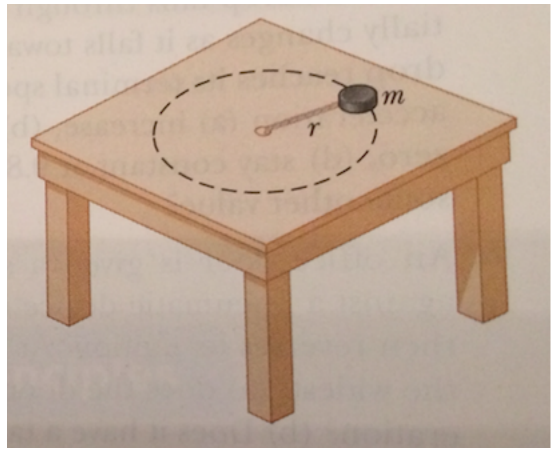
Exercices

Exercice 1 *Mouvement circulaire*

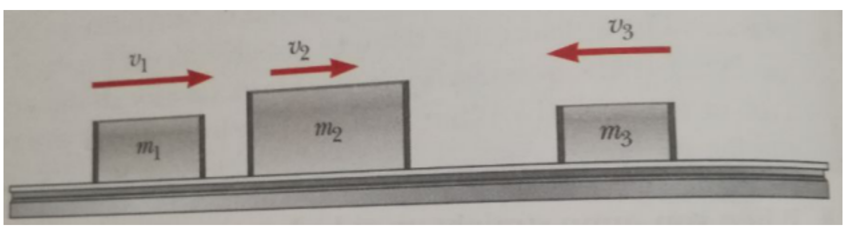
Une corde de longueur $r = 80$ cm peut résister à une tension de 250 N avant de rompre.
Un objet de masse $m = 3$ kg est attaché à la corde dont l'autre côté est fixé. La masse peut glisser sans frottements sur une table horizontale.

Quelle est l'ordre de vitesse que peut atteindre la masse avant que la corde ne rompe ?



Exercice 2
une balle de fusil de masse $m = 10$ g est tirée dans un bloc de bois au repos de masse $M = 5$ kg. La balle entre dans le block et n'en sort pas.
Juste après le choc, le système *bloc+balle* a une vitesse $v' = 0,6$ m·s^{-1}. Quelle était la vitesse de la balle en entrant dans le bloc ?

Exercice 3



3 blocs de masses $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 10$ kg et $m_3 = 3$ kg se déplacent sans frottements sur un plan horizontal avec des vitesses $v_1 = 5$ m·s^{-1} vers la droite, $v_2 = 3$ m·s^{-1} vers la droite et $v_3 = 4$ m·s^{-1} vers la gauche comme on peut le voir sur la figure ci-dessus.
Sur les cotés des blocs, des bandes de velcro permettent de les maintenir collés lorsqu'ils s'entrechoquent.
Trouver la vitesse finale du système lorsque les trois blocs s'entrechoquent.
La réponse dépend-t-elle de l'ordre des chocs ?

Exercice 4

En sachant que la masse de la Terre est $M_{♁} = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, que la masse de la lune est $m_{☾} = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg et que la distance Terre-Lune est de $d = 3,84 \cdot 10^{8}$ m, déterminer la position du centre de masse du système Terre-Lune à partir du centre de la terre

Exercice 5 *Guerre froide spatiale*

Un vaisseau américain *Apollo* d'une masse $2m = 30$ tonnes entre en collision avec une capsule russe *Soyouz* de masse $m = 15$ tonnes avec un choc frontal dans le référentiel héliocentrique, considéré fixe.
Ils se déplacent à la même vitesse (même norme mais sens opposé) $v = 7700$ m·s^{-1} soit environ 28000 km·h^{-1}

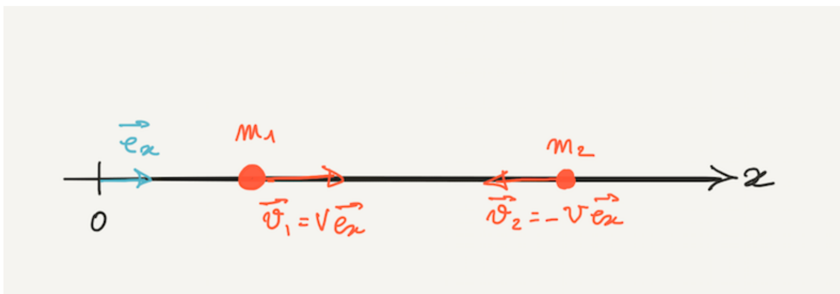


Figure 1 – Schéma de situation

1. Calculer la vitesse du centre de masse du système dans le référentiel héliocentrique
2. Calculer la vitesse des deux vaisseaux :
   — Dans le référentiel du centre de masse
   — Dans le référentiel du vaisseau Apollo
   — Dans le référentiel du vaisseau Soyouz

Le choc est supposé parfaitement inélastique, les deux capsules restent collées après l'impact.

3. Donner la vitesse du système après le choc :
   — Dans le référentiel fixe
   — Dans le référentiel du centre de masse
   — Dans le référentiel en translation rectiligne uniforme à la vitesse du vaisseau Apollo avant le choc
   — Dans le référentiel en translation rectiligne uniforme à la vitesse du vaisseau Soyouz avant le choc
4. Dans le référentiel fixe, donner l'énergie cinétique du système avant le choc et après le choc et en déduire la variation d'énergie cinétique.

5. Se placer maintenant dans le référentiel en translation rectiligne uniforme à la vitesse du vaisseau Apollo avant le choc et calculer l'énergie du système avant et après le choc, en déduire la variation d'énergie cinétique.
6. Refaire une dernière fois la même chose dans le référentiel en translation rectiligne uniforme à la vitesse du vaisseau Soyouz avant le choc.

Reponses

1.
2. On a $v_i = 300$ m·s^{-1}
3. On trouve la vitesse finale $v_f = 2,23$ m·s^{-1}.
   La réponse ne dépend pas de l'ordre des chocs car la conservation de la quantité de mouvement s'applique pareil, quelque soit l'ordre des chocs et donc les "sous-systèmes" considérés.
4. On trouve $x_{CM} = 5 \cdot 10^6$ m à partir du centre de la Terre
5. (1) On a $\vec{v}_G = \frac{1}{3}\vec{v}_1 \Rightarrow v_G = 2560$ m·s^{-1}

   (2) **Dans le référentiel du CDM :** $\vec{v}_1 = \frac{2}{3}v\vec{e}_x$, $\vec{v}_G = 0$ et $\vec{v}_2 = -\frac{4}{3}v\vec{e}_x$
   Dans le référentiel de la capsule Apollo : $\vec{v_1} = 0$, $v_G = -\frac{2}{3}v\vec{e}_x$ et $v_2 = -2v\vec{e}_x$
   Dans le référentiel du vaisseau Soyouz : $\vec{v}_1 = 2v\vec{e}_x$, $\vec{v}_G = \frac{4}{3}v\vec{e}_x$ et $\vec{v}_2 = 0$

   (3) **Dans le référentiel du fixe :** $\vec{v}_f = \frac{1}{3}v\vec{e}_x$
   Dans le référentiel du CDM : $\vec{v}_f = 0$
   Dans le référentiel de la capsule Apollo : $\vec{v}_f = \frac{4}{3}v\vec{e}_x$
   Dans le référentiel du vaisseau Soyouz : $\vec{v}_f = -\frac{2}{3}v\vec{e}_x$

   (4) **Avant le choc** on a $E_{c_i} = \frac{1}{2}(2m)v^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}mv^2$
   Après le choc on a $E_{c_f} = \frac{1}{2}(3m)(\frac{1}{2}v)^2 = \frac{1}{6}mv^2$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_c = \frac{4}{3}mv^2}$$

   (5) **Avant le choc** on a $E_{c_i} = 0 + \frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2$
   Après le choc on a $E_{c_f} = \frac{1}{2}(3m)(\frac{2}{3}v)^2 = \frac{2}{3}mv^2$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_c = \frac{4}{3}mv^2}$$

   (6) **Avant le choc** on a $E_{c_i} = \frac{1}{2}(2m)(2v)^2 + 0 = 4mv^2$
   Après le choc on a $E_{c_f} = \frac{1}{2}(3m)(\frac{4}{3}v)^2 = \frac{8}{3}mv^2$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_c = \frac{4}{3}mv^2}$$

Solutions

Solution 1

Prenons un repère polaire et étudions la direction radiale/normale ou s'applique la tension (le long de la corde). Ainsi on applique la 2nde Loi de Newton sur cette direction, puis on remplace l'accélération normale par son expression connue et l'on isole la vitesse :

$$ma_N = T \tag{1}$$
$$a_N = \frac{v^2}{r} \tag{2}$$
$$v = \sqrt{\frac{rT}{m}} = 8.165m \cdot s^{-1} \tag{3}$$

Solution 2

Le bloc étant immobile, sa vitesse est nulle : $v_B = 0$. On cherche la vitesse de la balle avant impact v_b ; il faut utiliser la conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}} \tag{4}$$
$$(m + M)v' = mv_b + Mv_B = mv_b \tag{5}$$
$$v_b = (1 + \frac{M}{m})v' = 300.6m \cdot s^{-1} \tag{6}$$

Solution 3

Il est nécessaire d'utiliser la conservation de la quantité de mouvement lors de chaque choc. Considérons les chocs des blocs 2 et 3, puis le tout en choc avec le bloc 1, on aurait ainsi :

$$\vec{p}_{tot} = (m_1 + m_2 + m_3)v_f = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 \tag{7}$$
$$v_f = \frac{m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3}{m_1 + m_2 + m_3} \tag{8}$$

La réponse ne dépend pas de l'ordre des chocs car la conservation de la quantité de mouvement s'applique de la même manière, quelque soit l'ordre des chocs et donc les "sous-systèmes" considérés.

Solution 4

D'après le cours, l'expression du centre de masse est donnée par :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1\vec{r}_1 + \cdots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + \cdots + m_N} = \frac{\sum_\alpha m_\alpha \vec{r}_\alpha}{M} \tag{9}$$

Ici, on aurait alors :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_T\vec{r}_T + m_L\vec{r}_L}{m_T + m_L} \tag{10}$$

En prenant l'origine de notre repère au centre de la Terre, avec un axe rectiligne de la Terre vers la Lune, on a alors $\vec{r}_T = \vec{0}$ et $\vec{r}_L = \vec{d}$. On en déduit l'expression pour le centre de masse :

$$x_{CM} = |\overrightarrow{OG}| = \frac{0 + m_L d}{m_T + m_L} = 4.67 \cdot 10^6 m \tag{11}$$

On trouve donc approximativement $x_{CM} = 5 \cdot 10^6$ m à partir du centre de la Terre

Solution 5

1. Dans le référentiel héliocentrique (fixe), on a :

$$v_G = \frac{|\vec{p}_{CM}|}{M} = \frac{2mv - mv}{2m + m} = \frac{v}{3} = 2567 m \cdot s^{-1} \tag{12}$$

2. On applique la formule suivante pour tous les cas étudiés :
Une particule α a une vitesse $\vec{v}_\alpha$ dans (O, x, y, z) et $\vec{V}_\alpha$ dans le référentiel Centre de Masse (noté CDM). Elles sont reliées par :

$$\vec{v}_\alpha = \vec{V}_\alpha + \vec{v}_G \tag{13}$$

On en déduit que pour tout référentiel d'un objet k, on a :

$$\vec{v}_\alpha^{\,k} = \vec{v}_\alpha - \vec{v}_k \tag{14}$$

- **CDM :**

$$\vec{v}_G^{\,G} = \vec{0} \tag{15}$$

$$\vec{v}_1^{\,G} = \vec{v}_1 - \vec{v}_G = \frac{2}{3}v\vec{e}_x \tag{16}$$

$$\vec{v}_2^{\,G} = \vec{v}_2 - \vec{v}_G = -\frac{4}{3}v\vec{e}_x \tag{17}$$

- **Apollo :**

$$\vec{v}_G^{\,1} = \vec{v}_G - \vec{v}_1 = -\frac{2}{3}v\vec{e}_x \tag{18}$$

$$\vec{v}_1^{\,1} = \vec{0} \tag{19}$$

$$\vec{v}_2^{\,1} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -2v\vec{e}_x \tag{20}$$

- **Soyuz :**

$$\vec{v}_G^2 = \vec{v}_G - \vec{v}_2 = \frac{4}{3}v\vec{e}_x \tag{21}$$

$$\vec{v}_1^2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = 2v\vec{e}_x \tag{22}$$

$$\vec{v}_2^1 = \vec{0} \tag{23}$$

3. Le choc étant inéalastique, l'ensemble continue dans le référentiel fixe à la vitesse du CDM (inchangée durant le choc).
   - **fixe :** $\vec{v}_f = \frac{1}{3}v\vec{e}_x$
   - **CDM :** $\vec{0}$
   - **Apollo :** $\vec{v}_f = \frac{4}{3}v\vec{e}_x$
   - **Soyuz :** $\vec{v}_f = \frac{-2}{3}v\vec{e}_x$
4. - **Avant le choc** : $E_{c_i} = \frac{1}{2}(2m)v^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}mv^2$
   - **Après le choc** : $E_{c_f} = \frac{1}{2}(3m)(\frac{1}{2}v)^2 = \frac{1}{6}mv^2$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_c = \frac{4}{3}mv^2}$$

5. - **Avant le choc** : $E_{c_i} = 0 + \frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2$
   - **Après le choc** : $E_{c_f} = \frac{1}{2}(3m)(\frac{2}{3}v)^2 = \frac{2}{3}mv^2$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_c = \frac{4}{3}mv^2}$$

6. (a) **Avant le choc** $E_{c_i} = \frac{1}{2}(2m)(2v)^2 + 0 = 4mv^2$

   (b) **Après le choc** $E_{c_f} = \frac{1}{2}(3m)(\frac{4}{3}v)^2 = \frac{8}{3}mv^2$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_c = \frac{4}{3}mv^2}$$