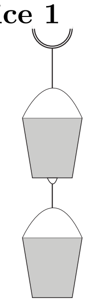
Exercices

Exercice 1

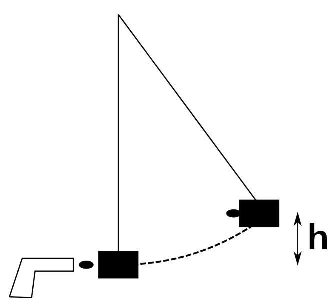


Deux seaux de peinture ayant chacun un poids de 20 N sont rattachés l'un à l'autre par une corde sans masse. Tous deux sont tirés vers le haut avec une accélération constante de 1.5 m·s^{-2} par une autre corde sans masse fixée au premier seau. Calculer la tension dans chaque corde.

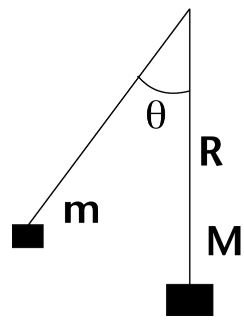
Exercice 2
On considère le montage suivant :

Calculer l'accélération de chacun des blocs en fonction de m_1, m_2 et F. On négligera les frottements et la masse de la poulie.

Exercice 3
Partie 1 : Choc inélastique Une balle de 15 grammes est tirée dans un pendule balistique (bloc de bois de 3 kg accroché à une ficelle). Le bloc a une déviation verticale de 10 cm. Quelle est la vitesse initiale de la balle ?



Partie 2 : Choc élastique
Deux masses (M et $m = \frac{M}{2}$) sont accrochées à des fils de longueur $R = 30$ cm. On lâche m lorsque le fil fait un angle de 60° avec la verticale.

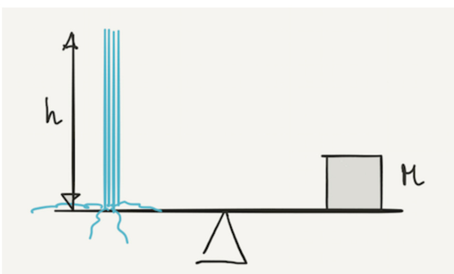


Le choc est élastique. Que se passe-t-il ?

— À quelle hauteur arrive M ? De quel côté ?

— À quelle hauteur arrive m ? De quel côté ?

Exercice 4

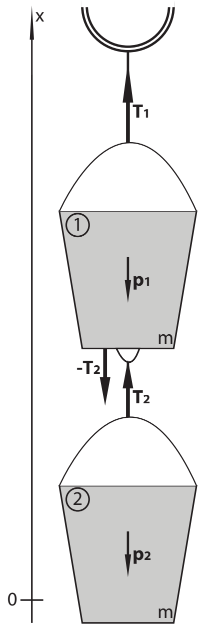


On considère le montage schématisé à gauche. Un filet d'eau dont le flux est de 0.5 kg·s^{-1} tombe sur la gauche d'une balance depuis une hauteur $h = 10$ m. Déterminer la masse m à déposer à droite nécessaire à maintenir la balance en équilibre lorsqu'elle est frappée par le filet d'eau.
L'eau ne reste pas sur le plateau de la balance une fois qu'elle est tombée de sorte qu'il n'y ait pas d'eau stagnante influant la mesure.

Solutions

Solution 1

On peut définir trois systèmes : seau ①; seau ②; seaux ①+②.



On utilise la RFD...

— sur le seau ① :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_1 = \vec{T}_1 + \vec{p}_1 - \vec{T}_2 \tag{1}$$

— sur le seau ② :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_2 = \vec{T}_2 + \vec{p}_2 \tag{2}$$

— sur les deux seaux :

$$\sum \vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 2m\vec{a} \tag{3}$$

Les deux seaux sont accélérés de la même manière, donc

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}$$

Les inconnues sont $\vec{T}_1$et $\vec{T}_2$. Il est préférable d'utiliser les équations (2) et (3)

(3) :

$$\begin{aligned} 2m\vec{a} &= \vec{T}_1 + \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \\ 2ma\vec{e}_x &= T_1\vec{e}_x - 2mg\vec{e}_x \\ &\Rightarrow \boxed{T_1 = 2m(a+g)} \end{aligned}$$

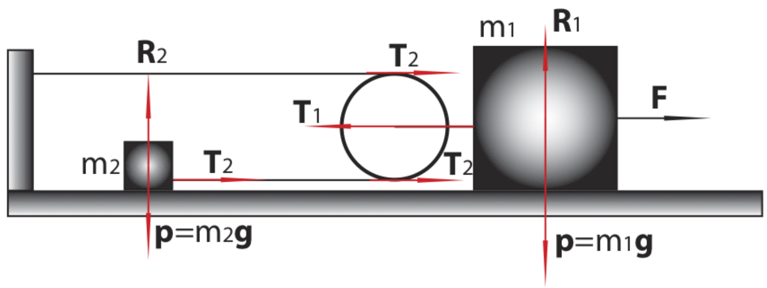
(2) :

$$\begin{aligned} ma\vec{e}_x &= T_2\vec{e}_x - mg\vec{e}_x \\ &\boxed{T_2 = m(a+g)} \end{aligned}$$

A.N. : Attention ! Les seaux ont une masse de 20 N, soit un poids de $\frac{20}{9.81} = 2.04$ kg. Il vient :

$$T_1 = 2\frac{20}{9.81}(1.5 + 9.81) = 46 \text{ N} \qquad T_2 = \frac{20}{9.81}(1.5 + 9.81) = 23 \text{ N}$$

Solution 2
Il faut appliquer la loi de Newton sur chaque bloc séparément.



Sur le bloc m_1

$$\sum \vec{F} = m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{R}_1 + \vec{F} + \vec{T}_1 = \vec{F} + \vec{T}_1$$

Projet ? sur $(O, \vec{x})$ axe horizontal :

$$ma_1 = F - T_1 \tag{4}$$

Sur le bloc m_2 :

$$m_2\vec{a}_2 = \vec{T}_2$$

$$ma_2 = T_2 \tag{5}$$

La corde n'étant pas élastique, et par la géométrie du montage :

$$a_2 = 2a_1 \tag{6}$$

La tension dans la corde est la même partout, la poulie est sans masse. D'après le principe action/réaction, on a alors

$$T_1 = 2T_2 \tag{7}$$

On se retrouve avec 4 équations et 4 inconnues…tout va bien. (7) et (6) dans (5) donne

$$T_1 = 4m_2a_1$$

mis dans (4), on trouve

$$m_1a_1 = F - 4m_2a_1$$

donc

$$a_1 = \frac{F}{m_1 + 4m_2}$$

et

$$a_2 = \frac{2F}{m_1 + 4m_2}$$

Solution 3

Partie 1 : Choc inélastique

1. Conservation de la quantité de mouvement

Comme la balle a une masse très faible, on néglige son poids, ainsi la somme des forces externes vaut zéro. Nous avons : la balle de masse m et vitesse v_0, et le morceau de bois de masse M. La conservation de la quantité de mouvement nous donne alors :

$$m\vec{v_0} = (m+M)\vec{v}$$
$$\vec{v} = \frac{m}{M+m}\vec{v_0} \simeq \frac{m}{M}\vec{v_0}$$

2. Conservation de l'énergie

Ls tension de la corde ne travaille pas car elle est perpendiculaire au déplacement, on a donc conservation de l'énergie.

En bas (1) : l'énergie cinétique vaut $E_c = \frac{1}{2}(M+m)v^2$ et l'énergie potentielle vaut $E_p = 0$.

En haut (2) : l'énergie cinétique vaut $E_c = 0$ et l'énergie potentielle vaut $E_p = (m+M)gh$.

La conservation de l'énergie nous donne : $E_{c_1} + E_{p_1} = E_{c_2} + E_{p_2}$, soit :

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2 = (m+M)gh$$
$$v^2 = 2gh = \frac{m^2}{M^2}v_0^2$$
$$v_0^2 = \frac{M^2}{m^2}2gh$$

et donc finalement :

$$v_0 = \frac{M}{m}\sqrt{2gh}$$

A.N. : $v_0 = 280.1$ m·s^{-1}.

Partie 2 : Choc élastique

Nous considérons 4 situations : (1) situation initiale (schéma) ; (2) juste avant le choc ; (3) juste après le choc ; (4) lorsque les 2 blocs s'arrêtent en l'air.
Conservation de l'énergie pour m entre 1. et 2. :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_0}$$

Conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement entre 2. et 3. :

$$m\vec{v_2} + M\vec{v_2}' = m\vec{v_3} + M\vec{v_3}'$$
$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}M{v_2'}^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + \frac{1}{2}M{v_3'}^2$$

Puisque $v_2' = 0$, nous avons :

$$\begin{cases} m\vec{v_2} = m\vec{v_3} + M\vec{v_3}' \\ mv_2^2 = mv_3^2 + M{v_3'}^2 \end{cases}$$

Il vient ainsi :

$$m(\vec{v_2} - \vec{v_3}) = M\vec{v_3}'$$
$$m(\vec{v_2}^2 - \vec{v_3}^2) = M{v_3'}^2$$
$$\underbrace{m(\vec{v_2} - \vec{v_3})}_{M\vec{v_3}'}(\vec{v_2} + \vec{v_3}) = M{v_3'}^2$$
$$M\vec{v_3}'(\vec{v_2} + \vec{v_3}) = M\vec{v_3}'\vec{v_3}'$$

Il nous reste donc :

$$\begin{cases} \vec{v_2} + \vec{v_3} = \vec{v_3}' & (8) \\ m(\vec{v_2} - \vec{v_3}) = M\vec{v_3}' & (9) \end{cases}$$

Effectuant le calcul $m \cdot (8) + (9)$, nous obtenons :

$$2m\vec{v_2} = (m + M)\vec{v_3}' \Rightarrow \vec{v_3}' = \frac{2m}{m+M}\vec{v_2}$$

Alors

$$\vec{v_3} = \vec{v_3}' - \vec{v_2} = \left(\frac{2m}{m+M} - \frac{m+M}{m+M}\right)\vec{v_2} = \left(\frac{m-M}{m+M}\right)\vec{v_2}$$

Dans notre cas, $m = \frac{M}{2}$, et donc :

$$\vec{v_3} = \frac{\frac{M}{2} - M}{\frac{M}{2} + M}\vec{v_2} = \frac{\cancel{M}(\frac{1}{2} - 1)}{\cancel{M}(\frac{1}{2} + 1)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}\vec{v_2} = -\frac{1}{3}\vec{v_2}$$

et donc, en utilisant (8) :

$$\vec{v_3}' = \vec{v_2} - \frac{1}{3}\vec{v_2} = \frac{2}{3}\vec{v_2}$$

Donc la masse M part vers la droite avec une vitesse $||\vec{v_3}'|| = v_3' = \frac{2}{3}\sqrt{2gh_0}$, et la masse m repart vers la gauche avec une vitesse $||\vec{v_3}|| = v_3 = \frac{1}{3}\sqrt{2gh_0}$.
$4^{\text{ème}}$ étape : conservation de l'énergie pour m :

$$mgh = \frac{1}{2}mv_3^2 \Rightarrow h = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{1}{9}\frac{2gh_0}{2g}$$

et donc $h = \frac{h_0}{9}$. A.N. : $h = 0.017$ m.
Conservation de l'énergie pour M :

$$MgH = \frac{1}{2}M{v_3'}^2 \Rightarrow H = \frac{{v_3'}^2}{2g} = \frac{4}{9}\frac{2gh_0}{2g}$$

et donc $H = \frac{4}{9}h_0$. A.N. : $h = 0.067$ m.

Solution 4

Pour que le tout soit à l'équilibre, il faut que le poids à gauche de la balance soit égal au poids à droite.
Le poids à droite est donné par $P_{droite} = Mg$ et le poids à gauche se calcule simplement par la seconde loi de Newton.

$$\sum F = P_{gauche} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$

avec $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ le débit d'eau et v la vitesse de l'eau tombant sur le plateau de la balance depuis h, qui implique $v = \sqrt{2gh}$ (chute libre).
Alors, comme on veut que le poids à gauche soit égal au poids à droite, on trouve

$$Mg = v\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$

ou encore

$$\boxed{M = \sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}}$$

A.N. : $M = 714$ g.