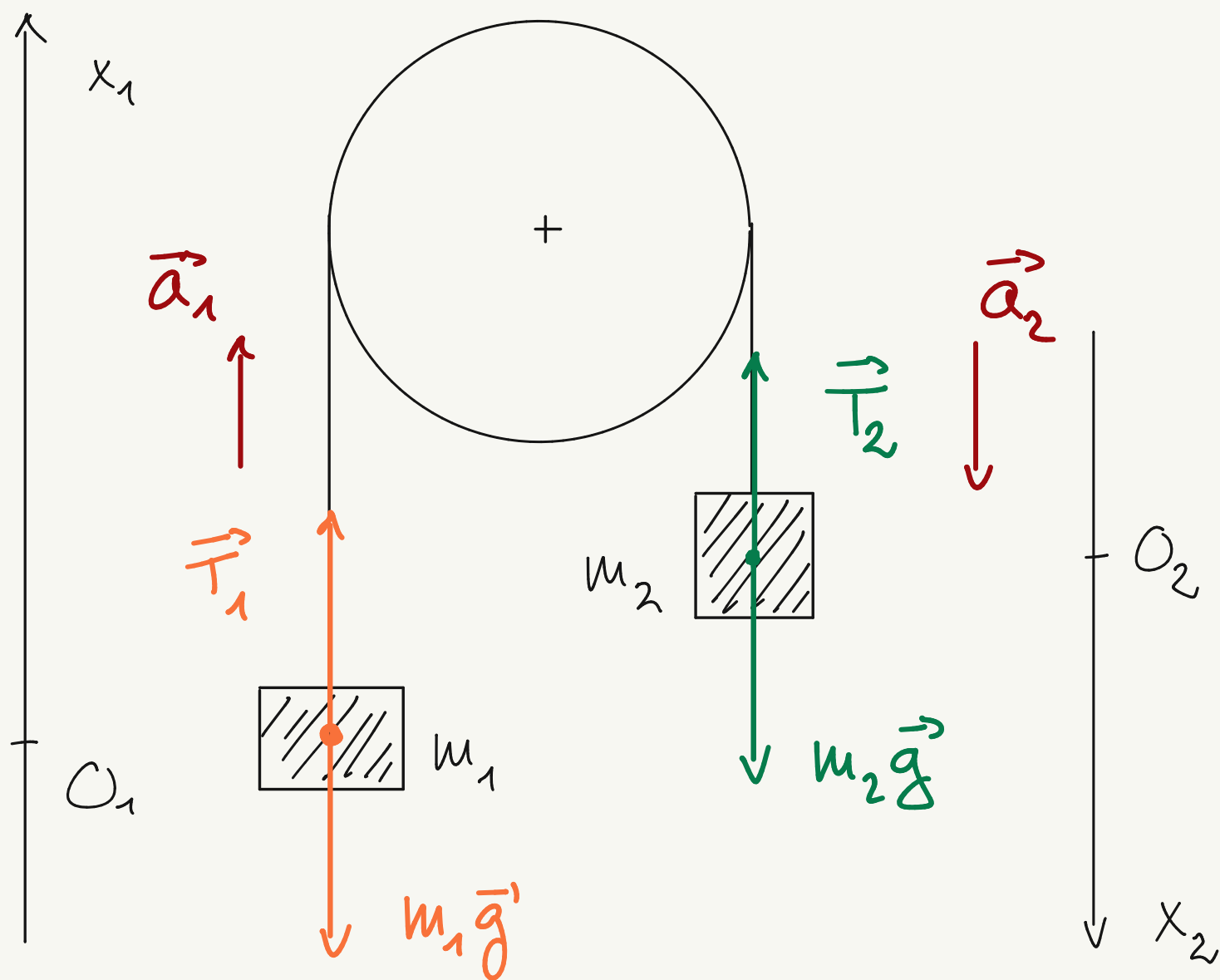


Exercice application 5

1)

Schéma du problème



- Référentiel : laboratoire
- Deux sous-systèmes :
 m_1 et m_2
- Deux repères (voir schéma)
 (O_1, x_1) et (O_2, x_2)

(NB) i) la corde reliant les deux poulies est-
considérée comme inextensible (le contraire
n'est pas mentionné dans la donnée), ce
qui se traduit par $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$

ii) On ne connaît pas le sens de l'accélération
mais on sait que les deux accélérations doivent
être de directions opposées. On pose ces
accélérations arbitrairement comme sur le schéma.

iii) la corde inextensible se traduit également par
 $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$

- On applique la deuxième loi de Newton à chaque sous-système :

$$\textcircled{m_1} \quad \sum \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

Projection sur (O_1, x_1) : $T_1 - m_1 g = m_1 a_1 \quad (A)$

$$\textcircled{m_2} \quad \sum \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

$$\Rightarrow m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

Projection sur (O_2, x_2) : $-T_2 + m_2 g = m_2 a_2 \quad (B)$

- On combine alors (A) et (B) en utilisant $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$ et $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a_1$$

$$\Rightarrow (m_2 g - m_2 a_2) - m_1 g = m_1 a_1$$

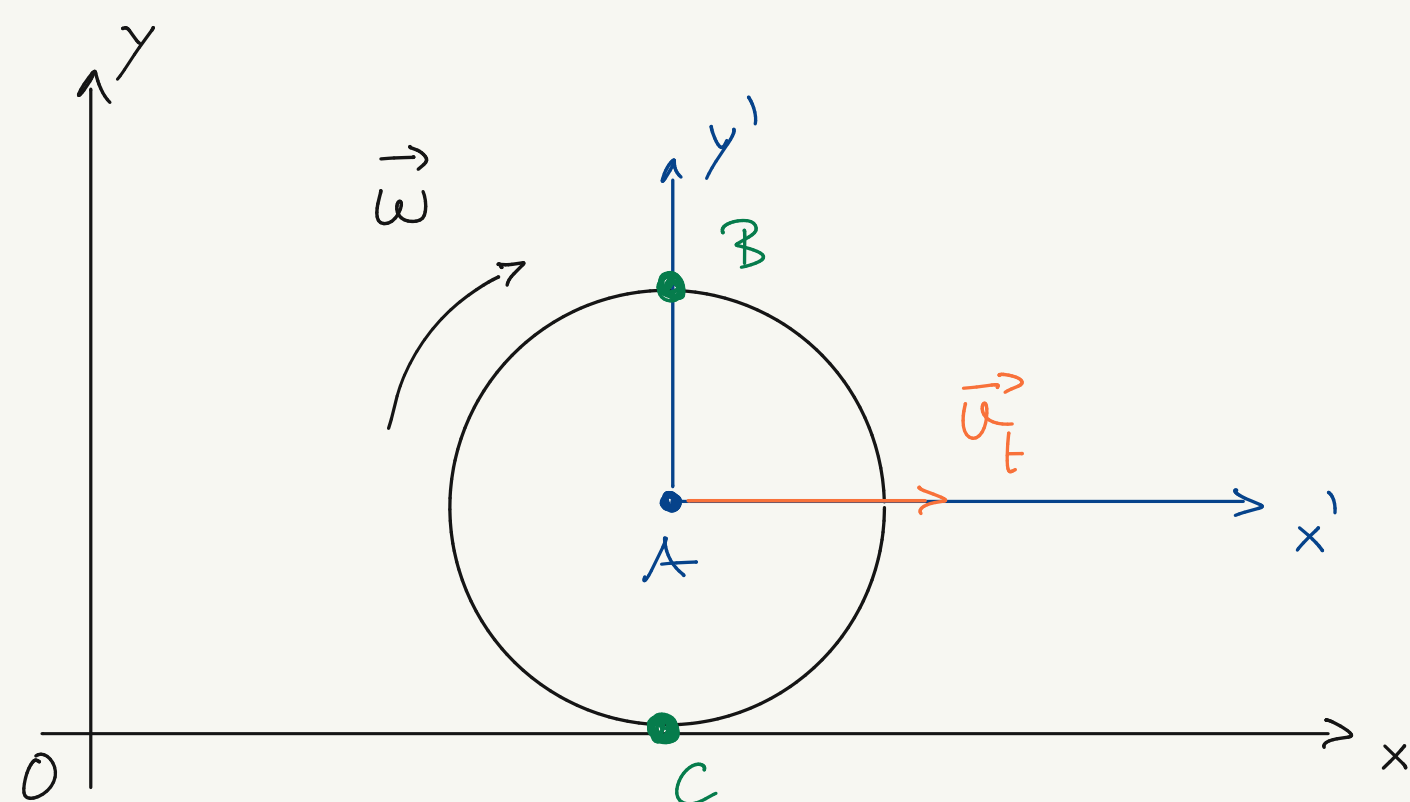
$$\stackrel{(*)}{\Rightarrow} (m_2 - m_1) g = (m_1 + m_2) a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g}$$

⚠ Bien distinguer a et $\vec{a} = a \hat{x}_{1,2}$

NB : Dans cette formule, on voit bien que le choix arbitraire de l'orientation de $\vec{a}_1$ et $\vec{a}_2$ n'a pas d'importance ; si $m_2 < m_1$, $a < 0$ et donc l'accélération est dirigée dans l'autre sens ! De plus, si $m_1 = m_2$, on voit bien que $a = 0$. Dans ce cas, soit le système est immobile soit a une vitesse constante.

Roulement d'une roue (théorie)



Roue de rayon R

$\vec{u}_t$: vitesse de translation

$\vec{\omega}$: vitesse de rotation

C : point de contact roue/sol. B : point

On considère deux référentiels :

$R(0, x, y)$: référentiel du laboratoire, fixe.

$R'(A, x', y')$: référentiel de la roue sans rotation (les axes x', y' ne tournent pas).

- Roue "sans glissement" par rapport au sol :
 - ↳ on considère un point de matière fixe sur la roue.
 - ↳ quand ce point entre en contact avec le sol, sa vitesse est confondue avec celle du sol (car pas de glissement). D'un autre point de vue, on imagine que les atomes du point de matière de la roue sont "crochés" au sol.
 - ↳ cela se traduit par le fait que la vitesse du point C est nulle par rapport au laboratoire.

$$\text{Roue sans glissement} \Rightarrow v_R(C) \equiv 0$$

• On cherche maintenant $\vec{v}_{R,1}(C)$ et $\vec{v}_R(B)$

• Formule de la vitesse du point C dans R' :

$$\vec{v}_R(C) = \vec{v}_R(A) + \vec{v}_{R,1}(C) + \cancel{\vec{\Omega} \times \vec{AC}} \quad \text{car } \vec{\Omega} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{R,1}(C) = \cancel{\vec{v}_R(C)} - \vec{v}_R(A) \quad = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_{R,1}(C) = -\vec{v}_t}$$

De plus, on a : $|\vec{v}_{R,1}(C)| = \omega R = v_t$

donc $|\vec{v}_t| = R\omega$

• Même chose au point B :

$$\vec{v}_R(B) = \underbrace{\vec{v}_R(A)}_{\vec{v}_t} + \underbrace{\vec{v}_{R,1}(B)}_{= \vec{v}_t} + \cancel{\vec{\Omega} \times \vec{AB}} \quad \text{car } \vec{\Omega} = 0$$

car la vitesse en B est opposée à la vitesse en C.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_R(B) = 2\vec{v}_t}$$