

4: Dynamik der geradlinigen Bewegung

Die drei Axiome von Newton

1. Welches ist der natürliche Zustand aller Dinge und wie kann man ihn ändern ?

Die Masse widersetzt sich der Änderung der Geschwindigkeit

2. Welches ist das Verhältnis zweier wechselwirkender Objekte ?

Federkraft

3. Wie beeinflussen Reibungskräfte die Bewegung eines Objektes ?

Zwischen Oberflächen von Festkörpern

Viskose Reibung

4. Wie geht man ein Problem der Dynamik an ?

Vorbereitung auf die Vorlesung und Übungen

Kapitel im Giancoli **vor dem Kurs zu lesen** (1 Seite):

4-1 Force

4-3 Mass

Vorbereitende Übungen (7) **vor der Übungssession** zu erledigen :

Giancoli 4-2, 22, 37

Giancoli 5-1, 2, 5, 66a

Giancoli Kapitel 4-1 bis 4-8 und 5-1, 5-6

4-1

Grütter Mechanik 2024

4-1. Was versteht man unter Kraft ?

Erstes Axiom von Newton = Inertialgesetz

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern keine resultierende Kraft auf ihn einwirkt.*

*Gültig im **Inertialsystem** RI (unbeschleunigt)

Was ist die Natur der Kraft ?

Eine Wechselwirkung zwischen zwei Objekten, die entweder abstösst oder anzieht, sei es durch Kontakt, sei es über Distanz.

Warum kommen alle Objekte zum Stillstand ?

Reibungskräfte: Der Bremsweg verlängert sich unter Verringerung der Reibung

4-2

Grütter Mechanik 2024

Was ist eine Masse ?

Zweites Axiom von Newton ($F=ma$)

Die Beschleunigung eines Körpers ist proportional zur einwirkenden *resultierenden* Kraft $F=\Sigma \vec{F}_k$,
und umgekehrt proportional zu seiner Masse m :

$$\sum \vec{F}_k = m\vec{a}$$

* Gültig im **Inertialsystem** RI (unbeschleunigt)

Die Masse m entspricht einem **Widerstand** (Trägheit) die **Geschwindigkeit zu ändern**:

⇒ « träge Masse »

Einheiten:

Masse m : [kg]

Beschleunigung a : [m/s²]

Kraft F : 1 Newton (N) = 1 kgm/s²

4-3

Beispiel: Projektion der Kräfte auf ein Koordinatensystem

Situation: Ein Objekt gleitet ohne Reibung auf einer schiefen Ebene

Frage: Hängt die End-Geschwindigkeit vom Winkel θ ab ?

Bedingungen:

Bewegung nur entlang x möglich

Lösung, Teil 1: alle einwirkende Kräfte

$$F_{\text{net}} = \Sigma F = F_x = ma$$

$$F_x = mg \sin \theta$$

$$a = g \sin \theta$$

NB. Die Beschleunigung verringert sich mit θ
(siehe die Experimente mit dem Luftkissentisch)

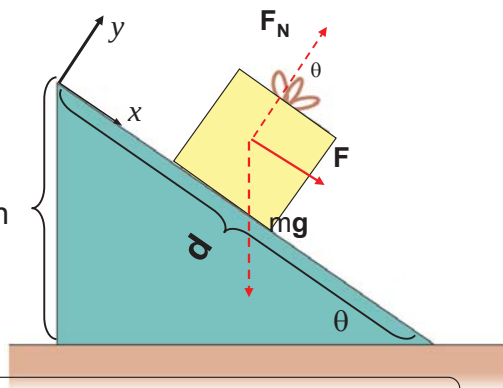
Lösung, Teil 2: Kinematik der geradlinigen Bewegung

1. $v = aT$ (Die dazu benötigte Zeit T ist noch nicht bekannt)

$$2. d = aT^2/2$$

$$\rightarrow d \sin \theta = v^2/2g$$

$$3. h = d \sin \theta$$



E4-6

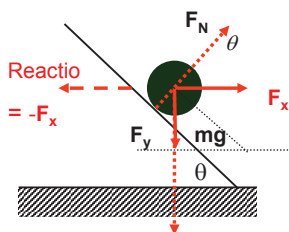
4-2. Das dritte Axiom Newtons: “Actio”=“Reactio”

Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio)

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

NB. Diese zwei Kräfte wirken immer auf zwei verschiedene Körper ...

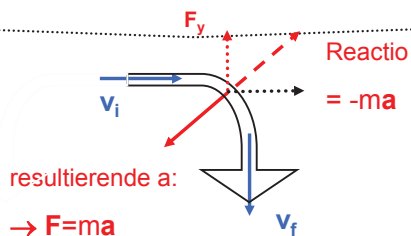
Beispiele und Demo des 3. Axioms



Freier Fall: Wo befindet sich die Reactio von mg ?



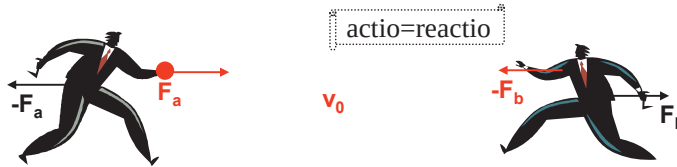
Änderung der Geschwindigkeit $\Rightarrow$ Beschleunigung !



Beispiel: Kino – Effekt einer Kugel auf das Opfer

Frage: Kann eine Kugel eine Person um mehrere Meter nach hinten werfen ?

(Vernachlässigung der Reibung zwischen Kugel und Luft, i.e. die Kugel hat ein konstantes Tempo, 1.Axiom)



Annahme: Die Beschleunigung der Kugel ist dieselbe wie bei der Schussabgabe :

i.e. die Änderung des Geschwindigkeitsbetrags ($\Delta v = a \Delta t$) geschieht im gleichen Zeitintervall Δt (äusserst kurz):

$$\rightarrow F_a = F_b$$

$\Rightarrow$ Der Täter muss der gleichen Kraft wie das Opfer ausgesetzt sein

$\Rightarrow$ **Bei ähnlicher Masse müsste er der gleichen Rückstossbeschleunigung ausgesetzt sein !**

Die elastische Federkraft

Das Hookesche Gesetz

Situation: Man stösst eine an einer Feder befestigte Masse m mit konstanter Geschwindigkeit.

Frage: Welches ist der Bezug zwischen der Federkraft und der Verlängerung oder Verkürzung der Feder ?

Das Hookesche Gesetz:

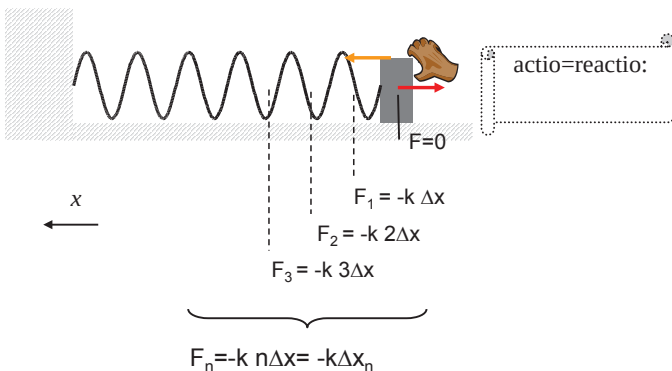
$$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0) = -k\Delta\vec{L}$$

L_0 : Grundlänge der Feder

L : Länge der Feder

Einheit von k :

$[\text{kg/s}^2] = [\text{N/m}]$

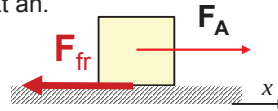


4-3. Wie beschreibt man Reibungs-(Frikctions)kräfte ?

(statische) Haftreibung ($v=0$) zwischen Festkörpern

Situation: Man wendet eine kleine Kraft F_A auf ein ruhendes Objekt an.

Beobachtung: Das Objekt bewegt sich nicht.



Aufgrund des 2. Axioms muss eine zusätzliche Reibungskraft wirken ($a=0$)

Bis jetzt: Reibung vernachlässigt ...

$$\sum \vec{F}_k = \vec{F}_A + \vec{F}_{Fr} + \vec{F}_N + m\vec{g}$$

$$ma_x = F_A - F_{Fr} = 0$$

Sobald die Kraft einen Grenzwert überschreitet, i.e. $F_A \geq F_{\max} \rightarrow a \neq 0$

$$F_{fr} < F_{\max} = \pm \mu_s F_N \quad (v=0)$$

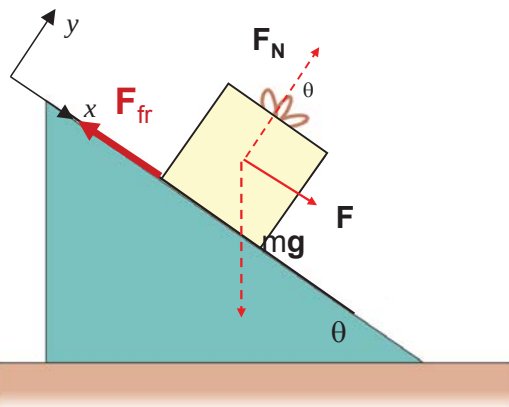
μ_s : **Grenzwert** des statischen Reibungskoeffizienten

Wie kann man den Haftreibungskoeffizient μ_s bestimmen?

Situation: Man erhöht θ , bis das Objekt sich zu bewegen beginnt ($\theta = \theta_{\max}$), i.e. $F > F_{\max}$

Summe der Kräfte:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$



$$\begin{aligned} F_{fr} &\leq \mu_s F_N \\ &= mg \mu_s \cos \theta_{\max} \\ &= mg \sin \theta_{\max} \end{aligned}$$

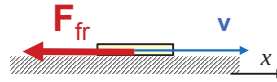
$$\rightarrow \mu_s = \tan \theta_{\max}$$

Wie kann man die Reibung zwischen zwei Festkörpern beschreiben, die sich relativ zueinander bewegen ?

Gleitreibungskoeffizient (kinetisch)

Situation: Ein gleitendes Objekt (e.g. ein Handy auf einem Tisch oder ein Puck auf dem Eis) ist bis zum Ruhezustand einer Beschleunigung ausgesetzt, die entgegengesetzt zur Geschwindigkeit relativ zur Oberfläche wirkt.

Im Falle einer Relativgeschwindigkeit zwischen den Oberflächen ($v \neq 0$):



$$\vec{F}_{fr} = -\mu_k F_N \frac{\vec{v}}{v} \quad (\text{gegenläufig zu } \vec{v})$$

μ_k : Gleitreibungskoeffizient (**kinetisch**)

⇒ Der kinetische Reibungskoeffizient ist kleiner als der **Grenzwert** des Haftreibungskoeffizienten : $\mu_k < \mu_s$

Beeinflusst die Grösse der Kontaktfläche die Reibungskraft ?

Situation: Man stösst mit einer kleinen Kraft F_A gegen einen Tisch.

Beobachtung: Der Tisch bewegt sich nicht.

Das 2. Axiom bedingt die Entstehung einer Reibungskraft ($a=0$)

Der Tisch hat vier Beine ...

$$ma_x = F_A - \sum_{i=1}^N F_{Fr,i} = 0 \quad \sum_{i=1}^N F_{Fr,i} \underset{i \rightarrow \infty}{=} \int_{\text{Oberfläche}} dF_{fr}$$

$$F_{\max} = \mu_s \int_{\text{Oberfläche}} dF_N = \mu_s g \int_{\text{Oberfläche}} dm = \mu_s Mg$$



Die Reibung zwischen Festkörpern (statisch oder kinetisch) hängt nicht von der Fläche des Kontaktes ab!

Strömungswiderstand eines schweren Objektes

(viskose Flüssigkeit oder Luft)

Reibung bei laminarer Strömung

(kleine Geschwindigkeit)

$$\mathbf{F}_v = -b(\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_f)$$

$\mathbf{v}_c$: Geschwindigkeit des Objektes

$\mathbf{v}_f$: Geschwindigkeit des Mediums

b : Koeffizient (Konstante)

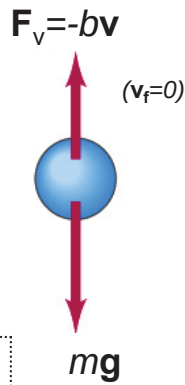
Hängt von der Grösse und Form des Objektes und dem Medium ab

$$a(t) = -g + \frac{bv(t)}{m}$$



2. Axiom:

$$\mathbf{F}_{\text{net}} = \mathbf{F}_v + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$$



Anfangsbeschleunigung ist g wenn $v=0$

am Ende: konstante Geschwindigkeit ('terminal') wenn $a=0$, v_l :

$$v_l = \frac{mg}{b}$$

4-17

Grütter Mechanik 2024

zB. ein sehr sanfter Halt !

Situation: Ein Auto von 1200 kg rollt im Leerlauf mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 54 km/h und kommt nach einer gewissen Zeit T und nach 500m zu einem sanften Halt.

Frage: Welche Reibungskraft wirkt und welches ist ihr Koeffizient ?



$$\mathbf{F}_{\text{net}} = -b\mathbf{v}(t) = m\mathbf{a}(t)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{b}{m}v(t)$$

Wie kann man diese Bewegungsgleichung lösen ?

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{b}{m}t}$$

$$x(T) - x_0 = \int_0^T v(t) dt = -v_0 \frac{m}{b} e^{-\frac{b}{m}t} \Big|_0^T$$

$(e^{-\frac{b}{m}T} \ll 1)$

$$x(T) = v_0 \frac{m}{b} \Rightarrow b = v_0 \frac{m}{x(T)}$$

$$b = 15 \text{ [m/s]} \cdot 1200 \text{ [kg]} / 500 \text{ [m]} = \text{kg/s}$$

E4-18

Grütter Mechanik 2024

4-4. Wie löst man ein Problem der Dynamik ?

(EVVV nicht vergessen, siehe Lektion1)

1. Nach der Lektüre der Aufgabenstellung (ein gutes Verständnis etablieren) ein **Diagramm aller wirkenden Kräfte** erstellen
 - Für jeden Körper **getrennt**
 - Ein Bezugssystem definieren und die Kräfte auf dessen Koordinaten projizieren
 $\Rightarrow F_x, F_y, F_z$
2. **Inventar** der bekannten und unbekannten Grössen, sowie ihrer **Zusammenhänge** (Gleichungen, $F=ma$)
 - Unter Einbezug der Zusammenhänge zwischen den Objekten (e.g. 3. Axiom)
 - Auch bekannte Grössen durch Symbole identifizieren
3. **Lösung der Gleichungssysteme**
 - Sofern verlangt, v, r , (von a), durch Integrieren bestimmen
 - Numerische Resultate **mit Einheiten** (2 **signifikante Grössen**, e.g. $a_x=5.4\text{m/s}^2$)

Kontrolle der Einheiten
Bis zum Schluss symbolisch rechnen !
Die Lösung im Extremfall testen:
Ist die Lösung realistisch und vernünftig ?
Gibt es Effekte, die man vernachlässigen kann ?

Strassenkampf
Mathe!

4-19

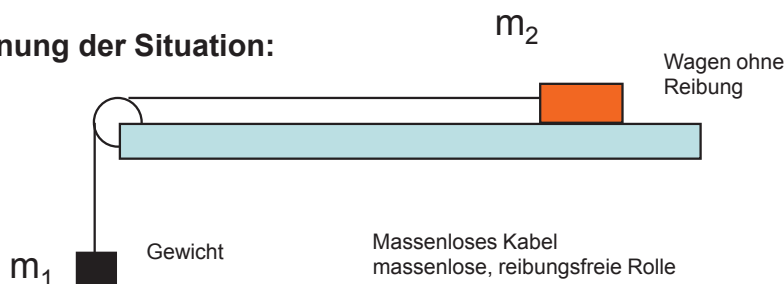
Grütter Mechanik 2024

Beispiel : Beschleunigung eines zwei-Massen Systems

Situation: Ein Wagen mit Masse m_2 ist durch ein Kabel über eine Rolle mit einem vertikal hängenden Gewicht m_1 verbunden. (Reibung vernachlässigt)

Frage: Welches ist die Beschleunigung der Masse m_2 ?

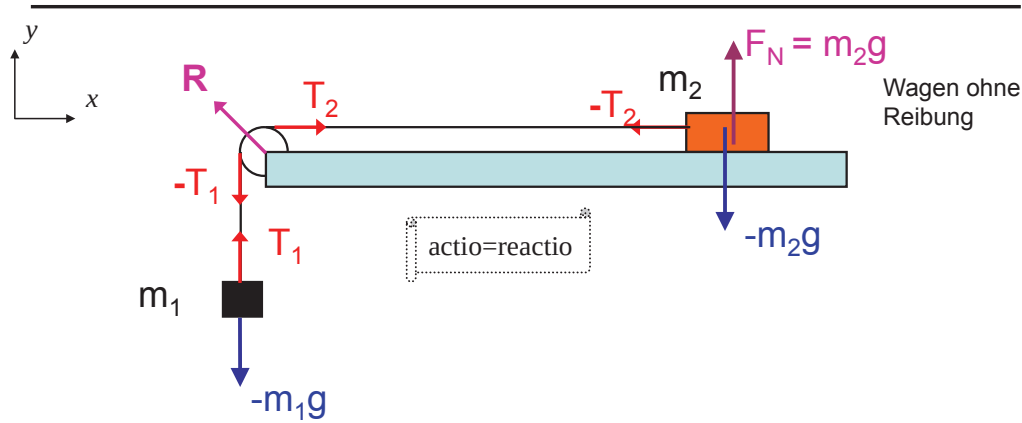
1A. Zeichnung der Situation:



4-20

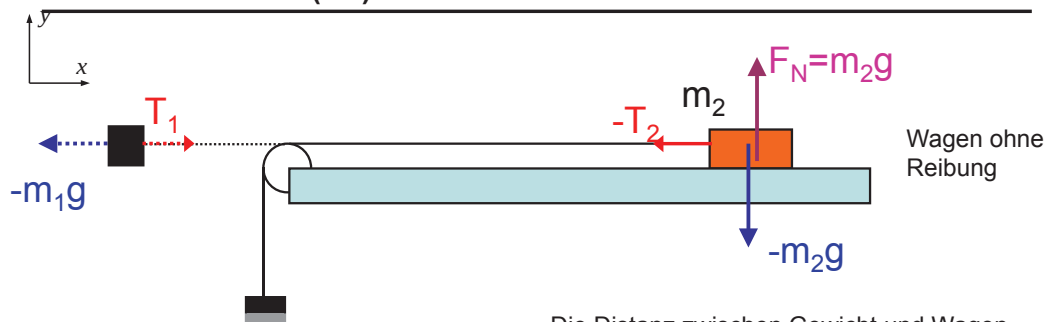
Grütter Mechanik 2024

1B: Inventar der Kräfte



Resultierende Kräfte: $T_1 - m_1g$ Gewicht
 $-T_2$ Wagen

2. Etappe: Inventar der (Un)bekannten und ihre Relationen



Äquivalente Zeichnung ohne Rolle:

1. $T_1 = -T_2$ (actio=reactio)
2. $T_1 - m_1g = m_1a_1$
3. $T_2 = m_2a_2$

Die Distanz zwischen Gewicht und Wagen ist konstant (Komponenten entlang x) :

4. $a_1 = a_2 = a$ (2.Axiom – siehe oben)

3. Etappe: Gleichungssysteme lösen

T_2 eliminieren :

#3 + #1 $\rightarrow$ 5. $-T_1 = m_2a$

#2 + #5 (T_1 eliminieren):

$-m_1g = m_1a + m_2a$

$$a = \frac{-m_1g}{(m_1 + m_2)}$$

Demo

