

Exercices

Exercice 1

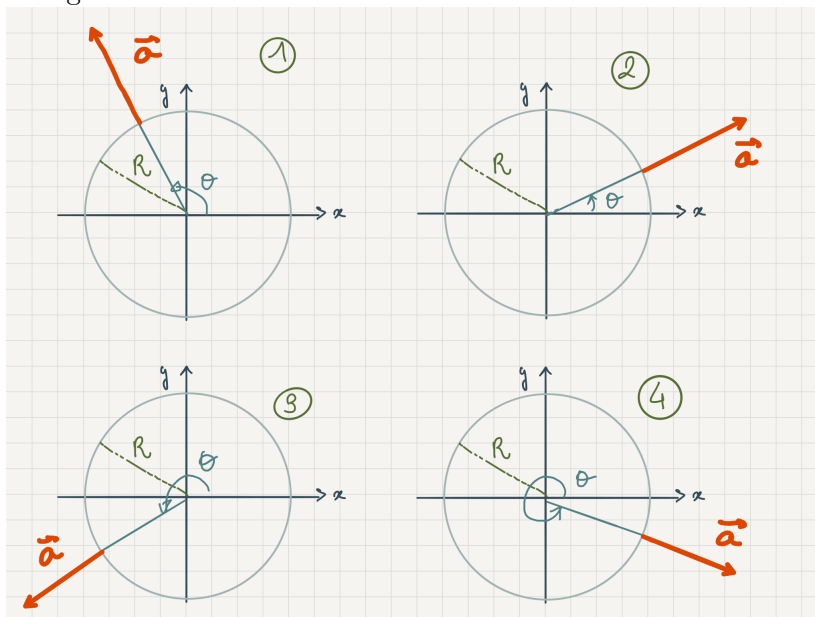
Une compagnie automobile propose des voitures dont la carrosserie, moulée à haute pression est faite de 9,35 kg de fer. Pour célébrer sa centième année d'existence, la société a prévu de couler une carrosserie, mais en or. Quelle masse d'or est alors nécessaire ?

Données : La masse volumique du fer est de $\rho_{Fe} = 7,9 \text{ g/cm}^3$ et la masse volumique de l'or est $\rho_{Au} = 19,3 \text{ g/cm}^3$

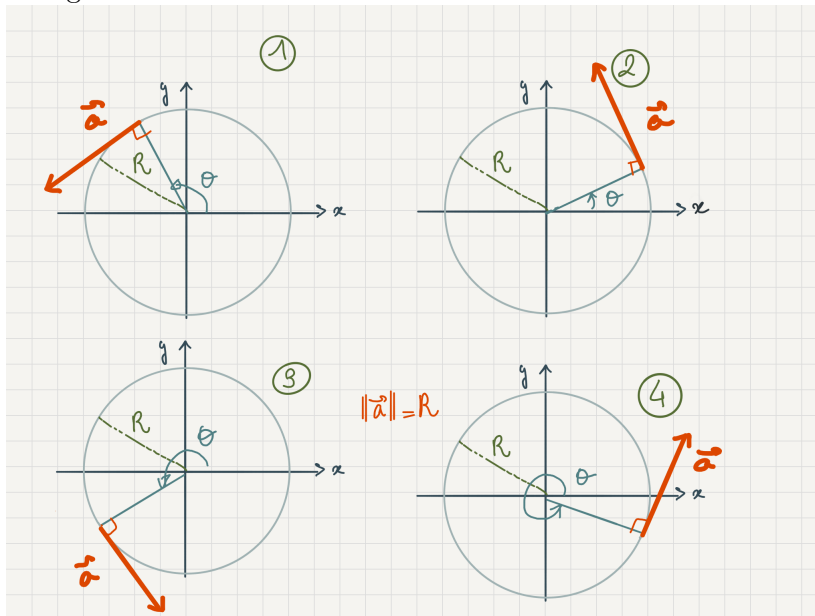
Exercice 2 Le *Prototype International du Kilogramme* est un alliage de 90% de Platine et 10% d'Iridium. C'est un cylindre mesurant précisément 39,0 mm de hauteur pour 39,0 mm de diamètre. Quelle est la masse volumique du matériau, donnée en kg/m^3 ?

Exercice 3 Un message nerveux dans le corps humain se déplace à une vitesse d'environ $100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Si vous tapez votre orteil contre le pied de la table le soir chez vous, estimez le temps que met l'influx nerveux pour aller de votre orteil à votre cerveau.

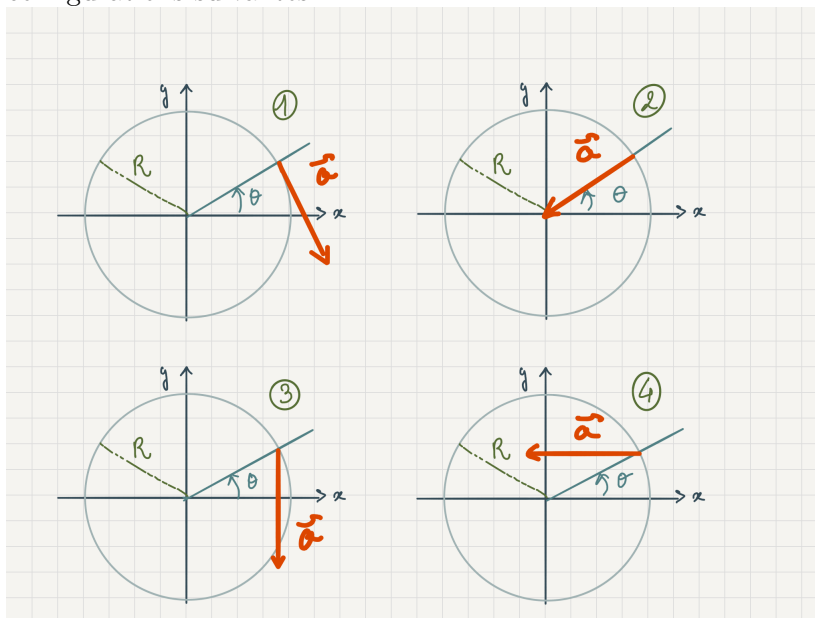
Exercice 4 Exprimer les composantes du vecteur $\vec{a}$ en fonction de R et θ dans les 4 configurations suivantes :



Exercice 5 Exprimer les composantes du vecteur $\vec{a}$ en fonction de R et θ dans les 4 configurations suivantes :



Exercice 6 Exprimer les composantes du vecteur $\vec{a}$ en fonction de R et θ dans les 4 configurations suivantes :



Réponses

1. 22.8 kg
2. 21500 kg·m⁻³
3. $t \simeq 17$ ms
4. $\vec{a} = (R \cos \theta, R \sin \theta)$ dans les quatre cas.
5. $\vec{a} = (-R \sin \theta, R \cos \theta)$ dans les quatre cas. 1- $\vec{a} = (R \sin \theta, -R \cos \theta)$; 2- $\vec{a} = (-R \cos \theta, -R \sin \theta)$; 3- $\vec{a} = (0, -R)$; 4- $\vec{a} = (-R, 0)$.

Solutions

Solution 1 On sait que $m = \rho V$, et pour l'or ou le fer le volume est le même. Alors :

$$m_{Fe} = \rho_{Fe} V \quad (1)$$

$$m_{Au} = \rho_{Au} V \quad (2)$$

En égalant les deux expressions du volume, on en déduit :

$$m_{Au} = m_{Fe} * \frac{\rho_{Au}}{\rho_{Fe}} = 22.8 kg \quad (3)$$

Remarque : Faites toujours une résolution analytique avant l'application numérique.

Solution 2

$$V_{cylindre} = h\pi R^2 \quad (4)$$

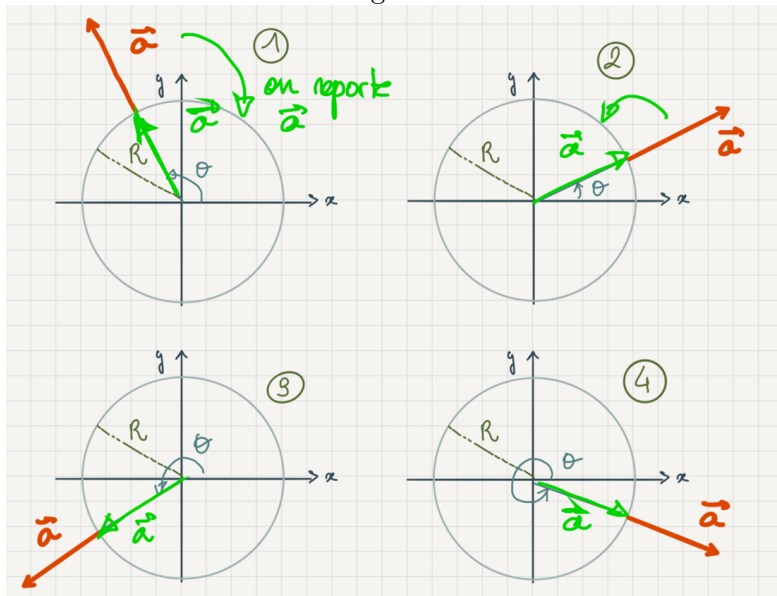
$$\rho = \frac{m}{V_{cylindre}} = \frac{1}{3.9 * 10^{-3} * \pi * \frac{3.9^2}{2} * 10^{-6}} = 21.5 * 10^3 kg \cdot m^{-3} \quad (5)$$

Remarque : Certaines indications peuvent être superflues (ici le pourcentage de chaque métal).

Solution 3 Distance orteil-cerveau $\simeq 1.7m$, donc :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1.7}{100} = 17ms \quad (6)$$

Solution 4 On rapporte $\vec{a}$ au centre du cercle, dans tous les cas $\vec{a}$ part du centre, pointe sur le cercle et θ mesure l'angle entre Ox et $\vec{a}$.



Donc $\vec{a} = (R \cos \theta, R \sin \theta)$ dans les quatre cas.

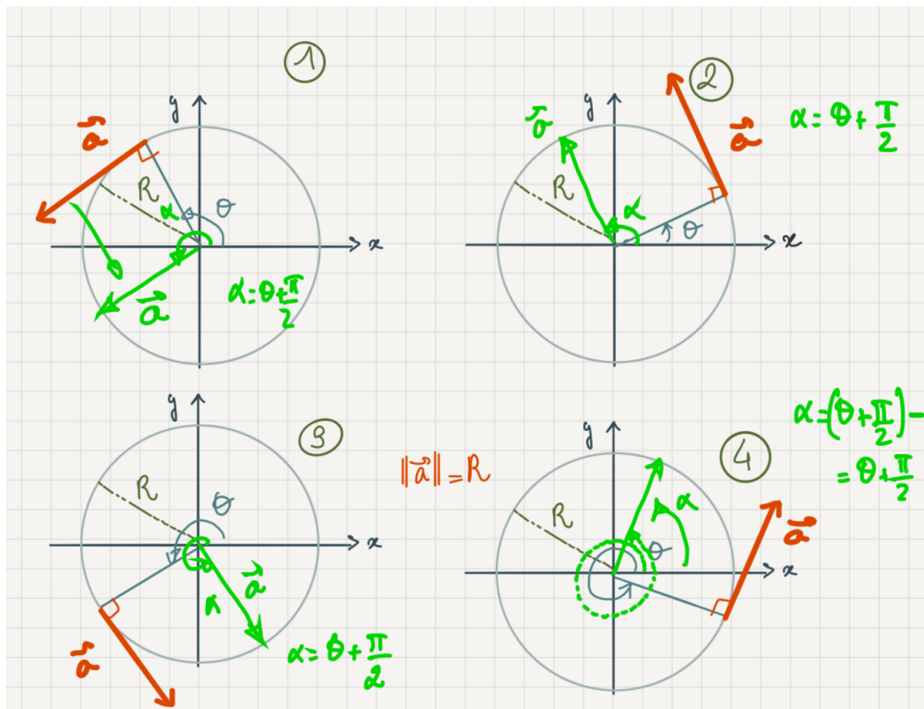
Solution 5 On rapporte $\vec{a}$ au centre du cercle, il fera alors un angle α avec Ox : $\vec{a} = (R \cos \alpha, R \sin \alpha)$

En se reliant les angles, on a : $\alpha = \theta + \pi/2$

Or on sait que :

$$\cos(\theta + \pi/2) = -\sin \theta \quad (7)$$

$$\sin(\theta + \pi/2) = \cos \theta \quad (8)$$



Donc $\vec{a} = (-R \sin \theta, R \cos \theta)$ dans les quatre cas.

Remarque : On remarque que les relations restent les mêmes quel que soit le quadrant du cercle trigonométrique.

Le vecteur $\vec{a}$ est toujours tangent au cercle et pointe dans le sens trigo positif. Un schéma fait pour un vecteur dans le 1er quadrant fonctionne aussi dans les autres heureusement !

Solution 6

(1 et 2) : Ici aussi on ramène $\vec{a}$ au centre du cercle, on repère sa position pour un angle α et on cherche le lien entre θ et α :

1 : $\vec{a} = (R \cos \alpha, R \sin \alpha) = (R \cos(\pi/2 - \theta), R \sin(\pi/2 - \theta)) = (R \sin \theta, -R \cos \theta)$ (9)

2 : $\vec{a} = (R \cos \alpha, R \sin \alpha) = (R \cos(\pi + \theta), R \sin(\pi + \theta)) = (-R \cos \theta, -R \sin \theta)$ (10)

3 : Seulement une composante sur $\vec{e}_y$: $\vec{a} = (0, -R)$ (11)

4 : Seulement une composante sur $\vec{e}_x$: $\vec{a} = (-R, 0)$ (12)

