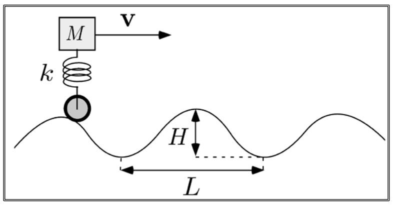
Serie 8 : Schwingungen

Üb 1: Schwingender Block

Ein Block mit Masse M liegt auf einer horizontalen Fläche, auf der er ohne Reibung gleiten kann. Er ist an eine horizontale Feder gebunden, dessen Endteil an einer festen Wand befestigt ist. Am Anfang des Experimentes zieht man den Block bis eine Distanz L von der Mauer. Schliesslich lässt man den Block los.

a) Stellen Sie ein Schema der Situation dar. Wie lauten die Bewegungsgleichungen des Blocks? Wie lautet Frequenz der Schwingungen?
b) Man wiederholt das Experiment, wobei man einen zweiten Block mit Masse m auf den ersten stellt. Man geht davon aus, dass es eine Reibung zwischen den beiden Blöcken gibt. Wie gross ist die maximale Distanz auf der man den unteren Block ziehen kann bevor man loslässt, sodass der zweite Block während das ganzes Experiments nicht auf dem unteren rutscht?

Üb 2: Buckelpiste



Man möchte die Fahrt eines Wagens gefüllt mit Nitroglycerin auf einer Buckelpiste modellieren. Man kann dieses System wie folgt betrachten: der obere Teil des Wagens besteht aus einem Massenpunkt mit Maße m und konstanter horizontaler Geschwindigkeit v. Diese Masse ist an eine Feder (mit Federkonstante k) gebunden, deren Länge im Stillstand l_0 und deren Masse vernachlässigbar ist. Am Ende der Feder befindet sich das Rad, das dem Bodenprofil folgt. Die Buckel werden mit einer Cosinusfunktion mit der Höhe H und der Länge L beschrieben.

a) Bestimmen Sie die Zeitgleichung $H(t)$ am Kontaktpunkt zwischen dem Rad und dem Boden (n.b. benutzen Sie als Anfangszeit ($t = 0$) den Zeitpunkt, wenn sich das Rad am Tiefpunkt befindet).
b) Nachdem Sie ein Schema mit allen definierten Variablen dargestellt haben, bestimmen Sie die Bewegungsgleichung der Masse in vertikaler Richtung. Welcher Art von Schwingung entspricht diese Bewegung?
c) Bestimmen Sie die Amplitude der Vibrationen des Massenpunkte unter folgenden Anfangsbedingungen: Seine Anfangsposition (von der Strasse her) entspricht $l_0 - \frac{mg}{k}$ und seine vertikale Anfangsgeschwindigkeit ist gleich Null.
d) Die Lösung der Bewegung in c) lautet
$$h(t) = l_0 - \frac{g}{\omega_0^2} + \frac{H}{2}\frac{\omega_R^2}{\omega_0^2 - \omega_R^2}(cos(\omega_R t) - cos(\omega_0 t))$$
mit $h(t)$ der Position von der Strasse aus betrachtet. Was passiert für $\omega_R \to \omega_0$?
Tipp : $cos\big((1+a)x\big) - cos(x) \underset{a\to 0}{\longrightarrow} -\sin(x)\,ax + a^2(\dots)$.

Hinweis: Die generelle Lösung einer Gleichung der Art $\ddot{x} + \omega^2 x = C\cos(\omega_R t)$ ist von der Form $x(t) = A\,cos(\omega t) + B\,sin(\omega t) + \frac{C}{\omega_0^2 - \omega_R^2} cos(\omega_R t)$. A und B sind fixiert wenn man die Anfangsbedingung des Problems anrechnet.

Üb 3: Gedämpfte Vibrationen

Eine Kugel mit Radius r und Masse m wird mit einer Feder an der Decke gehängt. Die Viskosität einer Flüssigkeit wird geprüft wobei man den Verlauf der Schwingungen dieser in die Flüssigkeit getauchten Kugel untersucht (s. Uebungen 4 für die wirkenden Kräfte).

a) Finden Sie die Periode der Schwingungen wenn die Kugel im Freien ist.
b) Welche sind die zusätzlichen Kräfte, die auf dieser Kugel wirken, wenn sie in der Flüssigkeit in Bewegung ist?
c) Wie lange braucht man, damit die Amplitude der Schwingungen durch zwei geteilt ist?
d) Nehmen wir an, die Viskosität der Flüssigkeit ist nicht bekannt. Wie könnten Sie diese bestimmen?

Numerische Anwendung : Durchmesser der Kugel $= 2\ [cm]$; $\rho = 920\ [kg \cdot m^{-3}]$; $\eta = 0.081\ [Pa \cdot s]$; $k = 10\ [N \cdot m^{-1}]$;

$l_0 = 10\ [cm]$; $L = 15\ [cm]$; $\rho_{Kugel} = 5000\ [kg \cdot m^{-3}]$