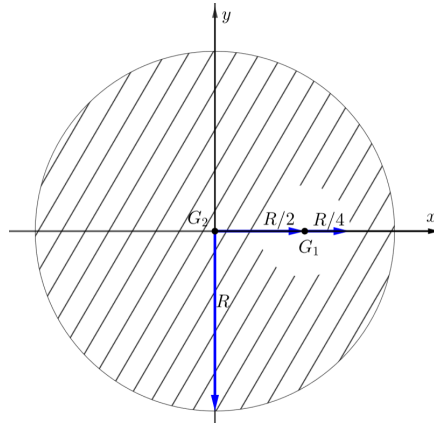


Exercices

Exercice 1

Soit un solide formé par un disque homogène d'épaisseur négligeable avec un trou.

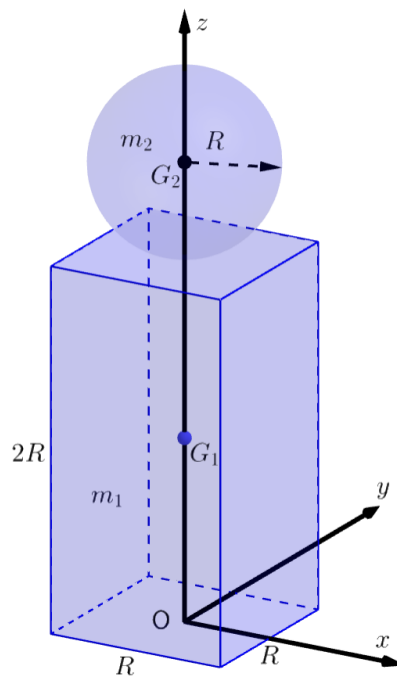
Calculer la position du centre de masse.



Exercice 2

Soit un solide composé de 2 parties de même masse volumique ρ : une sphère de rayon R collée à un parallélépipède de hauteur $2R$ et de côté R .

Calculer la position du centre de masse G dans le repère donné.

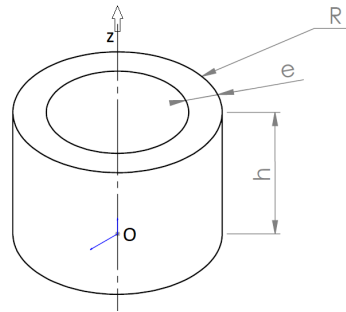


Exercice 3

Calculer le moment d'inertie de la Terre, son énergie cinétique de rotation liée à la rotation sur elle-même en 24h et son énergie cinétique de translation liée à la vitesse sur son orbite autour du soleil.

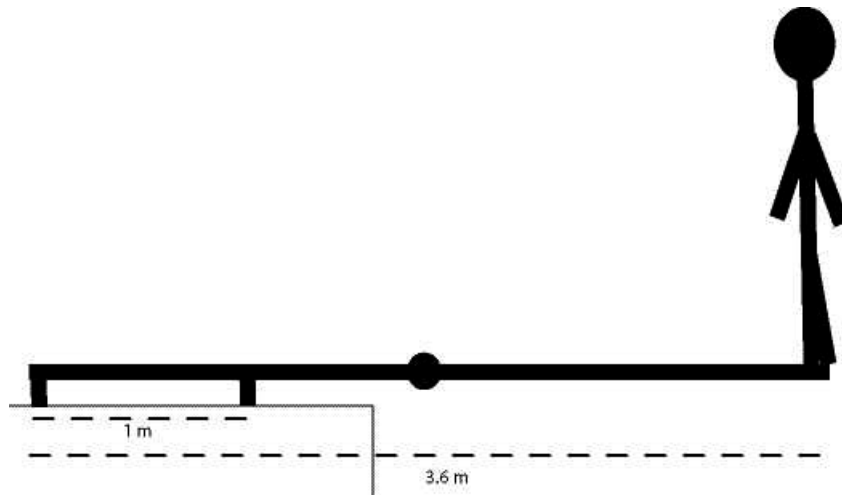
Exercice 4

Calculez le moment d'inertie d'un cylindre creux d'épaisseur e et de masse M par rapport à son axe de révolution. On rappelle le moment d'inertie d'un cylindre plein de masse M_1 : $I_{Oz} = \frac{1}{2}M_1R^2$.



Exercice 5

Une femme de 50 kg est debout sur un plongeur de 30 kg, d'une longueur de 3.6m. Les supports du plongeur sont à une distance de 1.0m l'un de l'autre. Le plongeur est fixé au premier support à gauche. Trouver la force exercée par chacun des supports sur le plongeur.



Solutions

Solution 1

$$\vec{OG} = \frac{m_2 \vec{OG}_2 - m_1 \vec{OG}_1}{m} \text{ Plaque : densité surfacique.}$$

$$\text{Surface : } S = \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{4} \right)^2$$

$$S = \pi \left[\frac{15}{16} R^2 \right]$$

$$m = S \rho_S \Rightarrow m_2 = \rho_S \pi R^2$$

$$\Rightarrow m_1 = \rho_S \pi \left(\frac{R}{4} \right)^2 = \rho_S \pi \frac{R^2}{16}$$

$$\vec{OG} = \frac{m_2 \vec{OG}_2 - \rho_S \pi \left(\frac{R}{4} \right)^2 \cdot \frac{R}{2} \vec{e}_x}{\pi \rho_S \frac{15}{16} R^2}$$

$$\vec{OG} = -\frac{R^3}{2 \times 16} \times \frac{16}{15} \frac{1}{R^2} \vec{e}_x = -\frac{1}{30} R \vec{e}_x$$

Solution 2

$$\vec{OG}_1 = R \vec{e}_z \quad \vec{OG}_2 = 3R \vec{e}_z$$

$$m_1 = 2\rho R^3 \quad m_2 = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\vec{OG} = \frac{m_1 \vec{OG}_1 + m_2 \vec{OG}_2}{m_1 + m_2} = \frac{2\rho R^3 \cdot R \vec{e}_z + \frac{4}{3} \pi \rho R^3 \cdot 3R \vec{e}_z}{2\rho R^3 + \frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$\vec{OG} = R \cdot \frac{2 + 4\pi}{2 + \frac{4}{3}\pi} \vec{e}_z$$

Solution 3

$$\text{Inertie de la Terre : } I_G = 98 \cdot 10^{36} \text{ kg m}^2$$

$$\text{Energie de rotation sur elle-même : } E_{c,rot} = 356 \cdot 10^{26} \text{ J}$$

$$\text{Energie de rotation autour du soleil : } E_{c,rot} = 27 \cdot 10^{32} \text{ J}$$

Solution 4

Densité du matériau : $\rho \Rightarrow \rho = \frac{M}{V}$

$$V = \underbrace{h\pi R^2}_{V_1} - \underbrace{h\pi(R-e)^2}_{V_2}$$

V_1 volume du cylindre extérieur, V_2 volume du "trou"

$I_{Oz} = I_{Oz}^1 - I_{Oz}^2$ moment d'inertie du cylindre plein - moment d'inertie du "trou".

$$I_{Oz}^1 = \frac{1}{2}M_1R^2 \quad \text{et} \quad I_{Oz}^2 = \frac{1}{2}M_2(R-e)^2$$

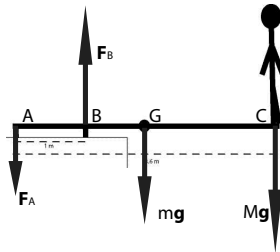
$$I_{Oz} = \frac{1}{2}M_1R^2 - \frac{1}{2}M_2(R-e)^2 = \frac{1}{2}\rho h\pi R^2R^2 - \frac{1}{2}\rho h\pi(R-e)^2(R-e)^2$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{h\pi R^2 - h\pi(R-e)^2}$$

$$I_{Oz} = \frac{1}{2}M\pi h \frac{R^4 - (R-e)^4}{h\pi(R^2 - (R-e)^2)} = \frac{1}{2}M \frac{(R^2 - (R-e)^2)(R^2 + (R-e)^2)}{(R^2 - (R-e)^2)}$$

$$I_{Oz} = \frac{1}{2}M[R^2 + (R-e)^2]$$

Solution 5



$\vec{R} = \vec{0} : \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_m + \vec{F}_M = \vec{0}$. En tenant compte des sens des forces, on peut écrire pour les amplitudes : $-F_A + F_B - F_m - F_M = 0 \Rightarrow F_B = mg + Mg + F_A$.

$\vec{M}_G = \vec{0} : AG \cdot F_A - BG \cdot F_B - GC \cdot F_M = 0 \Rightarrow F_B = \frac{AG \cdot F_A - GC \cdot Mg}{BG}$.

En combinant ces deux équations, il vient :

$$F_A = \frac{BG(M+m)g + GC \cdot Mg}{AG - BG} \quad \text{et} \quad F_B = \frac{AG(M+m)g + GC \cdot Mg}{AG - BG}$$

A.N. : $AG = 1.8$ m, $BG = 0.8$ m, $GC = 1.8$ m, $m = 30$ kg et $M = 50$ kg, donc : $F_A = 1510.74$ N et $F_B = 2295.54$ N.

NB : On aurait bien sûr pu prendre la somme des moments par rapport à un autre point que G (par exemple A ou B)