frac{dE_m}{dt} = 0 = (M+m)d_{AG}g \cancel{\dot{\varphi} \sin \varphi} + \cancel{\frac{1}{2} I_A} \cancel{2\dot{\varphi}} \ddot{\varphi}$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{d_{AG}(M+m)g \sin \varphi}{I_A} = 0$$



Solide 1

On retrouve bien la même équation différentielle de calcul de I_A et de d_{AG} reste le même.

On s'épargne le produit vectoriel, mais il faut bien identifier l'énergie potentielle de pesanteur.

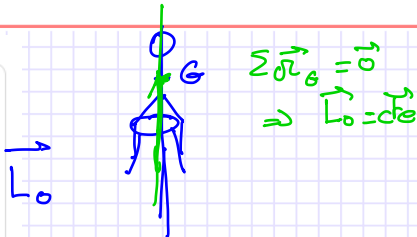
Tabouret

🇫🇷 Votre prof tourne sur son tabouret, bras écartés. Quand elle ramène les bras près du corps, la vitesse de rotation augmente. Que peut-on dire de son moment cinétique ? ...

☐ Il augmente puisqu'elle va plus vite 0%

☐ Il diminue, puisque les bras sont plus près du corps 0%

☒ Il reste constant 0%



58%

Tabouret

🇫🇷 Votre prof tourne sur son tabouret, bras écartés. Quand elle ramène les bras près du corps, la vitesse de rotation augmente. Que peut-on dire de son moment d'inertie? ...



I_A

☐ Il augmente puisqu'elle va plus vite 0%

✓ ☒ Il diminue, puisque les bras sont plus près du corps 0%

☐ Il reste constant 0%

88%

Tabouret



Votre prof tourne sur son tabouret, bras écartés. Quand elle ramène les bras près du corps, la vitesse de rotation augmente. Que peut-on dire de son énergie de rotation? ...



Elle augmente

0%



Elle diminue

0%



Elle reste constante

0%

$$L_0 = I_0 \omega \xrightarrow{\text{constant}}$$
$$I \downarrow \quad \omega \uparrow$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_0 \omega^2$$
$$= \frac{1}{2} (\underbrace{I_0 \omega}_{\rightarrow}) \underbrace{\omega}_{\nearrow}$$
$$\Rightarrow E_{\text{rot}} \nearrow$$

Moments d'inertie

🇫🇷 Si on compare deux cylindres de même masse et de même rayon. L'une est creux, le trou étant cylindrique et centré; l'autre est plein. Les deux sont faits de matériaux homogènes. Que peut-on dire de leurs moments d'inertie ?

...

- ☐ Celui du cylindre plein est plus grand 0%
- ☐ Ils sont identiques 0%
- ☐ Celui du cylindre creux est plus grand 0%

bille dans un looping

🇫🇷 On considère une bille dans un looping. La ...
bille est considérée comme une sphère qui
roule sans glisser. La hauteur de lâcher
pour que la sphère complète le looping
dépend:

- ☐ De son rayon 0%
- ☐ De sa masse 0%
- ☐ De savoir si la sphère est creuse ou pleine 0%
- ☐ de rien de tout cela 0%

No votes

Vote

solide 1



solide 1

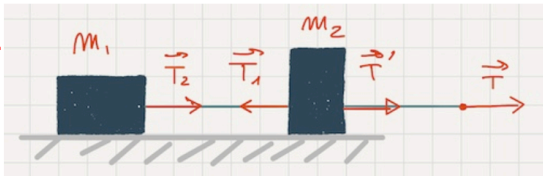


Retour série 10



Retour série 10





 Dans le montage ci dessus les 2 blocs glissent sans frottement sur le sol et les deux cordes sont sans masse. Les forces sont représentées schématiquement (pas forcément à l'échelle). Quelles sont toutes les affirmations justes: En NORME:

- ☐ $T = T'$ 0%
- ☐ $T' = T_1$ 0%
- ☐ $T_1 = T_2$ 0%
- ☐ $T = T_2$ 0%
- ☐ $T = T_1$ 0%
- ☐ $T' = T_2$ 0%

