Les seuls objets autorisés sont:
- une feuille A4 manuscrite recto-verso
- stylos, etc.
Les réponses finales à chaque question ainsi que la justification de la réponse doivent être reportées sur l'énoncé dans les cases prévues à cet effet.

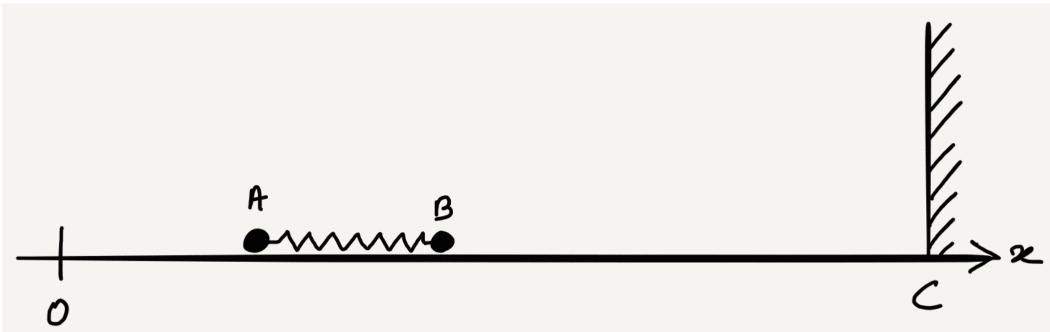
Seul le cahier de réponse est ramassé et corrigé. Pas de feuilles volantes.

Un feuillet par exercice
L'examen comporte 3 exercices, numérotés de 1 à 3
Le nombre de points maximum pour cet examen est de 22 points

Ne pas retourner avant le début de l'épreuve

Exercice 1 (8 points)

Soient deux billes A et B assimilées à des points matériels de même masse m. Elles sont reliées par un ressort sans masse de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. Les deux points A et B peuvent uniquemenent se déplacer selon l'axe horizontal Ox. Un mur vertical C est situé sur le chemin du point B. Il n'y a pas de frottement et la gravité ne joue pas de rôle.



Les conditions initiales sont choisies ainsi: $x_A(0) = x_0$, $x_B(0) = x_0 + l_0$, $\vec{v}_A(0) = v\vec{e}_x$ et $\vec{v}_B(0) = v\vec{e}_x$ avec x_0 et v deux constantes positives. Les données sont k, l_0, v, x_0 et m.

a. Quelles sont les vitesses des points A, B et de G, centre de masse du système (A, B) entre $t = 0$ et $t = t_1$ moment de la collision entre B et le mur ?

b. Lorsque B arrive dans le mur, il a un choc parfaitement élastique avec celui-ci. Déterminer la vitesse des points matériels A et B juste après le choc sachant que la durée du choc est infiniment courte.

c. Juste après ce choc, quelle est la vitesse du centre de masse du système (A, B) ?

d. Quelle est, en fonction des données, la valeur maximale de v pour que les deux masses ne rentrent pas en collision l'une avec l'autre ?

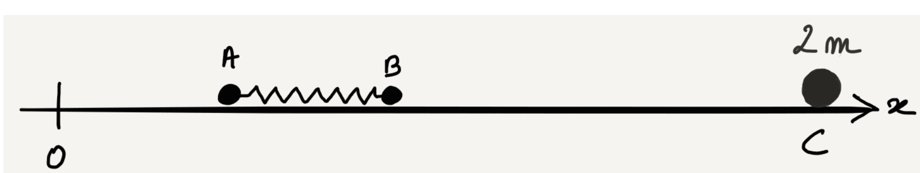
☞ On suppose dans la suite $v < v_{\text{max}}$. Au temps $t_2 > t_1$, on observe alors un second choc élastique entre B et le mur.

e. Déterminer les vitesses des particules A et B juste après ce second choc, ainsi que celle du centre de masse du système.

f. Représenter schématiquement sur un graphe la position des particules $x_A(t)$, $x_B(t)$ ainsi que la position de G entre le départ et le moment ou G repasse par sa position initiale. Explicitez et justifiez les formes des courbes!

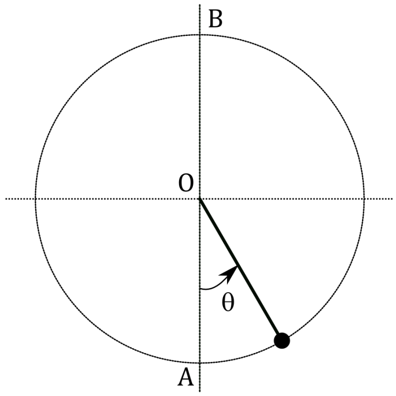
g. Pour le système complet (A, B), le premier choc avec le mur est-il élastique ? Justifier.

☞ Maintenant, le même système entre en collision avec une boule de pâte à modeler (C) de masse $2m$. Le choc entre B et C est parfaitement inélastique.



h. Déterminer les vitesses de A, B et du centre de masse G' du système complet (A, B, C) juste avant et juste après le choc.

Exercice 2 (10 points)



Un enfant s'amuse à faire quelques expériences avec une fronde. On modélisera la fronde comme une pierre de masse M_0 attachée à une ficelle sans masse et inextensible de longueur l.

☞ Il fait d'abord tourner la fronde dans un plan vertical.

a. Quelle est la vitesse minimale à communiquer à la pierre au bas de la trajectoire (A) pour qu'elle puisse faire un tour complet ?

b. On suppose que la pierre se détache de la ficelle exactement au sommet (B) et alors que la vitesse initiale en A était v_{min}. Tracer sur un dessin de la situation l'allure de la trajectoire de la pierre à partir du moment où elle s'est détachée.

☞ Maintenant l'enfant communique à la pierre une vitesse initiale $v_0 < v_{\text{min}}$ mais suffisante pour que l'angle θ fait entre la corde et la verticale dépasse $\pi/2$

c. Donner le lien entre v_0 et l'angle θ_d auquel la pierre décroche

d. Tracer sur le dessin la trajectoire de la pierre après décrochage pour un angle θ_d entre $\pi/2$ et π

e. Quelle est la vitesse $v_0 = v_1$ à communiquer à la pierre en A pour qu'elle retombe dans la main de l'enfant (en O)

☞ Maintenant, il fait tourner la fronde (avec la pierre de masse M_0) dans un plan horizontal à la vitesse angulaire ω constante.

f. L'enfant s'est aperçu que s'il accroche une pierre de masse $\geq 10M_0$, et qu'il tient la ficelle immobile et verticale, il atteint la limite de résistance de la ficelle qui casse. Quelle est la vitesse angulaire maximum à laquelle il peut faire tourner sa pierre d'une masse M_0, dans un plan horizontal, avant que la ficelle ne casse ?

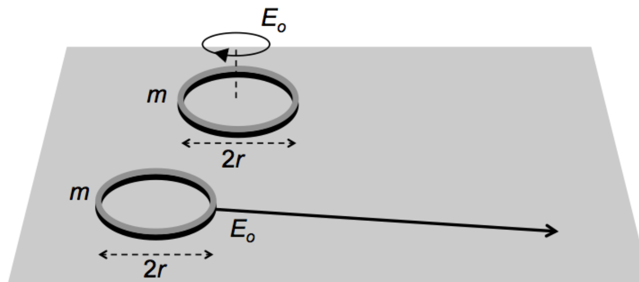
☞ Dans la suite, on prend en compte la résistance de l'air sous forme d'une force de frottements fluide $\vec{F}_F = -b\vec{v}$. Le mouvement est toujours horizontal.

g. L'enfant met la pierre en rotation à ω puis à t_0, la laisse évoluer. Schématiser la trajectoire à partir de t_0.

h. L'enfant maintient maintenant la rotation à la vitesse angulaire ω. Quelle puissance doit-il fournir pour cela?

Exercice 3 (4 points)

Des enfants s'amusent à lancer des anneaux sur une patinoire. Deux anneaux identiques glissent sur la glace avec un coefficient de frottement cinétique μ_c. Chaque anneau a un rayon r (on néglige la différence entre le rayon interne et le rayon externe), et une masse m. A $t = 0$, on donne à chaque anneau la même énergie cinétique E_0.



a. Le premier anneau a uniquement un mouvement de translation horizontal (sans rotation). Calculer le temps t_1 au bout duquel cet anneau s'immobilisera sous l'effet du frottement en fonction de μ_c, E_0 et m.

b. Le deuxième anneau a uniquement un mouvement de rotation autour de son axe de symétrie vertical (sans translation du centre de masse).

   Calculer le temps t_2 au bout duquel cet anneau s'immobilisera sous l'effet du frottement en fonction de μ_c, E_0 et m.

c. Que vaut le rapport t_2/t_1 ?