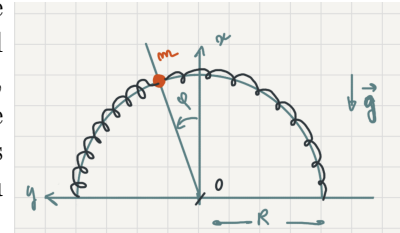


Exercices

Exercice 1 *Métronome vertical (ancien examen)*

On veut étudier un dispositif qui doit servir de métronome (instrument utilisé en musique pour battre la mesure). Il est constitué d'une tige rigide en demi cercle de rayon R , fixée verticalement, d'une masse m qui coulisse sur la tige et de deux ressorts. On néglige tous les frottements. Les ressorts ont une constante de raideur k et une longueur au repos $l_0 = R\pi/2$.



- Faire le bilan des forces sur m et les représenter sur le schéma
- Exprimer l'accélération de la masse m dans les coordonnées polaires du dessin en tenant compte des caractéristiques du dispositif..
- Etablir les équations du mouvement en coordonnées polaires.
- Montrer que la position $\varphi = 0$ est une position d'équilibre.
- Etablir l'équation différentielle du mouvement sur la coordonnée φ dans le cas où φ reste faible.
- Toujours dans le cas où φ reste petit, quelle condition liant k , m , g et R assure que le système se comporte comme un oscillateur harmonique ?
- Exprimer l'énergie potentielle de la masse lorsqu'elle se déplace sur la tige, en fonction de la coordonnée φ , d'abord dans le cas général, puis dans le cas des petits angles. On rappelle que pour φ petit $\cos(\varphi) \simeq 1 - \varphi^2/2$
- Dans l'approximation où φ reste faible, (re)trouver à l'aide de l'énergie potentielle, la condition sur k pour que le système se comporte comme un oscillateur harmonique.
- Calculer l'expression de l'énergie mécanique dans le cas général (pas de supposition sur φ), puis l'utiliser pour retrouver l'équation différentielle du mouvement de la masse.