

## Exercices

### Exercice 1

La loi de l'attraction universelle, établie par Isaac Newton se décrit par la formule suivante :

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Où  $F$  est l'intensité de la force,  $M$  et  $m$  sont les masses des objets attirés entre eux et  $r$  la distance qui sépare leur centres de gravité. En sachant que l'unité de la force est le newton N et qu'elle s'exprime en système international en  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ , quelle est, en unités du système international, l'unité de la constante de gravitation  $G$  ?

### Exercice 2

La position en fonction du temps d'une particule qui bouge le long de l'axe  $x$  est décrite par la figure 1

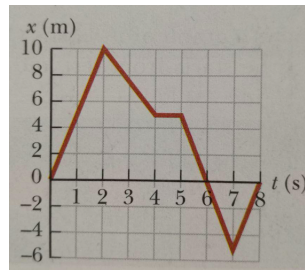


FIGURE 1 – Trajectoire de la particule

Donner la vitesse moyenne dans les intervalles de temps suivants :

- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| (a) entre 0 et 2 s | (c) entre 2 et 4 s | (e) entre 0 et 8 s |
| (b) entre 0 et 4 s | (d) entre 4 et 7 s |                    |

**Exercice 3** Une particule bouge selon l'axe  $x$  en suivant l'équation

$$x = 2,00 + 3,00t - t^2$$

Où  $x$  est en mètres et  $t$  en secondes. A  $t = 3$  s, trouver la position de la particule, sa vitesse ainsi que son accélération.

**Exercice 4**

Dans le canon d'un fusil, la vitesse de la balle est donnée en fonction du temps par

$$v = (-5 \cdot 10^7)t^2 + (3 \cdot 10^5)t$$

Où  $v$  est en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $t$  en s. On donne que l'accélération de la balle à la sortie du canon est nulle.

- (a) Déterminer l'accélération et la position de la balle en fonction du temps à l'intérieur du canon du fusil.
- (b) Déterminer l'intervalle de temps durant lequel la balle est accélérée.
- (c) Trouver la vitesse à laquelle la balle quitte le canon du fusil.
- (d) Quelle est la longueur du canon du fusil ?

**Exercice 5**

Un pilote de chasse effectue un virage sur la gauche suivant une trajectoire horizontale et avec un mouvement circulaire uniforme avec une accélération normale de  $5g$ . En sachant que la vitesse tangentielle de l'avion est égale à Mach 2 (c'est à dire deux fois la vitesse du son), trouver le rayon du cercle sur lequel se situe le virage décrit par l'avion.

*Indication : Pour le calcul des "Mach" c'est la vitesse du son au niveau de la mer qui est considérée, celle-ci vaut  $v = 340 \text{ m/s}$*

- Exercice 6**
- a. Trouver la vitesse angulaire en rad/s d'un disque tournant à 33 tours/min.
  - b. Trouver la vitesse angulaire toujours en rad/s d'un manège si un objet à sa périphérie à une vitesse de 12 km/h et dont le plateau tournant à un diamètre de 10 m.
  - c. Enfin, un enfant a trouvé une fronde lors d'une manifestation ce week end. Il vous demande de l'aider à estimer à quelle vitesse il peut lancer un caillou avec celle-ci, en sachant qu'il peut tourner la fronde à une vitesse maximale de 2 tours par seconde et que sa fronde mesure 50 cm.

## Réponses

1.  $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
2. (a)  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
(b)  $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
(c)  $-2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
(d)  $-3,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
(e) 0
3.  $x(t=3) = 2 \text{ m}$ ,  $v(t=3) = -3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $a(t=3) = -2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
4. (a)  $a = (-10 \cdot 10^7)t + (3 \cdot 10^5)$ ,  $x = (-5/3 \cdot 10^7)t^3 + (3/2 \cdot 10^5)t^2$   
(b) 3 ms  
(c)  $450 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
(d) 0,9 m
5.  $r = 9,4 \text{ km}$
6. (a) 3,456 rad/s  
(b) 0,67 rad/s  
(c)  $6,28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

## Solutions

**Solution 1** En isolant G on a :

$$G = \frac{Fr^2}{Mm} \quad (1)$$

Les masses sont en  $[kg]$ , la distance r en  $[m]$ , et F en  $[N] = [kg \cdot m \cdot s^{-2}]$ . Donc on en déduit que, en isolant G on a :

$$G : \left[ \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m^2}{kg^2} \right] = m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} \quad (2)$$

**Solution 2** La vitesse moyenne est donnée par :

$$v_{moy} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (3)$$

|    | $x_i$ | $x_f$ | $\Delta x$ | $\Delta t$ | $v_{moy}$                            |
|----|-------|-------|------------|------------|--------------------------------------|
| a) | 0     | 10    | 10         | 2          | $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$    |
| b) | 0     | 5     | 5          | 4          | $1.25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| c) | 10    | 5     | -5         | 2          | $-2.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| d) | 5     | -5    | -10        | 3          | $-3.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| e) | 0     | 0     | 0          | 8          | $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$    |

**Solution 3** En dérivant deux fois  $x(t)$  par rapport au temps, on obtient :

$$x(t) = 2 + 3t - t^2 [m] \quad (4)$$

$$v(t) = 3 - 2t [m \cdot s^{-1}] \quad (5)$$

$$a(t) = -2 [m \cdot s^{-2}] \quad (6)$$

A  $t = 3s$  on en déduit :

$$x(3) = 2 + 3 * 3 - 3^2 = 2 [m] \quad (7)$$

$$v(3) = 3 - 2 * 3 = -3 [m \cdot s^{-1}] \quad (8)$$

$$a(3) = -2 [m \cdot s^{-2}] \quad (9)$$

*Remarque :* D'abord calculer v et a en dérivant et ensuite chercher la valeur pour un temps donné.

**Solution 4** (a) L'accélération est déterminée en dérivant  $v(t)$  par rapport au temps, alors que la position est trouvée par intégration. La condition initiale est  $x_0 = 0$  :

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -10 \cdot 10^7 t + 3 \cdot 10^5 \quad (10)$$

$$x(t) = \int v(t) dt = -5 \cdot 10^7 * \frac{1}{3} t^3 + 3 \cdot 10^5 * \frac{1}{2} t^2 + x_0 = -\frac{5}{3} \cdot 10^7 t^3 + \frac{3}{2} \cdot 10^5 t^2 \quad (11)$$

(b) L'accélération se termine à  $t_f$ , quand  $a(t_f) = 0$  à la sortie du canon. En égalant  $a(t_f)$  à 0 et isolant  $t_f$ , on obtient :

$$t_f = \frac{3 \cdot 10^5}{10^8} = 3ms = 3 * 10^{-3}s \quad (12)$$

(c) On calcule  $v(t_f)$  :

$$v(t_f) = (-5 \cdot 10^7)(3 * 10^{-3})^2 + (3 \cdot 10^5)(3 * 10^{-3}) = 450m \cdot s^{-1} \quad (13)$$

(d) On calcule  $x(t_f)$  :

$$x(t_f) = -\frac{5}{3} \cdot 10^7 (3 * 10^{-3})^3 + \frac{3}{2} \cdot 10^5 (3 * 10^{-3})^2 = 0.9m \quad (14)$$

**Solution 5** En appliquant la formule de l'accélération et isolant R :

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (15)$$

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(2 * 340)^2}{5 * 10} = 9.4km \quad (16)$$

**Solution 6**

a. La vitesse angulaire étant en rad/s, il faut convertir les tours en radians et le temps en secondes. On sait que (1 tour) =  $2\pi$  rad et  $1min = 60s$ . Donc :

$$\omega = \frac{2\pi * 33}{60} = 3.456rad \cdot s^{-1} \quad (17)$$

b. Pour un objet qui tourne en périphérie, on lie la vitesse et la vitesse angulaire par le rayon comme suit :

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{12/3.6}{10/2} = 0.67rad \cdot s^{-1} \quad (18)$$

c. En utilisant la même relation que dans la question précédente, on a :

$$v = R * \omega = 2 * 2\pi * 0.5 = 6.28m \cdot s^{-1} \quad (19)$$