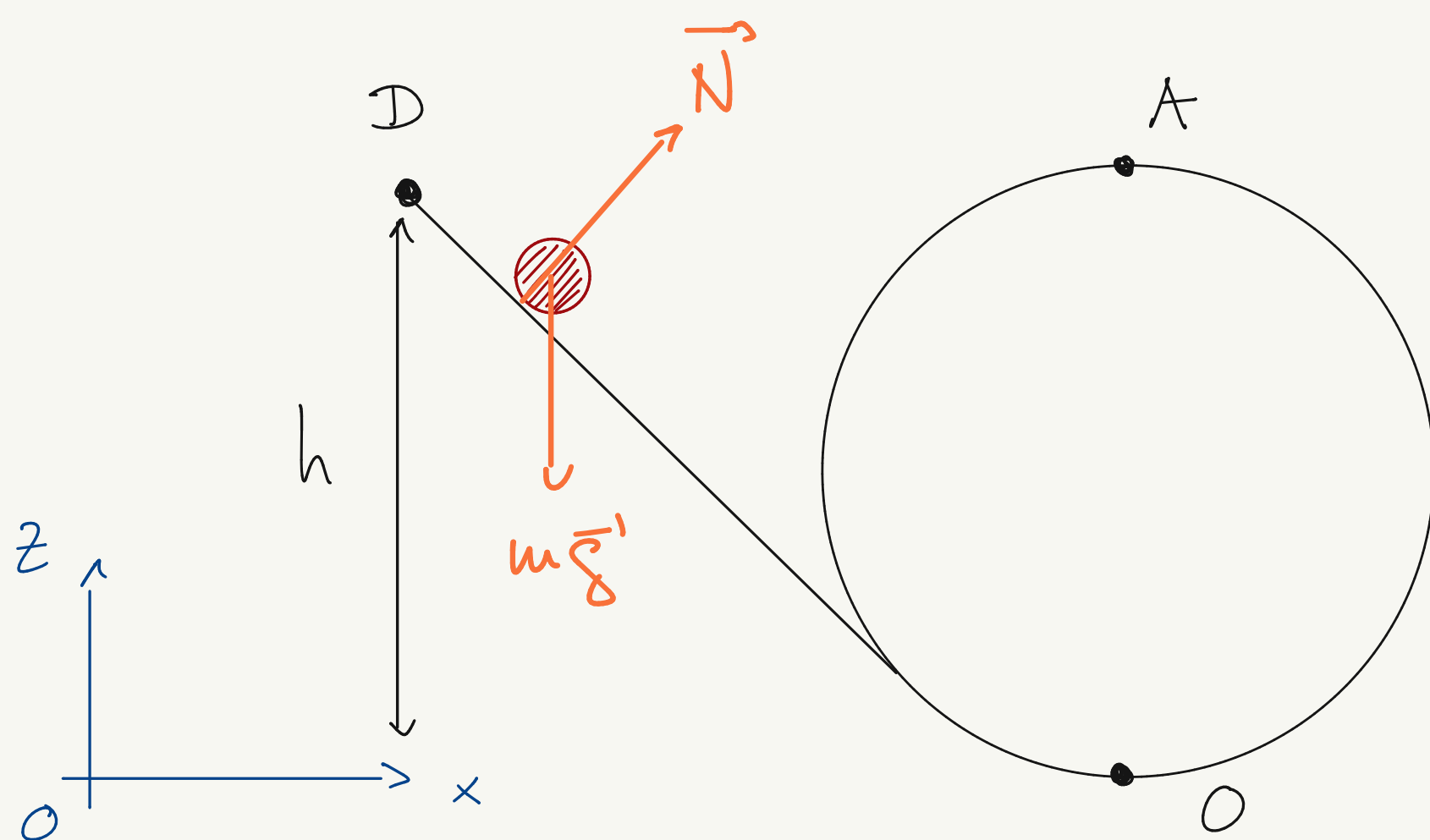


Exercice application 6

1)

Bille dans un looping

Schéma du problème



- Bilan des forces
 - poids $m\vec{g}'$
 - réaction $\vec{N}$
- Référentiel : labo
- Repère : (O, x, z)

1) Pas de frottement $\Rightarrow$ conservation de l'énergie mécanique

Rappel : thm de l'énergie mécanique

$$\Delta E_{mec} = \Delta W^{(nc)} \quad (*)$$

↑
travail des forces
non conservatives

Ici, la force de pesanteur est une force conservative, et la force de réaction ne travaille pas

$$\hookrightarrow \Delta W^{(nc)} = 0$$

On peut alors écrire (*) entre O et D :

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

2)

$$\Rightarrow E_{\text{mec}, D} - E_{\text{mec}, O} = 0$$

$$\Rightarrow \cancel{K}_D + U_D - (K_O + \cancel{U}_O)$$

$v_{\text{ini}} = 0$ origine énergie pot.

$$\Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$$

2) On effectue la même procédure qu'au point 1), mais entre les points O et A :

$$\Delta E_{\text{mec}} = E_{\text{mec}, A} - E_{\text{mec}, O}$$

$$= \left(mgR + \frac{1}{2}mv_A^2 \right) - \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 \right) = 0$$

$$\Rightarrow 2mgR + \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}m(2gh) = 0$$

$$\Rightarrow 2mgR + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh$$

$$\Rightarrow v_A^2 = \frac{2}{m}(mgh - 2mgR)$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{2g(h - 2R)}$$

3) Trajectoire rectiligne vers le bas.

4) Il faut que le module de la force de réaction soit non nulle au point A :
 $|\vec{N}| \neq 0$.

5) On sait déjà que $v_A = \sqrt{2g(h-2R)}$

Comme la conservation de l'énergie ne nous fournit aucun renseignement sur la force de réaction, nous devons passer par Newton.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\vec{g} + \underbrace{\vec{N}}_{=0 \text{ en A (condition limite)}}.$$

• La bille restant sur la piste, on a un mouvement circulaire :

$$\vec{a} = a_n \hat{n} + a_t \hat{t} = \frac{v^2}{R} \hat{n} + \frac{dv}{dt} \hat{t}$$

• Au point A, on a : $m\vec{g} = mg \hat{n}$, donc

$$m\vec{a} = mg \hat{n} = m \frac{v_A^2}{R} \hat{n} + m \frac{dv}{dt} \hat{t}$$

• Projection sur $\hat{n}$:

$$mg = m \frac{2g(h-2R)}{R} \Rightarrow 2gh - 4gR = gR$$

$$\Rightarrow 2gh = 5gR \Rightarrow \boxed{h = \frac{5}{2}R}$$