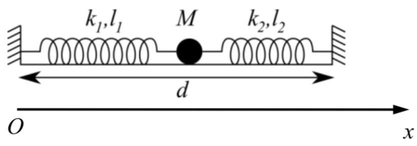
Exercices

Exercice 1 *Pris entre deux camps*

Un point matériel sans dimension de masse M est attaché de chaque côté par deux ressorts de constante de raideur k_1 et k_2 et de longueur au repos l_1 et l_2. On note d la distance entre les deux parois auxquelles sont attachés le ressorts. On néglige tout frottement dans ce problème.



a) Dans un premier temps, on ne considère que le premier ressort (k_1, l_1) ; le deuxième ressort n'est pas attaché à la masse. Déterminez l'équation du mouvement de la masse M.

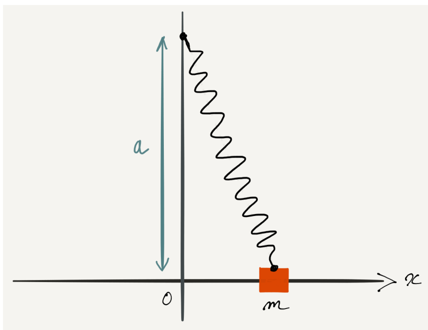
b) On attache maintenant le deuxième ressort. Déterminez la position d'équilibre de la masse M.

c) Déterminez l'équation du mouvement de la masse M.

d) A quelle fréquence la masse oscille-t-elle dans les deux cas ?

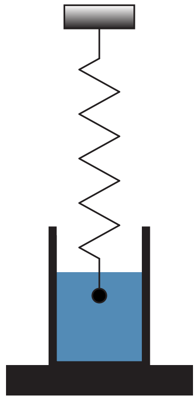
Exercice 2 *A la recherche de repos*

On dispose d'un ressort R_1, de raideur k_1, de longueur l_0 au repos, et d'une masse m ponctuelle reliée au ressort placé verticalement, l'extrémité fixe du ressort étant distante de a de l'axe (Ox). La masse glisse sans frottements sur un rail horizontal.



1. Dans un premier temps, on suppose $a > l_0$. Déterminer l'équation différentielle du mouvement ainsi que la pulsation des oscillations. On supposera un déplacement $x \ll a$.
2. On se place maintenant dans le cas $a = l_0$, Que devient l'équation différentielle obtenue précédemment ? Quelle raison peut expliquer ce résultat ?

Exercice 3 *S'immerger dans le problème*



Une sphère de rayon r et de masse m est suspendue à un ressort de raideur k et de longueur l_0 au repos. Déplacée dans un liquide de coefficient de viscosité η, la sphère est soumise à une force de frottement donnée par la formule de Stokes :

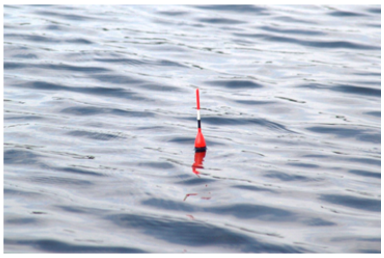
$$\vec{F}_f = -6\pi\eta r\vec{v}$$

avec $\vec{v}$ la vitesse de la sphère.

1. Etablir l'équation du mouvement de la sphère plongée dans le liquide et en déduire l'expression de la période d'oscillation T. On fera des hypothèses judicieuses sur les conditions initiales.
2. Dans l'air, où les frottements fluides sont négligeables, la période des oscillations est T_0. Déterminer le coefficient de viscosité du liquide en fonction de m, r, T et T_0.

Exercice 4 *Pêcher la bonne solution*

Le flotteur (ou bouchon) d'une canne à pêche flotte à la surface de l'eau. Ce dernier est de forme cylindrique de rayon r, de hauteur h et de masse homogène. Le flotteur se tient verticalement dans l'eau et il se déplace de haut en bas en restant toujours partiellement immergé. En plus de son poids, le flotteur est soumis à la poussée d'Archimède $\vec{P_A}$ et à une force de frottement visqueux $\vec{F} = -k\eta\vec{v}$. La masse volumique du flotteur vaut les deux tiers de celle de l'eau : $\rho_f = \frac{2}{3}\rho_{eau}$.



a) Calculez la hauteur h' du flotteur qui se trouve immergée à l'équilibre.
b) Déterminez l'équation différentielle du mouvement du flotteur. Exprimez la pulsation non amortie Ω_0 et le coefficient d'amortissement γ en fonction des données du problème.
c) On appuie sur le flotteur et il se met à osciller verticalement jusqu'à retrouver sa position d'équilibre. Que pouvez-vous dire sur le type d'amortissement ? Dessinez l'amplitude de l'oscillation en fonction du temps.