

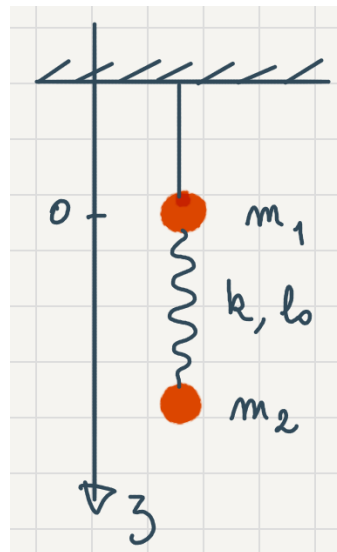
Chute d'un ressort avec deux masses (1,3 points).

On dispose de deux masses m_1 et m_2 reliées entre elles par un ressort sans masse, de raideur k et de longueur au repos l_0 .

m_1 est fixée au plafond par une ficelle inextensible et sans masse.

On note z_1 et z_2 les positions de m_1 et m_2 sur le repère indiqué sur la figure ci-contre. L'origine est telle que $z_1 = 0$ quand l'ensemble est immobile.

On appelle G le centre de masse de m_1 et m_2 . Il est repéré par la position z_G .



Pour commencer, les masses sont immobiles.

1a Faire le bilan des forces sur m_1 et sur m_2 et les indiquer sur le dessin.

1b Trouver l'expression de $z_{2,0}$, position d'équilibre de la masse m_2 .

$z_{2,0} =$



1c Calculer la position $z_{G,0}$ du centre de masse G des deux masses.

$z_{G,0} =$

On tire m_2 vers le bas d'une distance d_2 et on la lâche sans vitesse initiale.

1d Quelle est la condition sur d_2 pour que dans toute la suite du mouvement de m_2 la ficelle reste tendue (m_1 fixe) ?

Condition sur d_2 :



1e On suppose la condition de 1d remplie. Etablir l'équation différentielle du mouvement de m_2 .

Equation:

1f Trouver sa solution $z_2(t)$.

$z_2(t) =$

Maintenant, on repart de la situation initiale avec les deux masses immobiles. On suppose de plus que $m_1 = m_2 = m$. À $t = 0$, on coupe la ficelle.

1g A partir du moment où on a coupé la ficelle, décrire qualitativement (sans calcul) le mouvement de chacune des deux masses:

- dans le référentiel du centre de masse
- dans le référentiel du laboratoire

1h Déterminer la position du centre de masse G des deux masses en fonction du temps dans le référentiel du laboratoire.

$z_G(t) =$



1i Le référentiel du centre de masse est-il galiléen ? Justifier.

☐ Oui☐ Non

On appelle z'_1 et z'_2 les coordonnées de m_1 et m_2 dans le référentiel du centre de masse.

1j Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse m_2 dans le référentiel du centre de masse

Équation différentielle :



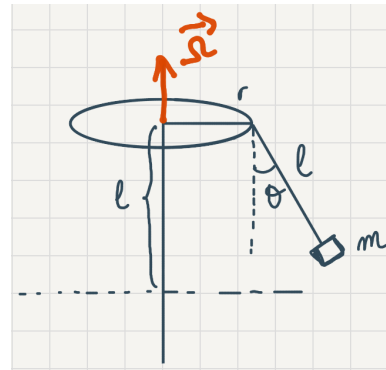
- 1k** Donner la solution de cette équation différentielle pour obtenir la position de m_2 en fonction du temps dans le référentiel du centre de masse.

$$z_1'(t) =$$

Manège chaises volantes (1,0 point).

On considère l'attraction de fête forraine suivante : une nacelle (masse m avec son occupant) est fixée par une barre de longueur l et de masse négligeable à un anneau qui peut être mis en rotation dans un plan horizontal à la vitesse angulaire Ω . Après la mise en rotation, la nacelle se stabilise, la barre faisant un angle θ avec la verticale.

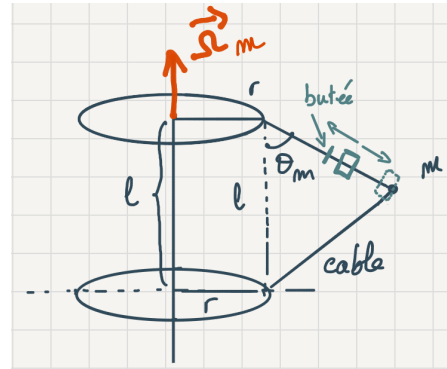
Le rayon de l'anneau est r et il est à une hauteur l au-dessus du sol.



2a Trouver la relation entre Ω et l'angle θ fait par la barre avec la verticale.

$\Omega =$

Afin de limiter l'angle θ lorsque Ω augmente, l'extrémité de la tige est retenue par un câble de longueur l , de masse négligeable qui coulisse dans un autre anneau, de rayon r , fixé au sol. De plus, la nacelle peut se déplacer le long de la barre, entre l'extrémité inférieure et son milieu, grâce à un moteur qui contrôle la vitesse de déplacement.



- 2b** Quelle est la vitesse angulaire Ω_m minimale, telle que le câble soit tendu quelle que soit la position de la nacelle entre $l/2$ et l ?

$$\Omega_m =$$

On suppose dans ce qui suit que le manège tourne à la vitesse angulaire $\vec{\Omega}_m$ avec $\vec{\Omega}_m$ pointant vers le haut.

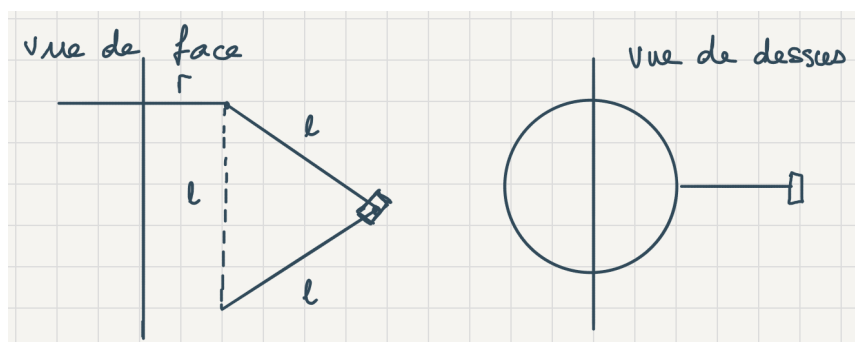
- 2c** La nacelle part du bas de l'extrémité de la barre et remonte à la vitesse v constante vers le milieu de la barre. Calculez les normes des forces fictives, entraînement et Coriolis, dans le référentiel de la barre. Représentez-les sur le dessin.

$$F_{\text{Coriolis}} =$$

$$F_{\text{entraînement}} =$$

La nacelle est de nouveau au bout de la barre et ne se déplace plus le long de celle-ci. Un occupant lâche son téléphone portable en voulant prendre une photo.

- 2d** Représenter le vecteur vitesse du téléphone portable juste après que l'occupant de la nacelle l'a lâché



2e A quelle distance du centre de l'anneau le téléphone se retrouve-t-il au sol ?

$d =$